

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE CAJAMARCA**

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**ESCUELA ACADÉMICO PROFESIONAL DE INGENIERÍA CIVIL**



**Tesis:**

**“INFLUENCIA DE LA REDUCCIÓN DEL ÁNGULO DE  
INCLINACIÓN DE LOS ESTRIBOS EN LA RESISTENCIA AL  
ESFUERZO CORTANTE DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO”**

**Para optar el Título Profesional de:**

**INGENIERO CIVIL**

**Presentado por:**

**Bach. JUAN ENRIQUE HERRERA MUÑOZ**

**Asesor:**

**Dr. Ing. MIGUEL ÁNGEL MOSQUEIRA MORENO**

**CAJAMARCA - PERÚ**

**2017**

## **AGRADECIMIENTO**

Probablemente esta tesis nunca hubiera sido escrita sin el apoyo, consejo y ánimo que he encontrado en muchas personas en estos dos últimos años. Empezaré agradeciendo especialmente a mi asesor el Dr. Ing. Miguel Ángel Mosqueira Moreno por compartir sus conocimientos en aspectos relacionados con el tema de investigación, por sus ayudas, ideas y sugerencias, en todas las fases de dicha investigación.

También mi profundo reconocimiento a la Escuela Académico Profesional de Ingeniería Civil, en especial a los Docentes, MCs. Ing. Marco Silva Silva, Ing. José Lezama Leiva, MCs. Ing. Lincoln Minchan Pajares, quienes no sólo me brindaron enseñanzas, sino su apoyo y su amistad invaluable.

No puedo dejar de citar gratitud al Laboratorio de Ensayo de Materiales de la Universidad Nacional de Cajamarca, al M. en Ing. Héctor Pérez Loayza, al Sr. Marcial, al Sr. Alejandro Zegarra, a Leiner Gonzáles y a Wilder Terán por su inestimable colaboración para el desarrollo de ensayos.

A todas las personas quienes colaboraron de diferentes formas para la elaboración de este trabajo.

## **DEDICATORIA**

### **A DIOS**

Dedico esta tesis a Dios por darme el milagro de la vida y supo guiarme por el buen camino.

### **A MI MADRE**

Quién ha sido el pilar fundamental en mi formación como persona, profesional, gracias por brindarme la confianza, consejos, oportunidades y recursos para lograrlo.

## CONTENIDO

	Pág.
ASPECTOS PRELIMINARES .....	2
AGRADECIMIENTO.....	2
DEDICATORIA.....	3
CONTENIDO.....	4
ÍNDICE DE TABLAS .....	6
ÍNDICE DE FIGURAS .....	8
RESUMEN .....	11
ABSTRACT .....	12
CAPITULO I: INTRODUCCIÓN.....	13
Contexto.....	13
Planteamiento del Problema .....	15
Formulación del Problema .....	15
Hipótesis .....	16
Justificación.....	16
Delimitación de la investigación .....	16
Objetivos .....	17
Descripción de los Contenidos .....	17
CAPITULO II: MARCO TEÓRICO.....	19
Antecedentes teóricos de la investigación .....	19
Bases Teóricas .....	21
Vigas.....	21
Flexión.....	22
Cortante .....	26
Columnas.....	47
Uniones Vigas - Columnas .....	55

Definición de Términos Básicos .....	62
CAPITULO III. MATERIALES Y MÉTODOS .....	64
Ubicación del lugar de Investigación.....	64
Metodología .....	65
Tipo, nivel, diseño y método de la investigación .....	66
Técnicas e instrumentos de recolección de datos.....	67
Tratamiento y análisis de datos utilizados.....	67
Procedimientos .....	68
CAPITULO IV. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS.....	71
Ensayo de Vigas de Concreto Armado .....	73
Carga de Rotura, Deformaciones y Esfuerzos Cortantes .....	101
Discusión de Resultados.....	102
Comparación con el Método Puntal - Tensor .....	107
Contraste de la Hipótesis .....	114
CAPITULO V. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....	115
Conclusiones.....	115
Recomendaciones .....	116
Bibliografía .....	117
CAPITULO VI. ANEXOS .....	120
Diseño de Mezclas.....	120
Diseño de Elementos Estructurales (Vigas y Columnas) .....	127
Diseño por Corte .....	134
Diseño de Zapatas .....	137
Panel Fotográfico .....	138
Planos .....	144

## ÍNDICE DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Cuantía básica para concretos de diferentes calidades .....	26
Tabla 2. Valores de “K” y “n”, según el tipo de columna a diseñar .....	54
Tabla 3. Resistencia a la compresión de los testigos del concreto .....	71
Tabla 4. Dimensiones, áreas y pesos nominales de las barras usadas en la elaboración de pórticos .....	72
Tabla 5. Propiedades mecánicas del acero del refuerzo.....	72
Tabla 6. Resultados del ensayo de resistencia al esfuerzo cortante de la viga N° 1 con estribos colocados a 90°.....	73
Tabla 7. Resultados del ensayo de resistencia al esfuerzo cortante de la viga N° 2 con estribos colocados a 90°.....	76
Tabla 8. Resultados del ensayo de resistencia al esfuerzo cortante de la viga N° 3 con estribos colocados a 90°.....	78
Tabla 9. Resultados del ensayo de resistencia al esfuerzo cortante de la viga N° 1 con estribos colocados a 75°.....	80
Tabla 10. Resultados del ensayo de resistencia al esfuerzo cortante de la viga N° 2 con estribos colocados a 75°.....	83
Tabla 11. Resultados del ensayo de resistencia al esfuerzo cortante de la viga N° 3 con estribos colocados a 75°.....	85
Tabla 12. Resultados del ensayo de resistencia al esfuerzo cortante de la viga N° 1 con estribos colocados a 60°.....	87
Tabla 13. Resultados del ensayo de resistencia al esfuerzo cortante de la viga N° 2 con estribos colocados a 60°.....	90
Tabla 14. Resultados del ensayo de resistencia al esfuerzo cortante de la viga N° 3 con estribos colocados a 60°.....	92
Tabla 15. Resultados del ensayo de resistencia al esfuerzo cortante de la viga N° 1 con estribos colocados a 45°.....	94

Tabla 16. Resultados del ensayo de resistencia al esfuerzo cortante de la viga N° 2 con estribos colocados a 45°.....	97
Tabla 17. Resultados del ensayo de resistencia al esfuerzo cortante de la viga N° 3 con estribos colocados a 45°.....	99
Tabla 18. Cargas de rotura, deformaciones y esfuerzos cortantes en los tipos de vigas de concreto armado .....	101
Tabla 19. Peraltes o espesores mínimos de vigas no pre esforzadas o losas reforzadas en una dirección a menos que se calculen las deflexiones. ....	124
Tabla 20. Valores de Resistencias ( $P_n$ ) y Momentos ( $M_n$ ) de la columna ....	133

## ÍNDICE DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1. Falla por tensión diagonal producida por esfuerzos en vigas.....	14
Figura 2. Esfuerzos de una sección rectangular con esfuerzo en tensión sometida a flexión. ....	22
Figura 3. Esfuerzos de una sección rectangular con falla balanceada.....	24
Figura 4. Viga simplemente apoyada sometida a carga uniforme repartida y distribución de esfuerzos en la sección A - A.....	28
Figura 5. Curvas isostáticas sobre vigas sometidas a carga uniformemente repartida .....	30
Figura 6. Tipos de rajaduras que presentan las vigas de concreto armado .....	31
Figura 7. Fuerzas que resisten el corte en vigas con refuerzo en el alma .....	32
Figura 8. Resistencia al corte aportado por el concreto y por acero longitudinal y transversal .....	33
Figura 9. Diagrama de fuerzas cortantes para el diseño de la viga.....	35
Figura 10. Mecanismo de resistencia al corte en las secciones adyacentes a los apoyos.....	36
Figura 11. Sección crítica para el diseño por corte en diferentes situaciones ..	37
Figura 12. Notación empleada para la determinación de la resistencia al corte aportado por el refuerzo transversal.....	38
Figura 13. Consideraciones para estimar el espaciamiento máximo del refuerzo transversal.....	41
Figura 14. Criterios para estimar el espaciamiento máximo de refuerzo transversal inclinado.....	42
Figura 15. Viga rectangular con acero solo en tracción .....	44
Figura 16. Viga en planta de una viga cualquiera .....	45
Figura 17. Distribuciones típicas de acero longitudinal .....	49
Figura 18. Distribuciones típicas de acero transversal .....	50



Figura 19. Distribuciones de estribos en columnas .....	51
Figura 20. Vista en elevación de una columna cualquiera .....	52
Figura 21. Vista en planta de columnas en un edificio cualquiera.....	53
Figura 22. Vigas que llegan a las cuatro caras el nudo.....	57
Figura 23. Vigas que llegan solo a dos caras opuestas del nudo.....	57
Figura 24. Detalle de estribos en unión viga - columna.....	58
Figura 25. Ubicación geográfica del lugar de investigación .....	64
Figura 26. Resistencia a la compresión de los testigos del concreto .....	71
Figura 27. Diagrama esfuerzo – deformación de la viga N° 01 con estribos colocados a 90° .....	75
Figura 28. Diagrama esfuerzo – deformación de la viga N° 02 con estribos colocados a 90° .....	77
Figura 29. Diagrama esfuerzo – deformación de la viga N° 03 con estribos colocados a 90° .....	79
Figura 30. Diagrama esfuerzo – deformación de la viga N° 01 con estribos colocados a 75° .....	82
Figura 31. Diagrama esfuerzo – deformación de la viga N° 02 con estribos colocados a 75° .....	84
Figura 32. Diagrama esfuerzo – deformación de la viga N° 03 con estribos colocados a 75° .....	86
Figura 33. Diagrama esfuerzo – deformación de la viga N° 01 con estribos colocados a 60° .....	89
Figura 34. Diagrama esfuerzo – deformación de la viga N° 02 con estribos colocados a 60° .....	91
Figura 35. Diagrama esfuerzo – deformación de la viga N° 03 con estribos colocados a 60° .....	93
Figura 36. Diagrama esfuerzo – deformación de la viga N° 01 con estribos colocados a 45° .....	96

Figura 37. Diagrama esfuerzo – deformación de la viga N° 02 con estribos colocados a 45° .....	98
Figura 38. Diagrama esfuerzo – deformación de la viga N° 03 con estribos colocados a 45° .....	100
Figura 39. Gráfico de carga de rotura en vigas de concreto armado .....	102
Figura 40. Gráfico de deformaciones en vigas de concreto armado .....	103
Figura 41. Gráfico de esfuerzos cortantes en vigas de concreto armado .....	104
Figura 42. Gráfico de esfuerzos cortantes promedio en vigas de concreto armado .....	105
Figura 43. Gráfico de esfuerzos cortantes promedio y vigas de concreto armado con estribos inclinados .....	106
Figura 44. Modelo puntal - tensor en una viga alta solicitada por una carga puntual .....	107
Figura 45. Puntales en forma de abanico.....	108
Figura 46. Puntales en forma de botella.....	109
Figura 47. Modelo de puntal – tensor simple para una viga con carga puntual en la cara superior.....	109
Figura 48. Identificación de la región "d" .....	110
Figura 49. Elección del modelo puntal – tensor.....	110
Figura 50. Fuerzas internas en la viga .....	111
Figura 51. Gráfico de momentos flectores .....	127
Figura 52. Vista de la columna en planta .....	131
Figura 53. Diagrama de la interacción de la columna .....	133
Figura 54. Gráfico de esfuerzos cortantes .....	134

## RESUMEN

En los últimos años se han intensificado las investigaciones para conseguir elementos estructurales que presenten un comportamiento dúctil ante un evento sísmico, las vigas tienen un papel fundamental en el comportamiento de la estructura al momento del sismo, la falla por corte es frágil y debe ser evitada siempre ya que ocurre sin previo aviso. El presente trabajo de investigación tuvo como principal objetivo determinar la influencia de la reducción del ángulo de inclinación de los estribos en la resistencia al esfuerzo cortante de vigas de concreto armado. Para desarrollo de la tesis, se realizó un trabajo experimental basado en la construcción de 12 pórticos de concreto armado, la construcción de pórticos fue debido a que las vigas se estudiaron bajo condiciones de apoyos empotrados, el ángulo de inclinación de los estribos en las vigas fue reduciéndose en  $15^\circ$  a partir de  $90^\circ$ , luego se analizó la ubicación de aplicación de la carga para generar la falla por corte y así cuantificar las deformaciones, posteriormente se determinó la resistencia al esfuerzo cortante de cada una de las vigas ensayadas, dichos ensayos se realizaron en la Máquina Universal de 100 toneladas del Laboratorio de Ensayos de Materiales de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Cajamarca.

Finalmente se concluyó que la reducción del ángulo de inclinación de los estribos incrementa la resistencia al esfuerzo cortante de vigas de concreto armado. Además se hace una comparación de resistencia al esfuerzo cortante de vigas de concreto armado con los estribos colocados con un ángulo de inclinación de  $90^\circ$ ,  $75^\circ$ ,  $60^\circ$  y  $45^\circ$ , obteniendo resistencias promedio al esfuerzo cortante de 28.88, 32.65, 34.21 y 35.25 toneladas respectivamente.

**PALABRAS CLAVES:** Comportamiento Dúctil, Vigas, Concreto Armado, Estribos, Falla por corte, Esfuerzo Cortante.

## **ABSTRACT**

In recent years, research has been intensified to obtain structural elements that exhibit ductile behavior in the event of a seismic event, beams have an important role in the behavior of the structure at the time of the earthquake, and failure due to cutting is fragile and must be avoided. Always since, it happens without warning. The main objective of this research work was to determine the influence of the reduction of the angle of inclination of the abutments on the resistance to shear stress of reinforced concrete beams. For the development of the thesis, an experimental work was carried out based on the construction of 12 armored concrete frames, the construction of frames was due to the fact that the beams were studied under support conditions with embedment, the angle of inclination of the abutments in the beams was reduced by 15 °, then the application location of the load was analyzed to generate the failure by cutting and thus quantify the deformations, later the shear strength of each of the beams tested was determined, said tests were carried out in the Universal machine of 100 tons of the Materials Testing Laboratory of the Faculty of Engineering of the National University of Cajamarca.

Finally, it was concluded that the reduction of the angle of inclination of the stirrups significantly influences the resistance to shear stress of reinforced concrete beams. In addition, a comparison of the shear strength of reinforced concrete beams with the abutments placed at an inclination angle of 90°, 75°, 60° and 45° is made, obtaining average shear strengths of 28.88, 32.65, 34.21 and 35.25 tons respectively.

**KEYWORDS:** Ductile Behavior, Beams, Reinforced Concrete, Stirrups, Failure by Cutting, Cutting Effort.

## **CAPITULO I. INTRODUCCIÓN**

### **1.1. CONTEXTO**

El territorio del Perú es un escenario de múltiples peligros debido a su compleja conformación geológica y geodinámica muy activa. Los fenómenos que adquieren la categoría de peligros que ocasionan los desastres de mayor envergadura en el país son: los terremotos, las inundaciones, los huaycos, etc. Los terremotos son el peligro mayor en nuestro país. La actividad sísmica en el Perú tiene un amplio desarrollo cuyo origen está relacionado con las condiciones tectónicas regionales y locales, y las condiciones locales de los suelos que determinan la aceleración y la severidad de sacudimiento, que a su vez van a tener notable influencia sobre las estructuras. (Zelaya V, 2007).

Los daños en una estructura a causa de un sismo son variables y dependen del tipo de material y de estructura, sin embargo, los daños que más preocupan a los especialistas son los conocidos como cortante, que se caracterizan por grietas inclinadas en columnas y vigas y que pueden conducir al colapso de las estructuras, por ello en las normas de construcción se busca que fallas de esta naturaleza no ocurran.

El Dr. Sergio Alcocer del Instituto de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM) menciona “Lo que buscamos es favorecer un comportamiento por flexión que permita el desplazamiento de la estructura sin que colapse, este es el caso de las grietas localizadas en la base de las columnas, los extremos de las vigas o en la base de los muros, lo anterior permite que la estructura se deforme y se adapte a los desplazamientos que requiere el temblor, sin que se produzca un colapso o daños graves”.

El objetivo del proyectista de estructuras de concreto reforzado hoy en día es producir miembros dúctiles que den avisos a fallas incipientes. Las fallas por cortante de las vigas de concreto reforzado son muy diferentes de las fallas por flexión. Las fallas por cortante ocurren repentinamente, sin previo aviso. (McCormac, 2002).

Con solo colocar refuerzo transversal estrechamente separado y bien detallado en la región de rotula plástica potencial, puede evitarse que el concreto se astille seguido del pandeo por inestabilidad del refuerzo a compresión. Esto implica el detallado de las secciones para evitar una falla frágil y proporcionar suficiente ductilidad. (Murillo, 2009).

*Figura 1. Falla por tensión diagonal producida por esfuerzo cortante en viga.*



**Fuente:** <https://www.youtube.com/watch?v=19LXTvvcuFY>

## **1.2. PROBLEMA**

### **1.2.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

El comportamiento de las vigas de concreto armado en una edificación juega un papel fundamental durante un evento sísmico, el comportamiento de las vigas puede tener un comportamiento frágil o un comportamiento dúctil, siempre se debe evitar que se produzca un comportamiento frágil en los elementos estructurales, ya que ocurre sin previo aviso. Las vigas trabajan ante flexión y ante esfuerzos cortantes y son los esfuerzos cortantes los que llevan a producir una falla frágil, el acero transversal es el que absorbe los esfuerzos cortantes. En los extremos de las vigas los esfuerzos cortantes son mayores por lo que se debe tener una consideración especial al momento de distribuir el acero transversal.

El Ingeniero Estructurista al diseñar las vigas de concreto armado coloca los estribos perpendiculares al eje longitudinal del elemento, ya que la Norma Técnica de Edificaciones del Perú lo permite, pero existe además la posibilidad de utilizar como refuerzo de cortante, estribos que formen un ángulo de  $45^\circ$  o más con respecto al eje longitudinal del elemento, siendo teóricamente más eficiente que los estribos colocados convencionalmente, y así garantizar un comportamiento más dúctil en las vigas de concreto armado.

### **1.2.2. FORMULACION DEL PROBLEMA**

¿Cuál es la influencia de la reducción del ángulo de inclinación de los estribos en la resistencia al esfuerzo cortante de vigas de concreto armado?

### **1.3. HIPÓTESIS**

La reducción del ángulo de inclinación de los estribos cada  $15^\circ$  a partir de  $90^\circ$  aumenta en más de un 10% la resistencia al esfuerzo cortante en vigas de concreto armado.

### **1.4. JUSTIFICACIÓN**

La presente investigación tiene como proyección solucionar los vacíos de la Ingeniería, es por ello que uno de sus objetivos es expandir los conocimientos aplicados a la Ingeniería Civil, respecto al estudio de la Ingeniería Sísmica, con el fin de garantizar un comportamiento seguro de las estructuras durante eventos sísmicos. Además es de gran importancia generar un comportamiento dúctil en elementos estructurales de las edificaciones durante eventos sísmicos, por lo que con los resultados de ésta investigación el ingeniero estructurista pueda tener un criterio adecuado para la distribución de estribos en las vigas de concreto armado.

### **1.5. DELIMITACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN**

Esta investigación es de tipo experimental, con enfoque cuantitativo, básicamente está limitado a determinar la influencia de la reducción del ángulo de inclinación de los estribos en la resistencia al esfuerzo cortante en vigas de concreto armado, para esto se construyeron pórticos a escala donde el ángulo de los estribos de las vigas fue reduciéndose en  $15^\circ$ , esto significa estribos colocados a  $90^\circ$ ,  $75^\circ$ ,  $60^\circ$  y  $45^\circ$  con respecto al acero longitudinal de la viga, para luego determinar la resistencia al esfuerzo cortante de cada una de las vigas de concreto armado.



## **1.6. OBJETIVOS**

### **1.6.1. OBJETIVO GENERAL**

- Determinar la influencia de la reducción del ángulo de inclinación de los estribos en la resistencia al esfuerzo cortante de vigas de concreto armado.

### **1.6.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Determinar la resistencia al esfuerzo cortante de vigas de concreto armado con los estribos colocados con un ángulo de inclinación de 90°, 75°, 60° y 45°.
- Comparar la resistencia al esfuerzo cortante de vigas de concreto armado con los estribos colocados con un ángulo de inclinación de 90°, 75°, 60° y 45°.

## **1.7. DESCRIPCIÓN DE LOS CONTENIDOS**

Esta investigación está dividida en cinco capítulos.

El primer capítulo, "Introducción", es de carácter informativo sobre el contexto, el problema, la justificación e importancia de la investigación, así como sus alcances, hipótesis y objetivos.

El segundo capítulo, "Marco Teórico", describe las investigaciones anteriores que existen sobre el tema, destacando algunos de sus resultados y conclusiones más relevantes. Se realizó la búsqueda de fundamentos teóricos que sirvieron de base para la investigación, de tal manera que facilite al lector la comprensión de los capítulos posteriores.

En el tercer capítulo, “Materiales y Métodos”, se indica la ubicación geográfica en donde se realizó la investigación, el tiempo en la cual se enmarca, los diferentes procedimientos realizados, así como también el tratamiento y análisis de datos para cada variable.

El cuarto capítulo, “Análisis y Discusión de Resultados”, abarca la interpretación, explicación y la discusión de los resultados finales obtenidos.

En el quinto capítulo, “Conclusiones y Recomendaciones”, contempla las conclusiones de este trabajo de investigación experimental para cada objetivo propuesto, además la recomendación que sugiere la aplicación con base fundamental de los resultados obtenidos.

## **CAPITULO II. MARCO TEÓRICO**

### **2.1. ANTECEDENTES TEÓRICOS DE LA INVESTIGACIÓN**

#### **2.1.1. ANTECEDENTES INTERNACIONALES**

- Shatarat, Nasim (2016), en Jordania, en su investigación: “Investigación experimental de hormigón armado vigas con refuerzo en espiral en cizalladura”, hace uso de refuerzo de corte en espiral rectangular continuo como refuerzo transversal en 28 vigas de hormigón armado, en una configuración de flexión de cuatro puntos. En este trabajo se adoptan, tres espaciamientos (125 mm, 150 mm y 200 mm) y cinco ángulos de inclinación de los estribos (60°, 70°, 75°, 80° y 85°). Los resultados del ensayo indican claramente que el uso de refuerzo de corte en espiral rectangular mejoró la capacidad de corte y la ductilidad de las vigas en comparación con el tradicional estribo cerrado. Shatarat concluye, que el ángulo de inclinación óptimo con estribos en espiral es de 80°.
  
- Izaguirre González, Mizael (2004), en México, en su investigación: “Capacidad a cortante por tensión diagonal en vigas de concreto fibro reforzado”, estudió el comportamiento a cortante debido a la tensión diagonal en 32 vigas de concreto con refuerzo longitudinal y fibras de acero. Se investigó el efecto de la resistencia a la compresión del concreto y la variación en la fracción del volumen de las fibras (0, 0.5, 1.0, 1.5%). Se ensayaron las vigas bajo cargas estáticas produciendo altos valores de fuerzas de cortante las cuales generaron los esfuerzos de tensión diagonal. Fueron reforzadas a cortante

mediante estribos de alambión N° 16, los estribos se instrumentaron para estudiar el efecto de la presencia de la fibra en los esfuerzos actuantes en los mismos. Los resultados indican que al aumentar el volumen de fibra, la resistencia a cortante y la ductilidad en las vigas fibroreforzadas con estribos se incrementan. Así como también, la fuerza cortante en las vigas fibroreforzadas sin estribos es considerablemente mayor que la fuerza teórica estimada por el código del ACI 318.

### **2.1.2. ANTECEDENTES NACIONALES**

- Silva, José (2017), en Cajamarca, en su investigación: “Evaluación de la reducción del área de confinamiento del concreto en las uniones rectangulares viga - columna no prevista en el diseño estructural en el ensayo de flexión”, en su investigación determinó que la reducción del área de confinamiento viga – columna disminuye en 42% el esfuerzo cortante en las vigas de concreto armado y lo contrarresta colocando estribos inclinados en la unión viga - columna.

## 2.2. BASES TEÓRICAS

### 2.2.1. VIGAS

Son elementos que reciben la carga de las losas, y las transmiten hacia otras o directamente hacia las columnas o muros.

Generalmente las vigas forman los denominados ejes de la estructura, teniendo las columnas ubicadas en sus intersecciones. El conjunto formado por las vigas y columnas recibe el nombre de pórticos. Además la función ya indicada (relativa a dar apoyo a las losas y transmitir su carga hacia las columnas o muros). Las vigas tienen una función sísmica importantísima, ésta es la de constituir junto con las columnas y muros los elementos resistentes a los diferentes esfuerzos producidos por las fuerzas horizontales de sismo (cortante, momentos y axiales) y ser lo elementos que ayuda a proporcionar rigidez lateral.

Las vigas pueden ser peraltadas o chatas dependiendo de su altura o peralte, se denomina viga peraltada a aquella que tiene una altura mayor al espesor del techo, y por tanto es visible. Las diferencias entre una viga peraltada y una viga chata si son notorias, puesto que comprenden no solo su capacidad resistente por flexión y cortante, sino su capacidad de deformación (rigidez o flexibilidad). Es obvio que una viga peraltada se deforma menos y tiene mayor capacidad resistente que una viga chata, debido a su mayor inercia y su mayor brazo de palanca interno. El comportamiento en flexión de una viga origina esfuerzos de compresión y tracción. Estas fuerzas internas estarán espaciadas una cierta distancia, que será mayor mientras mayor sea el peralte de la viga. (Blasco, 2002).

## 2.2.2. FLEXIÓN

Son frecuentes los elementos estructurales sujetos a flexión, tales como vigas o losas que trabajan en una sola dirección. Generalmente la flexión se presenta acompañada de fuerza cortante. Sin embargo, la resistencia a flexión puede estimarse con suficiente precisión despreciando el efecto de la fuerza cortante.

### ANÁLISIS DE UNA SECCIÓN RECTANGULAR CON COMPORTAMIENTO DÚCTIL

Partiendo de la distribución de esfuerzos mostrada en la figura 2 se establece la condición equilibrio:

$$C = T$$

$$0.85f'_c ba = A_s f_y \quad \dots \text{Ecuación 1}$$

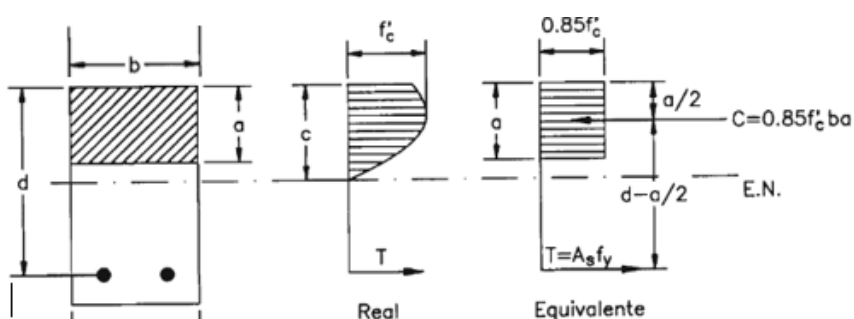
Donde:

b: Ancho de la sección de concreto.

a: Altura del bloque rectangular de esfuerzos de compresión en el concreto.

$A_s$ : Área de refuerzo en tensión de la sección.

Figura 2. Esfuerzos de una sección rectangular con esfuerzo en tensión sometida a flexión.



Fuente: Diseño de Estructuras de Concreto Armado, Teodoro E. Harmsen, 2002.

Despejando la ecuación 1:

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b} \quad \dots \text{Ecuación 2}$$

Se define índice de refuerzo,  $\omega$ , como:

$$\omega = \frac{\rho f_y}{f'_c} \quad \dots \text{Ecuación 3}$$

Donde

$\rho$ : Cuantía del acero en tensión definida a través de la siguiente ecuación:

$$\rho = \frac{A_s}{bd} \quad \dots \text{Ecuación 4}$$

El índice de refuerzo es un parámetro adimensional usado para medir el comportamiento de la sección ya que involucra las tres variables principales que lo afectan:  $\rho$ ,  $f_y$  y  $f'_c$

De la ecuaciones 2, 3 y 4, tenemos:

$$a = \frac{\rho d f_y}{0.85 f'_c} = \frac{\omega d}{0.85} \quad \dots \text{Ecuación 5}$$

Finalmente, el momento resistente nominal de la sección estará dado por:

$$M_n = C \left( d - \frac{a}{2} \right) = T \left( d - \frac{a}{2} \right) \quad \dots \text{Ecuación 6}$$

De donde se obtiene:

$$M_n = 0.85 f'_c b a \left( d - \frac{a}{2} \right) \quad \dots \text{Ecuación 7}$$

$$M_n = A_s f_y \left( d - \frac{a}{2} \right) \quad \dots \text{Ecuación 8}$$

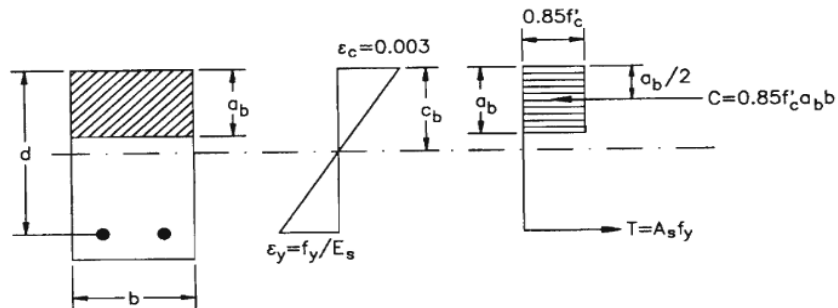
Y haciendo uso de las ecuaciones 5 y 7, se obtiene:

$$M_n = b d^2 \omega f'_c (1 - 0.59 \omega) \quad \dots \text{Ecuación 9}$$

## DETERMINACIÓN DE LA CUANTÍA BALANCEADA O CUANTÍA BÁSICA

En la figura 3 se muestra las características de una sección balanceada en la rotura. En el diagrama de deformaciones, por semejanza de triángulos, se puede plantear la siguiente relación:

*Figura 3. Esfuerzos de una sección rectangular con falla balanceada.*



Fuente: Diseño de Estructuras de Concreto Armado, Teodoro E. Harmsen, 2002.

$$\frac{0.003}{c_b} = \frac{\varepsilon_y}{d - c_b} = \frac{f_y/E_s}{d - c_b} \quad \dots \text{Ecuación 10}$$

Donde:

$\varepsilon_y$ : Deformación unitaria correspondiente al esfuerzo de fluencia del acero.

$c_b$ : Distancia del eje neutro a la fibra extrema en compresión en una sección con cuantía balanceada.



En adelante, los parámetros que tengan el subíndice  $b$  estarán referidos a la condición particular de cuantía balanceada.

Despejando  $c_b$  se obtiene:

$$c_b = \frac{0.003 d E_s}{f_y + 0.003 E_s} \quad \dots \text{Ecuación 11}$$

Reemplazando el valor de:  $E = 2'039,000.00 \text{ Kg/cm}^2$

$$c_b = \frac{6117 d}{f_y + 6117} \quad \dots \text{Ecuación 12}$$

Sabiendo que:  $a_b = \beta_1 c_b$  y haciendo uso de las ecuaciones (11) y (12), se obtiene:

$$a_b = \beta_1 c_b = \frac{\omega_b d}{0.85} = \frac{\bar{\rho}_b f_y d}{0.85 f'_c} \quad \dots \text{Ecuación 13}$$

Donde:

$\bar{\rho}_b$ : Cuantía balanceada o básica.

Finalmente

$$\bar{\rho}_b = \frac{0.85 f'_c \beta_1 c_b}{f_y d} = \frac{0.85 f'_c \beta_1}{f_y} \left( \frac{6117 d}{f_y + 6117} \right) \dots \text{Ec. 14}$$

Por razones de seguridad el código del ACI limita la cuantía de acero  $\rho$  a  $0.75 \bar{\rho}_b$ .

En la práctica, una sección con este refuerzo es antieconómica, por lo que normalmente se procura usar cuantías menores a  $0.5 \bar{\rho}_b$ . En la Tabla 1 se muestran los valores de  $\bar{\rho}_b$ ,  $0.75 \bar{\rho}_b$  y  $0.5 \bar{\rho}_b$  para diferentes calidades de concreto.

Tabla 1: Cuantía básica para concretos de diferentes calidades.

<b>f 'c (Kg/cm<sup>2</sup>)</b>	<b>210</b>	<b>280</b>	<b>350</b>	<b>420</b>
<b><math>\beta_1</math></b>	0.85	0.85	0.80	0.75
<b><math>\bar{\rho}_b</math></b>	0.0214	0.0285	0.0335	0.0377
<b><math>0.75 \bar{\rho}_b</math></b>	0.0116	0.0214	0.0252	0.0283
<b><math>0.5 \bar{\rho}_b</math></b>	0.0107	0.0143	0.0167	0.0189

Fuente: Diseño de Estructuras de Concreto Armado, Teodoro E. Harmsen, 2002.

### CUANTÍA MÍNIMA DE REFUERZO

El código ACI, recomienda un refuerzo mínimo igual a:

$$A_{s \min} = 0.8 \frac{\sqrt{f'_c}}{f_y} b_w d \quad \dots \text{Ecuación 15}$$

Pero no deberá ser menor que:

$$A_{s \min} = \frac{14}{f_y} b_w d \quad \dots \text{Ecuación 16}$$

### 2.2.3. CORTANTE

A diferencia de lo que ocurre con los miembros sometidos a flexión, el comportamiento de miembros de concreto armado sujetos a cortante aún no está totalmente comprendido, existiendo diversas teorías que tratan de explicar los mecanismos internos. La gran mayoría de los elementos de concreto armado tienen que resistir fuerzas cortantes que rara vez actúan por sí solas, siendo así necesario examinar las interacciones con otras acciones.

La transmisión de cortante en vigas de concreto armado se apoya fuertemente en la resistencia a tracción y compresión del concreto, y tiene como característica primordial un tipo de falla que no es dúctil. En las estructuras resistentes a sismos se pone gran atención a la capacidad de incursionar en el régimen plástico (ductilidad) y por este motivo el diseñador debe asegurarse que no ocurra una falla por cortante, sino buscar la falla por flexión, por eso la resistencia a cortante del elemento debe ser algo mayor que la resistencia máxima a flexión que se pueda desarrollar. (Blasco, 2002)

## **ANÁLISIS DE UNA VIGA DE CONCRETO ARMADO SOMETIDA A FUERZA CORTANTE**

El concreto armado, antes de presentar alguna grieta, se comporta como un material homogéneo. Aunque ésta etapa es muy corta, es conveniente analizarla con detalle ya que permite comprender el mecanismo de formación de grietas y el fenómeno de tracción diagonal.

En la figura 4 se muestra una viga homogénea sometida a una carga uniformemente distribuida. El efecto del peso propio se desprecia para el análisis. Por encima del eje neutro, los puntos de la sección A - A están sometidos a esfuerzos de corte y compresión  $v$  y  $\sigma_x$  respectivamente. Por debajo de él, la compresión es reemplazada por tracción. Para cada punto es posible determinar la magnitud y dirección de sus esfuerzos principales, a través de las siguientes expresiones:

$$\sigma_{max,min} = \frac{\sigma_x}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + v^2} \quad \dots Ecuación 17$$

$$\tan 2\theta = \frac{2v}{\sigma_x} \quad \dots \text{Ecuación 18}$$

Donde:

$\sigma_{max}$ : Esfuerzo principal de tensión en la dirección  $\Theta$ .

$\sigma_{min}$ : Esfuerzo principal de compresión en la dirección  $\Theta$ .

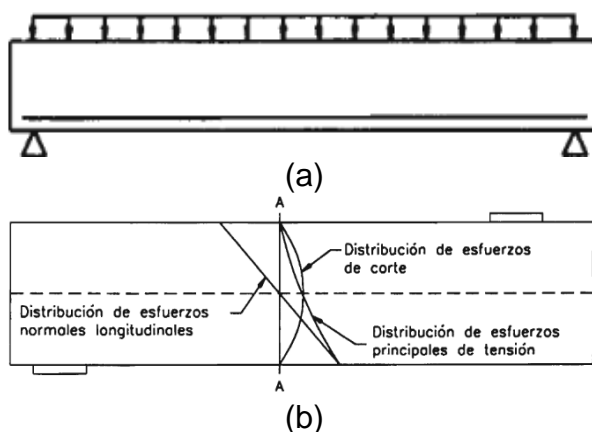
$\sigma_x$ : Esfuerzo de tracción o compresión debido al momento flector

$v$ : Esfuerzo de corte debido a la fuerza cortante

$\Theta$ : Ángulo que forma la dirección del esfuerzo principal con el eje del elemento.

La distribución de  $\sigma_x$ ,  $v$ , y  $\sigma_{max}$  en la sección A - A se muestra en la figura 4.b.

Figura 4. Viga simplemente apoyada sometida a carga uniforme repartida y distribución de esfuerzos en la sección A - A.



Fuente: Diseño de Estructuras de Concreto Armado,  
Teodoro E. Harmsen, 2002.

Se Observa que:

1. En el eje neutro sólo actúa el esfuerzo de corte,  $\sigma_x = 0$  y por lo tanto  $\sigma_{max} = v$  y  $\Theta = 45^\circ$  y  $\Theta = 135^\circ$ .

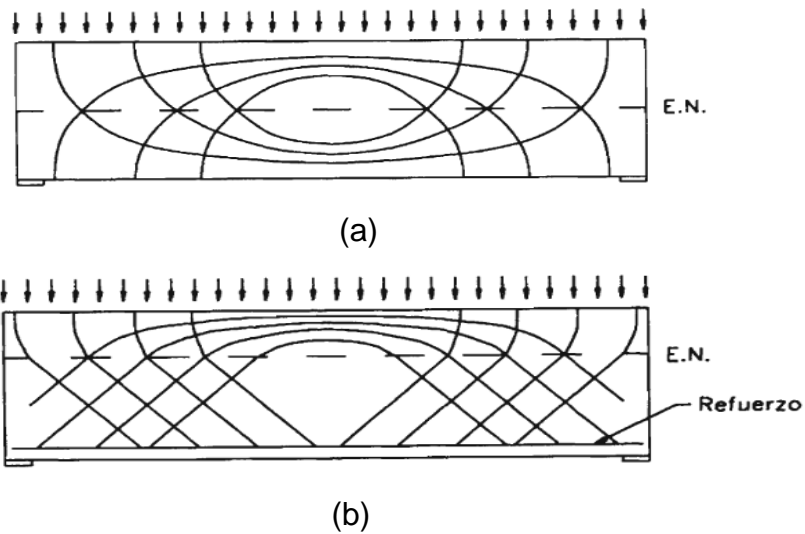
2. El esfuerzo principal de tensión es menor que  $v$  por encima del eje neutro y mayor por debajo de él.
3. En el borde compresión superior del elemento, el esfuerzo de corte es nulo y el esfuerzo principal de es igual a  $\sigma_x$ . Este último se presenta paralelo al eje del elemento.
4. En el borde inferior ocurre lo mismo que en el caso anterior. El esfuerzo cortante es nulo y el esfuerzo de tracción es paralelo al eje del elemento e igual a  $\sigma_x$ . En los dos últimos casos,  $\Theta = \pm 90^\circ$ ,  $\Theta = \pm 180^\circ$  y  $\sigma_{max} = \sigma_x$ .

Consideremos ahora una viga de concreto similar a la analizada pero provista de refuerzo longitudinal para resistir los esfuerzos generados por la flexión. El concreto es un material que tiene poca resistencia a la tracción en comparación con su resistencia a la compresión y al esfuerzo cortante. Los esfuerzos de tensión alcanzan la resistencia del material antes que los esfuerzos de corte y las grietas que se presentan son ocasionados por los primeros. En cualquier punto por debajo del eje neutro, el esfuerzo  $\sigma_x$  es nulo y por lo tanto,  $\Theta = \pm 45^\circ$ ,  $\Theta = \pm 135^\circ$

En la figura 5 se presenta, las curvas isostáticas de compresión y tracción de una viga de concreto armado, en líneas punteadas y llenas respectivamente. Estas indican la dirección en que se desarrollan los esfuerzos principales de tracción y compresión. Los esfuerzos de tracción que se observaban paralelos al eje del elemento cuando estaba sometido a flexión pura, ahora se muestran inclinados. Este fenómeno se denomina tracción diagonal y es el principal efecto ocasionado por la presencia de la fuerza cortante. Como se indicó en párrafos previos, el concreto, débil en tensión se rajará siguiendo la dirección de alguna de las líneas de puntos. El refuerzo longitudinal dispuesto para resistir la flexión es ineficiente para

soportar la tracción diagonal y se origina la necesidad de distribuir acero transversal que la resista.

*Figura 5. Curvas Isostáticas sobre vigas sometidas a carga uniformemente repartida. (a) Viga de material homogéneo. (b) Viga de concreto armado.*



Fuente: Diseño de Estructuras de Concreto Armado, Teodoro E. Harmsen, 2002.

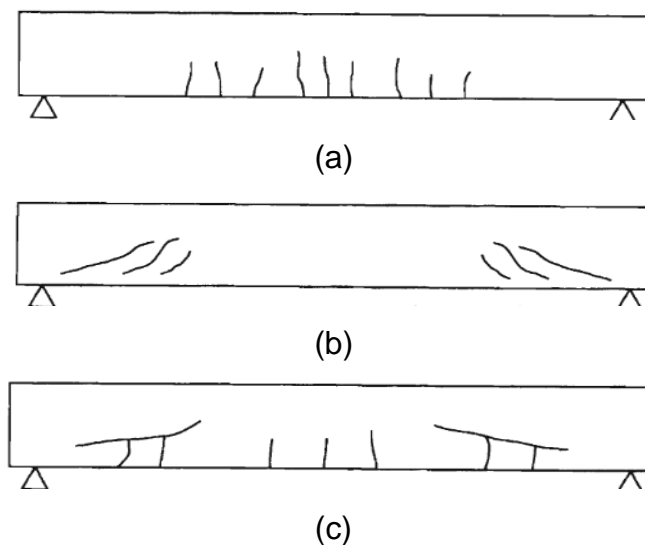
Es posible distinguir tres tipos de rajaduras en vigas de concreto armado:

1. **Rajaduras de flexión:** Se presentan en las secciones donde se producen los mayores esfuerzos de flexión, es decir, en el tercio central de la luz de la viga y en los apoyos si se trata de elementos continuos. Son verticales y se inician al borde del elemento. En estas secciones, el efecto de la fuerza cortante es pequeño en comparación con el del momento flector (figura 6.a).

2. **Rajaduras de tracción diagonal:** Son propias de zonas en las cuales  $\sigma_x$ , es casi nulo y las tensiones principales se presentan a  $45^\circ$ . Se inician en el eje neutro o cerca de él y se extienden diagonalmente hacia los bordes del elemento. La fuerza cortante que produce el agrietamiento diagonal es del orden de  $0.53\sqrt{f'c}b_wd$ . (Ver Figura 6.b)

3. **Rajaduras de flexo-tracción:** Al producirse las primeras grietas ocasionadas por flexión, la sección que resiste el corte se ve disminuida. En la garganta no fisurada se presenta una concentración de esfuerzos, tanto de corte como de compresión que ocasiona que las rajaduras tiendan a inclinarse. La fuerza cortante de agrietamiento diagonal es aproximadamente  $0.50\sqrt{f'c}b_wd$ , la cual es menor que la que ocasiona las rajaduras de tracción diagonal (figura 6.c)

Figura 6. Tipos de Rajaduras que presentan las vigas de concreto armado. (a) Rajaduras de Flexión. (b) Rajaduras de Tracción diagonal. (c) Rajaduras de flexo - tracción.



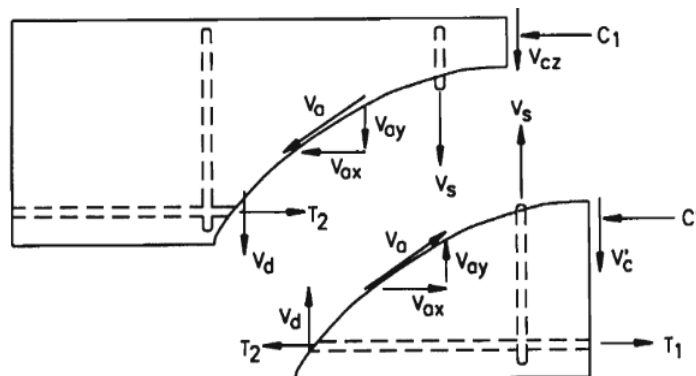
Fuente: Diseño de Estructuras de Concreto Armado, Teodoro E. Harmsen, 2002.

Después de la formación de las primeras grietas, la distribución de esfuerzos principales tiene poca influencia en la formación de las rajaduras sucesivas ya que el concreto armado deja de funcionar como un material homogéneo. En lo sucesivo, el comportamiento del elemento dependerá de si cuenta o no con refuerzo transversal.

## COMPORTAMIENTO CON REFUERZO EN EL ALMA

Si la viga cuenta con refuerzo en el alma, la fuerza de corte será resistida por las componentes mostradas en la figura 7.

Figura 7. Fuerzas que resisten el corte en vigas con refuerzo en el alma.

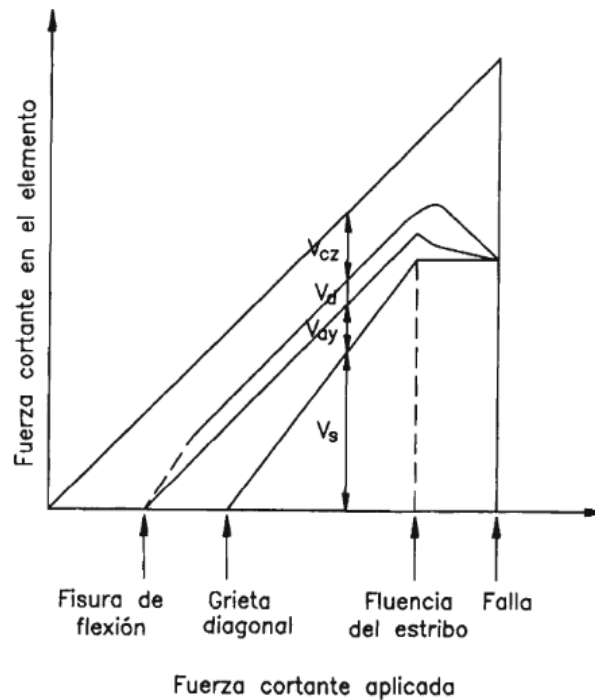


Fuente: Diseño de Estructuras de Concreto Armado, Teodoro E. Harmsen, 2002.

La fuerza  $V_s$ , corresponde al aporte del refuerzo transversal o refuerzo en el alma. En la figura 8 se muestra, cualitativamente la contribución de  $V_{cz}$ ,  $V_a$ ,  $V_d$  y  $V_s$  a la resistencia a la fuerza cortante de una sección conforme se incrementan las cargas.



Figura 8. Resistencia al corte aportado por el concreto y por acero longitudinal y transversal.



Fuente: Diseño de Estructuras de Concreto Armado, Teodoro E. Harmsen, 2002.

Antes de la rajadura vertical, el cortante externo es absorbido íntegramente por el concreto a través de  $V_{cz}$ . Cuando ésta se produce, las fuerzas  $V_a$  y  $V_d$  aparecen. La primera crece hasta que se produce la fisura diagonal mientras que la segunda se mantiene casi constante en este intervalo. Al presentarse la grieta diagonal, el refuerzo en el alma comienza a trabajar, aportando la fuerza  $V_s$ . Esta se incrementa linealmente conforme se ensancha la rajadura. Simultáneamente, la fuerza de fricción  $V_a$  disminuye pues la interacción entre los agregados se va reduciendo poco a poco. Cuando el acero del alma entra en fluencia, la grieta crece rápidamente y el refuerzo longitudinal pierde adherencia con el concreto que lo rodea  $V_d$  decrece rápidamente al igual que  $V_a$ . En

la falla, estas dos últimas componentes se hacen iguales a cero y  $V_{cz}$  sufre un incremento repentino.

El refuerzo transversal en elementos de concreto armado no sólo incrementa la resistencia al corte de la pieza sino que provee confinamiento al concreto. Este le confiere una mayor resistencia a la compresión y aumenta la capacidad de giro de las rótulas plásticas de estructuras estáticamente indeterminadas. En zonas de alto riesgo sísmico, se toman provisiones especiales en cuanto a su distribución, para garantizar la ductilidad del sistema.

## **DISEÑO DE ELEMENTOS PRISMÁTICOS SOMETIDO A FUERZA CORTANTE SEGÚN EL CÓDIGO DEL ACI**

Antes de presentar la formula semi - empírica desarrollada por el código del ACI para determinar la resistencia del acero y el concreto al corte, se expondrá algunas consideraciones previas, la mayoría de las cuales está incluida en la sección 11.1 del código:

1. Excepto para los elementos que se diseñen de acuerdo al apéndice A del ACI, la resistencia nominal al corte en una sección cualquiera, será la suma de las resistencias aportadas por el concreto y por el refuerzo:

$$V_n = V_c + V_s \quad \dots \text{Ecuación 19}$$

Donde:

$V_n$ : Resistencia nominal al cortante.

$V_c$ : Resistencia nominal al cortante proporcionada por el concreto.

$V_s$ : Resistencia nominal al cortante proporcionada por el acero.

En todas las secciones deberá cumplirse:

$$V_u = \phi V_n \quad \dots \text{Ecuación 20}$$

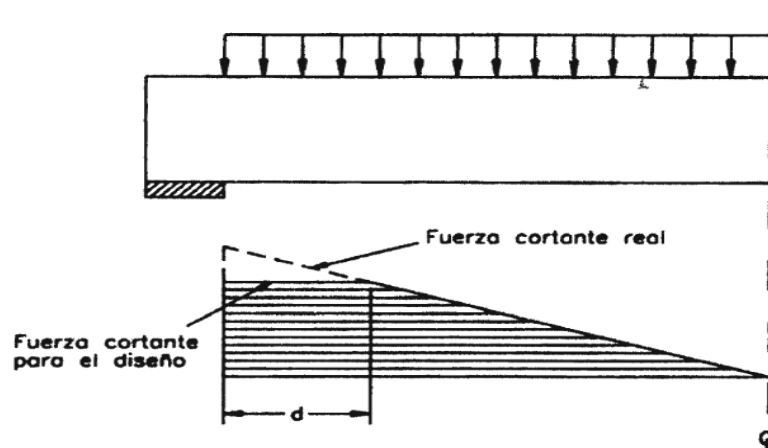
Donde:

$V_u$ : Fuerza cortante amplificada en la sección considerada.

$V_n$ : Resistencia nominal al cortante.

2. Si la reacción del apoyo induce compresión en el elemento, si las cargas están aplicadas en la parte superior de la viga y no hay cargas concentradas entre la cara del apoyo y una sección ubicada a  $d$  de ella, entonces las secciones situadas en éste tramo se diseñarán para un cortante último igual al correspondiente a la sección ubicada a  $d$  del apoyo. Esta sección se denomina sección crítica y es la que se encuentra sometida al mayor cortante de diseño del elemento. En la figura 9. se muestra gráficamente la implicancia de esta consideración.

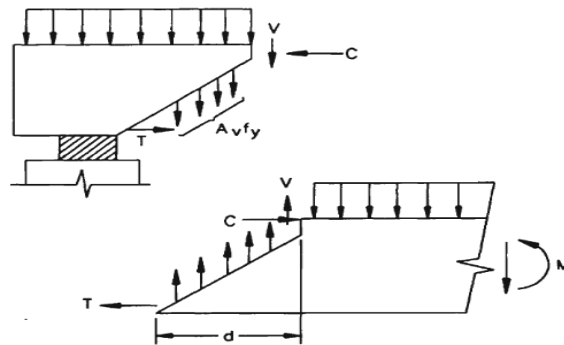
Figura 9. Diagrama de Fuerzas cortantes para el diseño de la viga.



Fuente: Diseño de Estructuras de Concreto Armado, Teodoro E. Harmsen, 2002.

La reducción de la carga de diseño en los apoyos se debe a que la reacción de compresión incrementa la resistencia al corte de la pieza. Además, la grieta más cercana al apoyo que puede presentarse tiene una inclinación de  $45^\circ$  y alcanza el borde superior del elemento a "d" de la cara, como se muestra en la figura 10. Las cargas distribuidas aplicadas en el tramo AB son transmitidas al apoyo por compresión directa. Por ello, no se consideran para el diseño del refuerzo transversal.

*Figura 10. Mecanismo de resistencia al corte en las secciones adyacentes a los apoyos.*



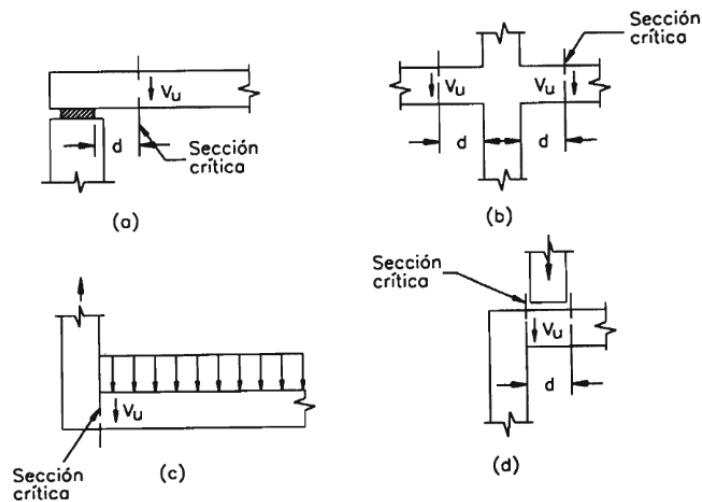
Fuente: Diseño de Estructuras de Concreto Armado, Teodoro E. Harmsen, 2002.

Si existiese una carga concentrada en el tramo AB, la grieta se hubiera desarrollado de otra manera y el mecanismo de resistencia hubiera sido diferente. En este caso la sección crítica se ubica a la cara del apoyo.

1. Cuando la reacción en el apoyo es de tracción, la sección crítica se ubica en la cara del apoyo. En la figura 11, se muestran algunos casos en los cuales la sección crítica se ubica a "d" del apoyo y otros en los que está a la cara.

2. Si la carga está aplicada en la parte inferior del elemento, la sección crítica se ubica en la cara del apoyo.
3. Para tener un control adecuado del tamaño de las fisuras diagonales se restringe el esfuerzo de fluencia del acero transversal a 4200 kg/cm<sup>2</sup> (ACI - 27.2).

Figura 11. Sección crítica para el diseño por corte en diferentes situaciones.



Fuente: Diseño de Estructuras de Concreto Armado, Teodoro E. Harmsen, 2002.

## RESISTENCIA DEL CONCRETO A LA FUERZA CORTANTE ( $V_c$ )

El código del ACI sugiere una expresión simplificada para la determinación de  $V_c$ :

$$V_c = 0.53\sqrt{f'_c} b_w d \quad \dots \text{Ecuación 21}$$

## TIPOS DE REFUERZO TRANSVERSAL

Entre los diversos tipos de refuerzo en el alma que existen se tiene:

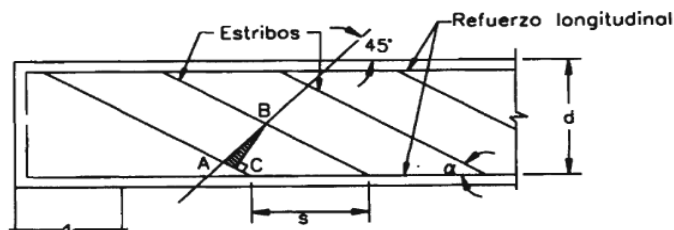
1. Estribos perpendiculares al refuerzo principal.
2. Estribos inclinados  $45^\circ$  o más respecto al refuerzo longitudinal.
3. Espirales de poco paso, usadas mayormente en columnas o en vigas sometidas a sollicitaciones considerables de torsión.
4. Barras longitudinales dobladas bajo un ángulo mayor que  $30^\circ$ .
5. Combinaciones de barras dobladas y estribos.

Aunque los segundos son las más eficientes teóricamente, los primeros son los más utilizados. (Harmsen, 2002)

## RESISTENCIA AL CORTE APORTADA POR EL REFUERZO TRANSVERSAL

La resistencia al corte del refuerzo transversal se determina analizando la fuerza ejercida por el acero a lo largo de una fisura diagonal como la mostrada en la figura 12. El refuerzo está inclinado un ángulo  $\alpha$  respecto al eje del elemento y está sometido a su esfuerzo de fluencia:

*Figura 12. Notación empleada para la determinación de la resistencia al corte aportada por el refuerzo transversal.*



Fuente: Diseño de Estructuras de Concreto Armado, Teodoro E. Harmsen, 2002.

Además, se asume que la grieta forma un ángulo de  $45^\circ$  con el eje. En el triángulo  $\Delta ABC$  se plantea:

$$\widehat{ABC} = 45^\circ - \alpha \quad \dots \text{Ecuación 22}$$

$$\overline{BC} = s \sin \alpha \quad \dots \text{Ecuación 23}$$

$$\overline{AB} = \frac{\overline{BC}}{\cos \widehat{ABC}} \quad \dots \text{Ecuación 24}$$

Combinando las tres expresiones anteriores:

$$\overline{AB} = \frac{\overline{BC}}{\cos \widehat{ABC}} = \frac{s \sin \alpha}{\cos(45^\circ - \alpha)} = \frac{s \sin \alpha}{\sin 45 (\sin \alpha + \cos \alpha)} \quad \dots \text{Ec. 25}$$

El número de estribos o barras dobladas que atraviesa la grieta inclinada es:

$$\#estribos = \frac{d/\sin 45}{\overline{AB}} = \frac{d (\sin \alpha + \cos \alpha)}{s \sin \alpha} \quad \dots \text{Ecuación 26}$$

Dónde:

Av: Área de los dos brazos de un estribo.

La fuerza cortante resistida por los estribos es igual a la componente vertical de la fuerza en ellos, en consecuencia:

$$V_s = F_{est} \sin \alpha = A_v f_y \frac{d}{s} (\sin \alpha + \cos \alpha) \quad \dots \text{Ecuación 27}$$

Si el refuerzo transversal es perpendicular al eje del elemento,  $\alpha = 90^\circ$  y la ecuación 34 se transforma en:

$$V_s = A_v f_y \frac{d}{s} \quad \dots \text{Ecuación 28}$$

## REQUERIMIENTOS MÍNIMOS DE REFUERZO

La falla por corte es frágil y debe ser evitada siempre. Por ello, el código recomienda colocar una cantidad mínima de refuerzo transversal para brindar mayor seguridad al diseño y para garantizar que el elemento sea capaz de resistir los esfuerzos que se presentan después de producirse el agrietamiento diagonal. El refuerzo mínimo sugerido por el código debe colocarse siempre que  $0.5\phi V_c \leq V_u \leq \phi V_c$  y es igual a:

$$A_{v \min} = 0.2 \sqrt{f'_c} \frac{b_w s}{f_y} \quad \dots \text{Ecuación 29}$$

Pero no será menor que:

$$A_v \geq 3.5 \frac{b_w s}{f_y} \quad \dots \text{Ecuación 30}$$

Donde:

S: Separación del refuerzo transversal

$A_v$ : Área de acero transversal provisto para resistir corte

## ESPACIAMIENTO MÁXIMO DEL REFUERZO TRANSVERSAL

Para definir el espaciamiento máximo del refuerzo transversal es necesario considerar que cada fisura diagonal potencial debe ser atravesada por lo menos por una varilla de acero. El código ACI en la sección 11.5.4, recomienda que para estribos perpendiculares al eje del elemento, el espaciamiento máximo sea:

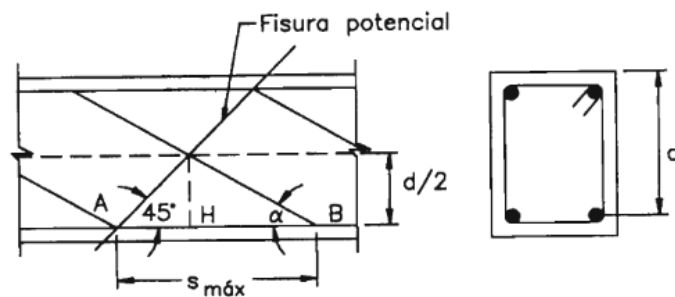
$$s \leq 60 \text{ cm} \quad \dots \text{Ecuación 31}$$

$$s \leq d/2 \text{ cm} \quad \dots \text{Ecuación 32}$$



El refuerzo inclinado deberá ser distribuido de modo que toda línea a 45° que se extienda desde la sección central del elemento hacia el refuerzo longitudinal en tensión sea cruzada, al menos, por una varilla de acero. En la figura 13 se muestra esta condición.

Figura 13. Consideraciones para estimar el espaciamiento máximo del refuerzo transversal.



Fuente: Diseño de Estructuras de Concreto Armado, Teodoro E. Harmsen, 2002.

En el triángulo  $\Delta ABC$  se tiene que:

$$\overline{AH} = \frac{d}{2} \quad \dots \text{Ecuación 33}$$

$$\overline{HB} = \frac{d}{2} \cot \alpha \quad \dots \text{Ecuación 34}$$

El espaciamiento máximo es

$$s_{max} = \overline{AH} + \overline{HB} \quad \dots \text{Ecuación 35}$$

Y, por lo tanto, para el refuerzo transversal inclinado se debe cumplir:

$$s \leq \frac{d}{2} (1 + \cot \alpha) \quad \dots \text{Ecuación 36}$$

Para  $\alpha = 90^\circ$

$$s \leq \frac{d}{2} \quad \dots \text{Ecuación 37}$$

Los espaciamientos máximos precisados en las ecuaciones 34, 35 y 36 son válidos siempre que:

$$V_s \leq 1.1\sqrt{f'c} b_w d \quad \dots \text{Ecuación 38}$$

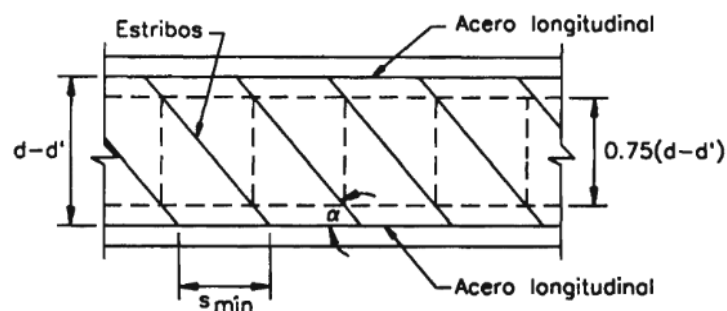
En caso que se exceda estos límites, los espaciamientos máximos deberán reducirse a la mitad, es decir:

$$s \leq 30 \text{ cm} \quad \dots \text{Ecuación 39}$$

$$s \leq \frac{d}{4} \text{ cm} \quad \dots \text{Ecuación 40}$$

Además el código del ACI señala que, para refuerzo transversal inclinado, sólo el 75% central del estribo se considera efectivo para resistir corte (ACI - 11.5.6.6). En consecuencia, la distribución del acero debe garantizar que cada sección vertical sea atravesada por al menos un estribo (ver figura 14).

Figura 14. Criterios para estimar el espaciamiento máximo de refuerzo transversal inclinado.



Fuente: Diseño de Estructuras de Concreto Armado, Teodoro E. Harmsen, 2002.

La longitud efectiva del estribo es:

$$L_{ef} = \frac{0.75(d - d')}{\sin \alpha} \quad \dots \text{Ecuación 41}$$

Por lo que el espaciamiento máximo, equivalente a su proyección horizontal, es:

$$L_h = \frac{0.75(d - d')}{\sin \alpha} \cos \alpha = 0.75(d - d') \cot \alpha \quad \dots \text{Ec. 42}$$

Por lo tanto, además en la figura 14, el refuerzo transversal inclinado deberá cumplir:

$$s \leq 0.75(d - d') \cot \alpha \quad \dots \text{Ecuación 43}$$

Esta restricción es independiente del valor de  $V_s$ .

El control del espaciamiento máximo entre estribos, además de garantizar el adecuado comportamiento de la estructura frente a solicitaciones de corte, permite dar apoyo al refuerzo longitudinal en compresión evitando su pandeo y el desprendimiento del concreto.

## **APORTE MÁXIMO DEL REFUERZO TRANSVERSAL A LA RESISTENCIA AL CORTE.**

El código del ACI en la sección 11.5.6.8 recomienda que:

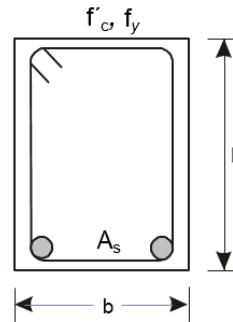
$$V_s \leq 2.1 \sqrt{f'_c} b_w d \quad \dots \text{Ecuación 44}$$

En caso que se requiera un aporte mayor del refuerzo transversal es necesario incrementar las dimensiones de la sección del elemento o aumentar la resistencia del concreto.

## 2.2.4. PREDIMENSIONAMIENTO DE VIGAS

### 2.2.4.1. PREDIMENSIONAMIENTO DE VIGAS PRINCIPALES

Figura 15. Viga rectangular con acero sólo en tracción.



Fuente: Diseño en Concreto Armado, Roberto Morales Morales, 2004.

De acuerdo con el ACI 318 - 14, para una viga de sección rectangular con acero solo en tracción, se tiene que:

$$\frac{M_u}{\phi} = f'c b d^2 \omega (1 - 0.59\omega) \quad \dots \text{Ecuación 45}$$

$$\omega = \frac{\rho f_y}{f'c} \quad \dots \text{Ecuación 46}$$

$$\rho = \frac{A_s}{b d} \quad \dots \text{Ecuación 47}$$

Donde:

$f'c$ : Resistencia del concreto

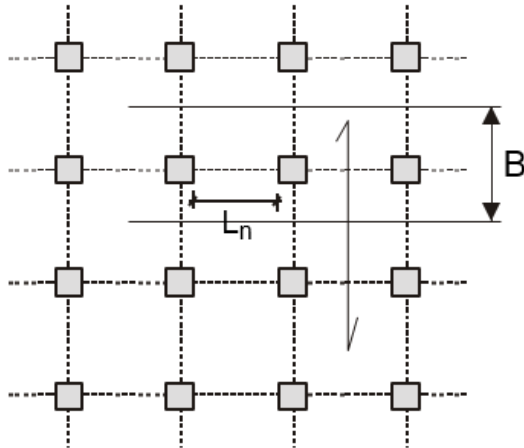
$f_y$ : Resistencia a la tracción del acero de refuerzo

$\rho$ : Cuantía en falla a la tracción.

$A_s$ : Área de acero de refuerzo de la viga.

Luego, en la Figura 16:

Figura 16. Viga en planta de una viga cualquiera.



Fuente: Diseño en Concreto Armado, Roberto Morales Morales, 2004.

El momento flector para una viga, de sección rectangular cualquiera, se expresa:

$$M_u = \frac{(w_u B)L_n^2}{\alpha} \quad \dots \text{Ecuación 48}$$

Donde:

$w_u$ : Carga por unidad de área.

$L_n$ : Longitud Libre

$B$ : Dimensión transversa tributaria.

$\alpha$ : Coeficiente de momento.

Igualando la ecuaciones 46 y 48

$$f'c bd^2 \omega (1 - 0.59 \omega) = \frac{(w_u B)L_n^2}{\alpha \phi} \quad \dots \text{Ecuación 49}$$

De donde:

$$d = L_n \sqrt{\frac{w_u B}{\alpha \phi f'_c b \omega (1 - 0.59 \omega)}} \quad \dots \text{Ecuación 50}$$

Considerando la sección del momento positivo máximo, asumimos

$$\alpha = 16$$

$$\phi = 0.9$$

$$b = B/20$$

$$f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$\rho = 0.007 \text{ (7\%)}$$

$$\omega = \frac{\rho f_y}{f'_c} = \frac{0.007(4200)}{210} = 0.14$$

$$h = d/1.1 \text{ (F.S = 10\%)}$$

Luego:

$$h = L_n * \sqrt{\frac{w_u B}{(16)(0.9)(210) \left(\frac{B}{20}\right) (0.14)(1 - 0.59 * 0.14)}} \quad \text{Ec. 51}$$

$$h = \frac{L_n}{\left(\frac{4.4068}{\sqrt{w_u}}\right)}$$

$$h = \frac{d}{1.1} = \frac{L_n}{\left(\frac{4.4068}{\sqrt{w_u}}\right)}$$

$$d = \frac{L_n}{\left(\frac{4}{\sqrt{w_u}}\right)} \quad \dots \text{Ecuación 52}$$

Donde:

d: Peralte de la viga

$L_n$ : Luz libre de la viga

$w_u$ : Carga por unidad de área

## 2.2.5. COLUMNAS

Son elementos, generalmente verticales, que reciben las cargas de las losas y de las vigas con el fin de transmitirlos hacia la cimentación, y permiten que una edificación tenga varios niveles.

Desde el punto sísmico, las columnas son elementos muy importantes, pues forman con las vigas los denominados pórticos, que constituyen el esqueleto sismo – resistente junto con los muros, si estos existen.

Las columnas son elementos principalmente sometidos a esfuerzos de compresión y simultáneamente a los de flexión (flexo compresión), debido a que tienen momentos flectores transmitidos por las vigas y reciben las cargas axiales de los diferentes niveles de la edificación. La sección transversal de la columna dependerá de la magnitud de la carga vertical que recibe y de la magnitud de los momentos flectores actuantes. (Blanco, 2002).

### 2.2.5.1. DISEÑO DE COLUMNAS CORTAS DE CONCRETO ARMADO

Para estimar, en principio, las dimensiones de la sección, se suele emplear expresiones como las siguientes:

Para columnas con estribos:

$$A_g = \frac{P_u}{0.45(f'_c + f_y \rho_t)} \quad \dots \text{Ecuación 53}$$

$$A_g = \frac{P_u}{0.45f'_c} \quad \dots \text{Ecuación 54}$$

A partir del área estimada, se definen las dimensiones de la sección del elemento, las cuales suelen ser múltiplos de 5 cm.

Si la columna está sometida a flexo - compresión, se emplean unos diagramas de interacción. Es necesario definir una distribución de refuerzo para escoger el diagrama de interacción a utilizar. Se evalúan las cargas  $P_u$  y  $M_u$ , y se calcula  $P_u/f'_c bh$  y  $e/h$ . Con el primer valor se ingresa al diagrama por el eje vertical y se ubica, sobre la recta  $e/h$  correspondiente, el punto que corresponde a la condición de carga analizada. De acuerdo a la distribución de los diagramas para diferentes cuantías de refuerzo, se estima una cuantía para dicho punto. Para optimizar el diseño, se puede repetir el proceso con otras distribuciones de refuerzo, evaluando las cuantías en cada caso. Finalmente se elige la sección más eficiente, es decir, la que requiera menos refuerzo. De ser preciso, se reconsidera las dimensiones de la sección transversal.

Limitaciones del refuerzo en miembros a compresión:

El código del ACI recomienda una cuantía mínima y una cuantía máxima de refuerzo que se debe utilizar en columnas, de acuerdo a algunos criterios que se presentan a continuación (ACI - 10.9).

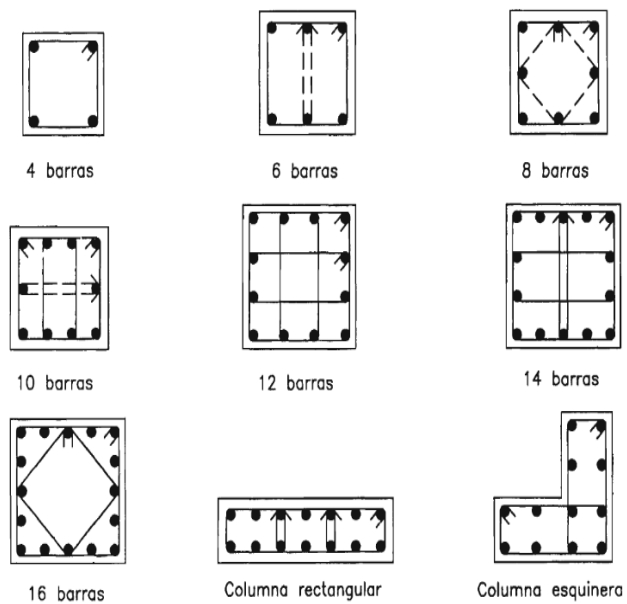
El refuerzo longitudinal de una columna le provee resistencia a la flexión y reduce los efectos de creep y contracción del concreto bajo cargas sostenidas. Los ensayos han demostrado que estos efectos tienden a transferir la carga del concreto al refuerzo con el consiguiente incremento del esfuerzo en el acero. Esta transferencia se acentúa conforme la cuantía disminuye



y cuando ésta es muy pequeña, el acero entra en fluencia bajo cargas de servicio. Por ello, el código recomienda un área de refuerzo longitudinal de, por lo menos, 0.01 veces el área de la sección bruta de la columna.

Las columnas con estribos rectangulares y circulares requieren, como mínimo, cuatro varillas longitudinales. Si se emplea refuerzo transversal espiral son necesarias, por lo menos, seis barras longitudinales (ACI - 10.9.2). Las columnas que tengan secciones diferentes requieren de, por lo menos, una varilla en cada esquina. En la Figura 17 se muestran algunas distribuciones de acero longitudinal.

*Figura 17. Distribuciones típicas de acero longitudinal.*



Fuente: Diseño de Estructuras de Concreto Armado, Teodoro E. Harmsen, 2002.

### 2.2.5.2. COLUMNAS CON ESTRIBOS

El espaciamiento vertical de los estribos, S, deberá cumplir:

$$s \leq 16d_{b \text{ longitudinal}} \quad \dots \text{Ecuación 55}$$

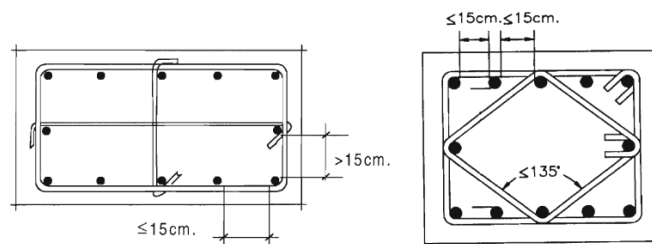
$$s \leq 48d_{b \text{ estribo}} \quad \dots \text{Ecuación 56}$$

Donde:

S: menor dimensión de la sección transversal de la columna

Los estribos se distribuirán como se muestra en la Figura 18. En zonas no sísmicas los ganchos de los estribos pueden ser de 90° (ties) y los estribos de zonas sísmicas (hoops) tienen que tener forzosamente ganchos de 135°.

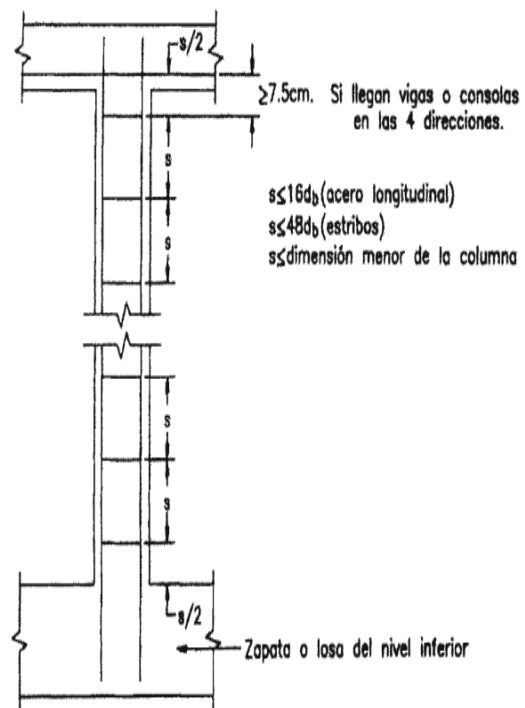
*Figura 18. Distribuciones típicas de acero transversal.*



Fuente: Diseño de Estructuras de Concreto Armado, Teodoro E. Harmsen, 2002.

Los estribos se distribuirán verticalmente sobre la zapata o la losa del nivel inferior, a partir de  $s/2$ , hasta una distancia similar por debajo del refuerzo horizontal más bajo del elemento superior, viga o losa (ver Figura 19). Si a la columna llegan vigas o consolas en cuatro direcciones, los estribos terminarán a no menos de 7.5 cm del refuerzo horizontal más bajo del elemento menos peraltado.

Figura 19. Distribuciones de estribos en columnas.



Fuente: Diseño de Estructuras de Concreto Armado, Teodoro E. Harmsen, 2002

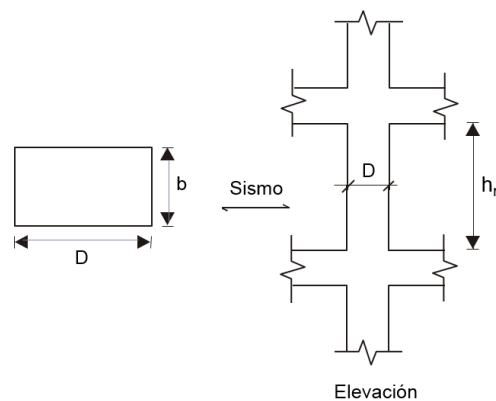
## 2.2.6. PREDIMENSIONAMIENTO DE COLUMNAS

### Consideraciones para zonas de alto riesgo sísmico.

Según la discusión de algunos resultados de investigaciones en Japón debido al sismo de TOKACHI 1968, donde colapsaron muchas columnas, por:

- Fuerza Cortante.
- Deficiencia de anclaje del acero en las vigas.
- Deficiencia en los empalmes del acero en las columnas.

Figura 20. Vista en elevación de una columna cualquiera.



Fuente: Diseño en Concreto Armado, Roberto Morales Morales, 2004.

De los resultados se obtiene:

Si:  $\frac{h_n}{D} \leq 2$   $\Rightarrow$  Fallan de manera frágil por fuerza cortante (columna extremadamente corta)

Si:  $2 < \frac{h_n}{D} \leq 4$   $\Rightarrow$  Falla frágil o falla dúctil.

Si:  $4 \geq \frac{h_n}{D}$   $\Rightarrow$  Falla dúctil

Se recomienda que:

$$4 \geq \frac{h_n}{D} \quad \dots \text{Ecuación 57}$$

Según ensayos experimentales en Japón:

$$n = \frac{P}{f'_c b D} \quad \dots \text{Ecuación 58}$$

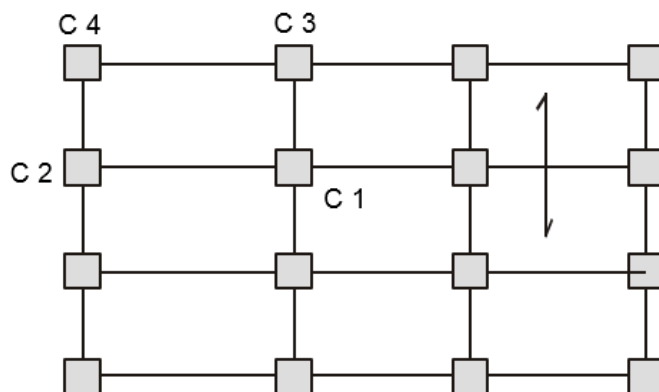
Donde:

n: Índice de aplastamiento

Si:  $n > \frac{1}{3}$   $\Rightarrow$  Falla frágil por aplastamiento debido a cargas axiales excesivas.

Si:  $n < \frac{1}{3}$   $\Rightarrow$  Falla dúctil.

Figura 21. Vista en planta de columnas en un edificio cualquiera.



Fuente: Diseño en Concreto Armado, Roberto Morales Morales, 2004.

C1: Columna Central

C2: Columna extrema de un pórtico principal interior.

C3: Columna extrema de un pórtico secundario interior.

C4: Columna en esquina.

Las columnas se predimensionan con:

$$bD = \frac{KP}{n f'c} \quad \dots \text{Ecuación 59}$$

Donde

D: Dimensión de la sección en la dirección del análisis sísmico de la columna.

b: la otra dimensión de la sección de la columna.

K: Valor del cuadro en función al tipo de columna.

P: Peso del metrado de cargas.

n: Valor de la Tabla 2, en función al tipo de columna.

f'c: Resistencia a la compresión del concreto.

*Tabla 2: Valores de “K” y “n”, según el tipo de columna a diseñar.*

TIPO DE COLUMNA	K	n
Columna Interior de Primer Piso	1.1	0.30
Columna Interior de Ultimo Piso	1.1	0.25
Columna Exterior de pórtico interior	1.25	0.25
Columna de esquina	1.50	0.20

Fuente: Concreto Armado II, Roberto Morales Morales, ICG, 2006

## **2.2.7. UNIONES VIGA – COLUMNA**

Es ampliamente reconocido que las uniones viga - columna pueden transformarse en regiones de comportamiento crítico en pórticos de hormigón armado diseñados para incursionar en rango inelástico bajo acción sísmica. Como consecuencia de los momentos de signo opuesto que se desarrollan en los extremos de columnas por encima y por debajo de la unión, y en forma similar a la reversión de los momentos de las vigas a través del nudo, éste se ve sometido a fuerzas de corte horizontal y vertical cuyas magnitudes son varias veces mayores que las que corresponden a las columnas y vigas adyacentes. En consecuencia, si no son diseñados correctamente pueden sufrir una falla de corte.

### **2.2.7.1. IMPORTANCIA DE LA CONEXIÓN DE UNA VIGA CON UNA COLUMNA EN LA SEGURIDAD DE LA CONSTRUCCION**

Una de las causas de falla en una estructura de concreto reforzado es la atención inadecuada que se le presta al detallado del refuerzo. Cuando esto sucede el problema se puede localizar en las conexiones de los elementos estructurales principales como son las columnas y las vigas.

Recordemos que uno de los requisitos esenciales que hay que cuidar para lograr una transferencia efectiva de las fuerzas que están actuando en una estructura de concreto armado, es una exigente especificación y completa ejecución del detalle del refuerzo en los planos de ingeniería. Este detalle debe incluir la configuración de los nudos, dobleces, puntos de corte, etc. para las

barras principales, y otras indicaciones para el refuerzo suplementario.

En el caso del nudo, este debe ser capaz de soportar las combinaciones de fuerzas a las cuales estará sometido durante los efectos de un sismo para que así sean transmitidas a través del nudo a los correspondientes elementos de soporte, garantizando de esta manera la estabilidad e integridad de la estructura.

Entonces como se comprenderá, el diseño, el detallado y la ejecución en obra al realizar un nudo merecen una especial atención, sobre todo en nuestro país que cuenta con significativa actividad sísmica.

#### **2.2.7.2. CONFINAMIENTO EN EL NUDO**

Hay que recordar que el comportamiento exitoso de una unión viga -columna, depende fundamentalmente del confinamiento lateral que se le proporcione al nudo.

Este confinamiento tiene dos beneficios:

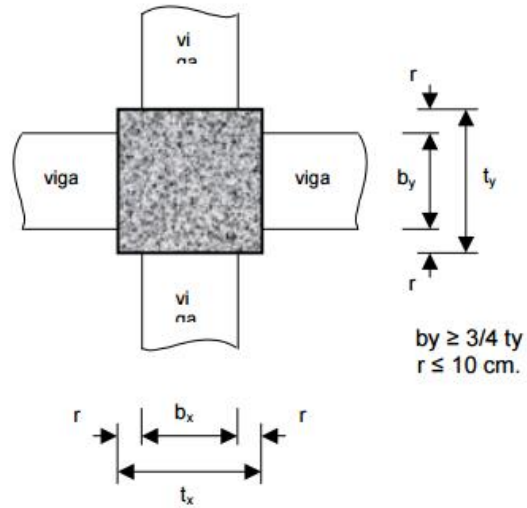
1. Aumenta la resistencia del núcleo de concreto y mejora su capacidad de deformación.
2. Evita el pandeo hacia fuera de las barras verticales de la columna.

Este confinamiento puede proporcionarse bien sea mediante las vigas que llegan hasta el nudo o por estribos especiales en la columna colocados dentro de la zona del nudo.



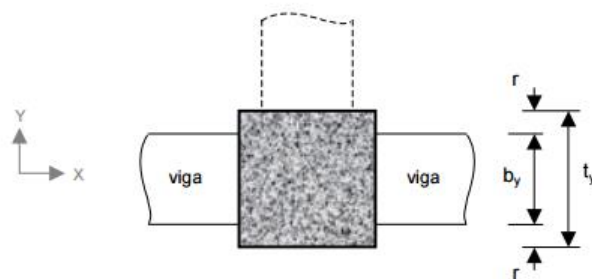
El confinamiento mediante vigas se ilustra en la Figura 22 y 23.

Figura 22. Vigas que llegan a las cuatro caras el nudo.



Fuente: Comportamiento y Diseño de Nudos. Carlos Ricardo Llopiz, 2004.

Figura 23. Vigas que llegan solo a dos caras opuestas del nudo.

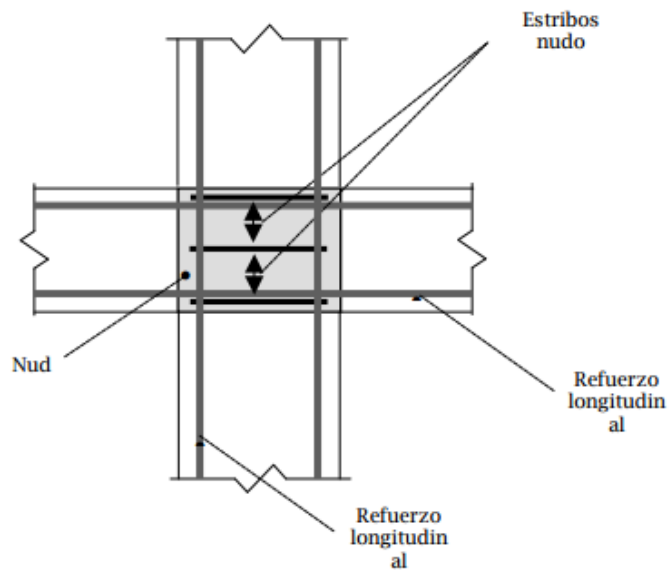


Fuente: Comportamiento y Diseño de Nudos. Carlos Ricardo Llopiz, 2004.

### 2.2.7.3. CONFINAMIENTO CON ESTRIBOS

El A.C.I. 318 recomienda distribuir estribos a todo lo alto del nudo para mantener su capacidad de carga vertical aun después que el recubrimiento de concreto se desprenda; además de esto, sirven también para mejorar la adherencia entre el acero y el concreto de la conexión. EL A.C.I. 318 igualmente consigna la metodología de cálculo a seguir para determinar el estribado en el nudo correspondiente al refuerzo de confinamiento de las columnas.

*Figura 24. Detalle de estribos en unión viga-columna.*



Fuente: Comportamiento y Diseño de Nudos. Carlos Ricardo LLopez, 2004.

## 2.2.8. REQUISITOS DE RESISTENCIA Y DE SERVICIO

### 2.2.8.1. GENERALIDADES

Las estructuras y los elementos estructurales deberán diseñarse para obtener en todas sus secciones **resistencias de diseño** ( $\phi R_n$ ) por lo menos iguales a las resistencias requeridas ( $R_u$ ). En todas las secciones de los elementos estructurales deberá cumplirse:

$$(\phi R_n) \geq R_u \quad \dots \text{Ecuación 60}$$

### 2.2.8.2. RESISTENCIA REQUERIDA

La resistencia requerida para cargas muertas ( $C_M$ ) y cargas vivas ( $C_V$ ) será como mínimo:

$$U = 1.4C_M + 1.7C_V \quad \dots \text{Ecuación 61}$$

Si en el diseño se tuvieran que considerar cargas de viento ( $CV_i$ ), además de lo indicado en 2.2.11.1 del ACI, la resistencia requerida será como mínimo:

$$U = 1.25(C_M + 1.7 C_V \pm CV_i) \quad \dots \text{Ecuación 62}$$

$$U = 0.9 C_M \pm 1.25 CV_i \quad \dots \text{Ecuación 63}$$

Si en el diseño se tuvieran que considerar cargas de sismo ( $C_S$ ), además de lo indicado en 2.2.11.1 del ACI, la resistencia requerida será como mínimo:

$$U = 1.25(C_M + 1.7 C_V) + C_S \quad \dots \text{Ecuación 64}$$

$$U = 0.9C_M \pm C_S \quad \dots \text{Ecuación 65}$$

No será necesario considerar acciones de sismo y de viento simultáneamente.

Si fuera necesario incluir en el diseño el efecto del peso y empuje lateral de los suelos ( $C_E$ ), la presión ejercida por el agua contenida en el suelo o la presión y peso ejercidos por otros materiales, además de lo indicado en 2.2.11.1 del ACI, la resistencia requerida será como mínimo:

$$U = 1.4C_M + 1.7C_V + 1.7C_E \quad \dots \text{Ecuación 66}$$

En el caso en que la carga muerta o la carga viva reduzcan el efecto del empuje lateral, se usará:

$$U = 0.9C_M \pm 1.7 C_E \quad \dots \text{Ecuación 67}$$

Si fuera necesario incluir en el diseño el efecto de cargas debidas a peso y presión de líquidos ( $C_L$ ) con densidades bien definidas y alturas máximas controladas, además de los indicado en 9.2.1 del ACI, la resistencia requerida será como mínimo:

$$U = 1.4C_M + 1.7C_V + 1.7C_L \quad \dots \text{Ecuación 68}$$

Si fuera necesario incluir en el diseño el efecto de cargas de impacto, éstas deberán incluirse en la carga viva ( $C_V$ ).

Si fuera necesario incluir en el diseño el efecto de las cargas de nieve o granizo, éstas deberán considerarse como cargas vivas ( $C_V$ ).

Si fuera necesario incluir los efectos ( $C_T$ ) de los asentamientos diferenciales, flujo plástico del concreto, retracción restringida del concreto, expansión de concretos con retracción compensada o cambios de

temperatura, la resistencia requerida, además de lo indicado en 9.2.1 del ACI, deberá ser como mínimo:

$$U = 1.05 C_M + 1.25 C_V + 1.05 C_T \quad \dots \text{Ecuación 69}$$

$$U = 1.4 C_M + 1.4 C_T \quad \dots \text{Ecuación 70}$$

### 2.2.8.3. RESISTENCIA DE DISEÑO

Las resistencias de diseño ( $\phi R_n$ ) proporcionada por un elemento, sus conexiones con otros elementos, así como sus secciones transversales, en términos de flexión, carga axial, cortante y torsión, deben tomarse como la resistencia nominal calculada de acuerdo con los requisitos y suposiciones de la Norma, multiplicada por los factores  $\phi$  de reducción de resistencia especificados a continuación.

El factor de reducción de resistencia  $\phi$  es:

Flexión sin carga axial.....	0.90
Carga axial y carga axial con flexión	
(a) Carga axial de tracción con o sin flexión....	0.90
(b) Carga axial de compresión con o sin flexión	
Elementos con refuerzo en espiral.....	0.75
Otros elementos.....	0.70
Cortante y torsión.....	0.85
Aplastamiento en el concreto (excepto para las zonas de anclajes de postensado).....	0.70
Zonas de anclaje de postensado.....	0.85

### 2.3. DEFINICIÓN DE TÉRMINOS BÁSICOS

**Agregado:** Material granular, tal como arena, grava, piedra triturada y escoria de hierro de alto horno, empleado con un medio cementante para formar concreto o mortero. (ACI 318 - 14)

**Cargas:** Fuerzas y otras acciones que resultan del peso de los materiales de construcción, los ocupantes y sus enseres, efectos ambientales, movimientos diferenciales, y cambios volumétricos restringidos. Las cargas permanentes corresponden a cargas cuyas variaciones en el tiempo son excepcionales o de magnitud pequeña. Todas las demás cargas se consideran cargas variables. (ACI 318 - 14)

**Cargas de Servicio:** Todas las cargas, estáticas y transitorias, que se imponen a una estructura, o elemento de ella, durante la operación de la edificación, sin factores de carga. (ACI 318 - 14)

**Columna:** Miembro, usualmente o predominantemente vertical, usado principalmente para resistir carga axial de compresión, pero que también puede resistir momentos, cortantes o torsión. (ACI 318 - 14)

**Concreto:** Mezcla de cemento p<sup>o</sup>rtland o cualquier otro cemento hidráulico, agregado fino, agregado grueso y agua, con o sin aditivos. (ACI 318 - 14)

**Conexión:** Región de la estructura donde se unen dos o más miembros, como vigas y columnas. (ACI 318 - 14)

**Ductilidad:** Capacidad que poseen los componentes de un sistema estructural de hacer incursiones alternantes en el dominio inelástico, sin pérdida apreciable en su capacidad resistente. (UNEFA, 2014)

**Espaciamiento:** Distancia medida centro a centro entre elementos adyacentes, tales como refuerzo longitudinal, refuerzo transversal. (ACI 318 - 14)

**Estribos:** Refuerzo empleado para resistir fuerzas cortantes y de torsión en un miembro; por lo general consiste en barras corrugadas, alambres corrugados o refuerzo electro soldado de alambre (liso o corrugado) en formas rectangulares, y colocados perpendicularmente o en ángulo con respecto al refuerzo longitudinal. (ACI 318 - 14)

**Luz:** Distancia horizontal entre dos apoyos de una viga. (ACI 318 - 14)

**Módulo de elasticidad:** Relación entre el esfuerzo normal y la deformación unitaria correspondiente, para esfuerzos de tracción o compresión menores que el límite de proporcionalidad del material. (ACI 318 - 14)

**Peso específico:** Es el cociente que resulta de dividir el peso de un material entre su volumen.

**Viga:** Miembro sometido principalmente a flexión y cortante, con o sin fuerza axial o de torsión. Las vigas en pórticos resistentes a momentos que forman parte del sistema resistente ante fuerzas laterales son miembros predominantemente horizontales. (ACI 318 - 14)

## CAPITULO III. MATERIALES Y MÉTODOS

### 3.1. UBICACIÓN DEL LUGAR DE INVESTIGACIÓN

País : Perú  
Departamento : Cajamarca  
Provincia : Cajamarca  
Distrito : Cajamarca

El lugar donde se realizó la investigación es en el Laboratorio de Ensayos de Materiales de la Universidad Nacional de Cajamarca ubicada en Av. Atahualpa Km 03, carretera Cajamarca – Baños del Inca, con las siguientes coordenadas E 776617 m y N 92070030 m y una altitud aproximada de 2683 m.s.n.m.

*Figura 25. Ubicación geográfica del lugar de investigación*



Fuente: Google Maps.



## 3.2. METODOLOGÍA

### 3.2.1. POBLACIÓN DE ESTUDIO: VIGAS DE CONCRETO ARMADO

- **Vigas Tipo 01:** Vigas con sección transversal de 15 cm x 20 cm y 1.25 mts de longitud, con apoyos empotrados y con estribos colocados con un ángulo de inclinación de 90°.
- **Vigas Tipo 02:** Vigas con sección transversal de 15 cm x 20 cm y 1.25 mts de longitud, con apoyos empotrados y con estribos colocados con un ángulo de inclinación de 75°.
- **Vigas Tipo 03:** Vigas con sección transversal de 15 cm x 20 cm y 1.25 mts de longitud, con apoyos empotrados y con estribos colocados con un ángulo de inclinación de 60°.
- **Vigas Tipo 04:** Vigas con sección transversal de 15 cm x 20 cm y 1.25 mts de longitud, con apoyos empotrados y con estribos colocados con un ángulo de inclinación de 45°.

### 3.2.2. MUESTRA: 12 VIGAS DE CONCRETO ARMADO CON ESTRIBOS.

- **03 Vigas Tipo 01:** Vigas con sección transversal 15 cm de x 20 cm y 1.25 mts de longitud, con apoyos empotrados y con estribos colocados con un ángulo de inclinación de 90°.
- **03 Vigas Tipo 02:** Vigas con sección transversal de 15 cm x 20 cm y 1.25 mts de longitud, con apoyos empotrados y con estribos colocados con un ángulo de inclinación de 75°.

- **03 Vigas Tipo 03:** Vigas con sección transversal de 15 cm x 20 cm y 1.25 mts de longitud, con apoyos empotrados y con estribos colocados con un ángulo de inclinación de 60°.
- **03 Vigas Tipo 04:** Vigas con sección transversal de 15 cm x 20 cm y 1.25 mts de longitud, con apoyos empotrados y con estribos colocados con un ángulo de inclinación de 45°.

### **3.2.3. UNIDAD DE ANALISIS**

- Viga de concreto armado con estribos.

### **3.2.4. UNIDAD DE OBSERVACION**

- Resistencia al esfuerzo cortante en vigas de concreto armado.

## **3.3. TIPO, NIVEL, DISEÑO Y METODO DE LA INVESTIGACION**

- Tipo : Aplicada.
- Nivel : Correlacional.
- Diseño : Experimental y Descriptiva.
- Método de la investigación : Cuantitativa.

### **3.4. TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE DATOS**

#### **3.4.1. ETAPA PRELIMINAR**

- Se revisó la NTE – E 0.60 y ACI 318 - 14
- Se obtuvo información sobre diseño por corte de vigas de concreto armado.

#### **3.4.2. ETAPA DE LABORATORIO**

- Esta etapa se dividió en dos etapas, en la primera se realizó el diseño de mezclas para un concreto con resistencia a la compresión de 210 Kg/cm<sup>2</sup> y luego la construcción de pórticos de concreto armado, se realizó la construcción de pórticos debido a que las vigas tuvieron que tener apoyos empotrados; y en la segunda etapa se ensayaron las 12 vigas de concreto armado en la Máquina de Ensayo Universal de 100 toneladas.

#### **3.4.3. ETAPA DE GABINETE**

- Se calculó y comparó la resistencia al esfuerzo cortante de cada una de las vigas y se determinó la influencia de la reducción del ángulo de inclinación de los estribos en la resistencia al esfuerzo cortante.

### **3.5. TRATAMIENTO Y ANÁLISIS DE DATOS UTILIZADOS**

Los resultados de esta investigación se muestran en tablas y gráficos, en los cuales se realizó un análisis comparativo de los resultados obtenidos para cada caso.

### **3.6. PROCEDIMIENTO**

#### **3.6.1. DISEÑO DE MEZCLAS**

El primer paso para desarrollo fue determinar las características físico - mecánicas de los agregados que intervienen en los pórticos, este estudio se realizó en el Laboratorio de Ensayo de Materiales de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Cajamarca.

Una vez estudiados y caracterizados los agregados, se procedió a dosificar el concreto, elaboración, curado y ensayo de del concreto. Para la construcción de Pórticos de concreto armado se ha utilizado un concreto de uso habitual en la construcción. El concreto se ha diseñado y dosificado de forma que se obtenga una resistencia característica  $f'c = 210 \text{ Kg/cm}^2$ , con el método de Diseño por Combinación de Agregados, teniendo en cuenta que la resistencia antes mencionada es la resistencia mínima permitida por el Reglamento Nacional de Edificaciones del Perú, en la construcción de obras de concreto armado.

Las características de los materiales utilizados para la elaboración de concreto se pueden ver en Anexos - Diseño de Mezclas.

#### **3.6.2. PREDIMENSIONAMIENTO DE VIGAS, COLUMNAS Y ZAPATAS**

Se predimensionaron bajo los criterios de la norma E.030, E.060 (indicados en la Reglamento Nacional de Edificaciones del Perú), y criterios de ACI 318 -14.

### **3.6.3. ELABORACIÓN Y DETALLAMIENTO DE PLANOS ESTRUCTURALES.**

Se realizó la elaboración y detallamiento de planos estructurales para los testigos. Los planos se hicieron para cada tipo de pórticos, en donde el ángulo de inclinación de los estribos en las vigas fue reduciéndose cada 15° a partir de 90°.

### **3.6.4. ARMADURA EN PÓRTICOS**

Tanto el refuerzo longitudinal como el refuerzo transversal cumplen con los requerimientos mínimos establecidos por las normas ASTM 615, se utilizaron barras de acero de ½", 12 mm, 8 mm para acero longitudinal y 3/8" y 6 mm para acero transversal.

### **3.6.5. PÓRTICOS DE CONCRETO ARMADO**

Los pórticos ya analizados, pres dimensionados y diseñados estructuralmente además de tener el acero habilitado se realizó la construcción de los pórticos de concreto armado.

Los moldes utilizados para la fabricación de pórticos fueron de triplay de 12 mm, con un diseño de fácil encofrado y desencofrado, tanto la base como los lados laterales han sido rigidizados mediante listones longitudinales y alambre N° 16 para evitar alabeos del triplay durante el vaciado del concreto.

Se construyeron un total de 12 Pórticos, en grupos de 6 por día, con el misma calidad de concreto y armadura. De cada grupo se extrajeron 03 probetas cilíndricas de 15 x 30 cm, en primer lugar para la determinar de consistencia del concreto, mediante el asentamiento en el Cono de Abrams, siguiendo el método descrito

en la norma ASTM C 143, y en segundo lugar para el control de resistencia del concreto, indicado en la norma ASTM C39. La elaboración y curado de probetas cilíndricas se realizó como lo indica la norma ASTM C 31. Posteriormente las probetas se ensayaron a los 7 días para determinar la resistencia a compresión del concreto.

### **3.6.6. CURADO DE LOS PÓRTICOS DE CONCRETO ARMADO**

Para conseguir un buen concreto con las propiedades mecánicas deseadas es importante el curado en ambiente adecuado, por lo que los pórticos fueron curados a una temperatura entre 20 C° y 26 C°, ASTM C 192.

### **3.6.7. ENSAYO DE LOS PÓRTICOS DE CONCRETO ARMADO**

A los 28 días de edad del concreto, éste llega a su resistencia de diseño, por lo que se procedió a realizar los correspondientes ensayos en la máquina de ensayo universal de 100 toneladas

## CAPITULO IV. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

### 4.1. ENSAYOS DE PROBETAS DE CONCRETO SIMPLE

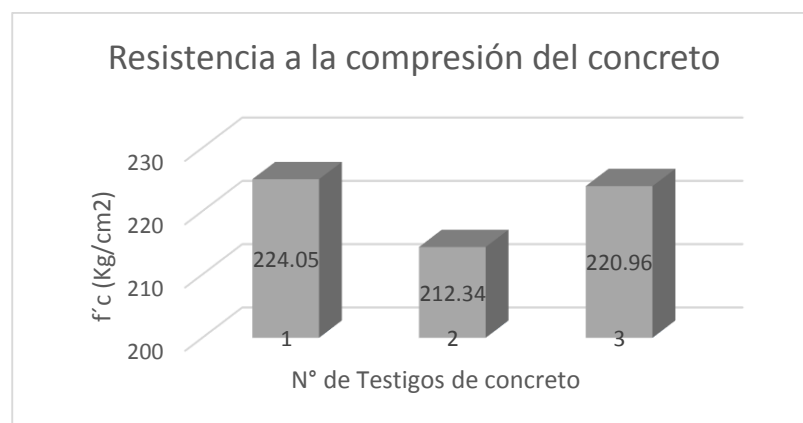
#### 4.1.1. ENSAYOS A COMPRESIÓN DEL CONCRETO SIMPLE

Con la dosificación de concreto obtenida del diseño de mezclas se realizaron 3 testigos de concreto, los cuales se ensayaron a los 28 días.

Tabla 3: Resistencia a la compresión de los testigos del concreto

N° de Testigos	Carga Última de Rotura (Ton)	Área (cm <sup>2</sup> )	f'c a los 28 días (Kg/cm <sup>2</sup> )
1	39.5	176.30	224.05
2	37.5	176.60	212.34
3	39.0	176.50	220.96

Figura 26. Resistencia a la compresión de los testigos del concreto.



Los ensayos a compresión simple se han realizado con lo estipulado en la norma ASTM C39 y en la norma NTP 339.034.

#### 4.1.2. PROPIEDADES FÍSICAS – MECÁNICAS DEL ACERO DE REFUERZO

Las propiedades físicas del acero de refuerzo están representadas en la tabla N° 4.

*Tabla 4. Dimensiones, área y pesos nominales de las barras usadas en la elaboración de pórticos.*

<b>Diámetro</b>	<b>Área (mm<sup>2</sup>)</b>	<b>Diámetro (cm)</b>	<b>Peso Nominal (Kg/m)</b>
<b>6 mm</b>	28.27	0.6	0.220
<b>8 mm</b>	50.27	0.80	0.395
<b>12 mm</b>	113.10	1.20	0.888
<b>3/8"</b>	71.26	0.95	0.560
<b>1/2"</b>	126.67	1.27	0.994

*Fuente: Ficha Técnica de Aceros Arequipa.*

Barras de construcción ASTM A615 Grado 60, barras de acero rectas de sección circular, con resaltes Hi-bond de alta adherencia con el concreto. Norma NTP 341.031.

Las propiedades mecánicas del acero de refuerzo fueron tomadas de la ficha técnica de Aceros Arequipa, los cuales se presentan en la tabla N° 5.

*Tabla 5. Propiedades mecánicas del acero del refuerzo*

<b>Propiedades Mecánicas</b>	<b>Característica</b>
<b>Límite de fluencia (fy)</b>	4280 Kg/cm <sup>2</sup>
<b>Resistencia a la Tracción (R)</b>	6320 Kg/cm <sup>2</sup>
<b>Relación R/fy</b>	1.25

*Fuente: Ficha Técnica de Aceros Arequipa.*



## 4.2. ENSAYOS DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO

### 4.2.1. HIPÓTESIS DE CARGA

Para estudiar el comportamiento y el modo de falla de las vigas de concreto armado se dispone de una máquina de ensayo universal de 100 toneladas, la zona de aplicación de la carga fue en la zona donde se presenta el mayor esfuerzo cortante, es decir, a una distancia “d” medido desde la cara de la columna, distancia que viene a ser el peralte efectivo de la viga.

### 4.2.2. ENSAYO DE VIGAS CON ESTRIBOS COLOCADOS A 90°

Se ensayaron 03 vigas, en donde los estribos en las vigas se colocaron a 90°. La carga aplicada fue aumentado en 1 tonelada cada dos segundos, en la Tabla N° 6, N° 7 y N° 8 podemos ver las diferentes cargas aplicadas y deformaciones registradas para cada escalón de carga, estos datos sirven para obtener los esfuerzos cortantes y además generar la curva de esfuerzo - deformación de la viga.

*Tabla 6. Resultados del ensayo de resistencia al esfuerzo cortante de la viga N° 1 con estribos colocados a 90°*

VIGA N° 01 - ESTRIBOS A 90°			
Radio (cm)	7.5	Área (cm <sup>2</sup> )	176.715
Altura (cm)	25		
Carga (Ton)	Deformación (mm)	Esfuerzo (Kg/cm <sup>2</sup> )	Deformación Unitaria (ε)
1.00	0.05	5.66	0.0020
2.00	0.11	11.32	0.0044
3.00	0.21	16.98	0.0084
4.00	0.30	22.64	0.0120
5.00	0.38	28.29	0.0152
6.00	0.44	33.95	0.0176
7.00	0.54	39.61	0.0216
8.00	0.62	45.27	0.0248
9.00	0.70	50.93	0.0280

<b>10.00</b>	0.80	56.59	0.0320
<b>11.00</b>	0.86	62.25	0.0344
<b>12.00</b>	0.93	67.91	0.0372
<b>13.00</b>	1.02	73.56	0.0408
<b>14.00</b>	1.12	79.22	0.0448
<b>15.00</b>	1.21	84.88	0.0484
<b>16.00</b>	1.36	90.54	0.0544
<b>17.00</b>	1.41	96.20	0.0564
<b>18.00</b>	1.53	101.86	0.0612
<b>19.00</b>	1.63	107.52	0.0652
<b>20.00</b>	1.71	113.18	0.0684
<b>21.00</b>	1.81	118.84	0.0724
<b>22.00</b>	1.90	124.49	0.0760
<b>23.00</b>	2.03	130.15	0.0812
<b>24.00</b>	2.14	135.81	0.0856
<b>25.00</b>	2.20	141.47	0.0880
<b>26.00</b>	2.31	147.13	0.0924
<b>27.00</b>	2.40	152.79	0.0960
<b>28.00</b>	2.56	158.45	0.1024
<b>29.00</b>	2.77	164.11	0.1108
<b>30.00</b>	2.84	169.76	0.1136
<b>31.00</b>	2.93	175.42	0.1172
<b>32.00</b>	3.04	181.08	0.1216
<b>33.00</b>	3.15	186.74	0.1260
<b>34.00</b>	3.24	192.40	0.1296
<b>35.00</b>	3.35	198.06	0.1340
<b>36.00</b>	3.50	203.72	0.1400
<b>37.00</b>	3.69	209.38	0.1476
<b>38.00</b>	3.84	215.04	0.1536
<b>39.00</b>	3.91	220.69	0.1564
<b>39.50</b>	<b>4.05</b>	<b>223.52</b>	<b>0.1620</b>
<b>37.00</b>	4.21	209.38	0.1684
<b>35.00</b>	4.25	198.06	0.1700
<b>31.00</b>	4.30	175.42	0.1720

Figura 27. Diagrama Esfuerzo – Deformación de la viga N° 01 con estribos colocados a 90°.

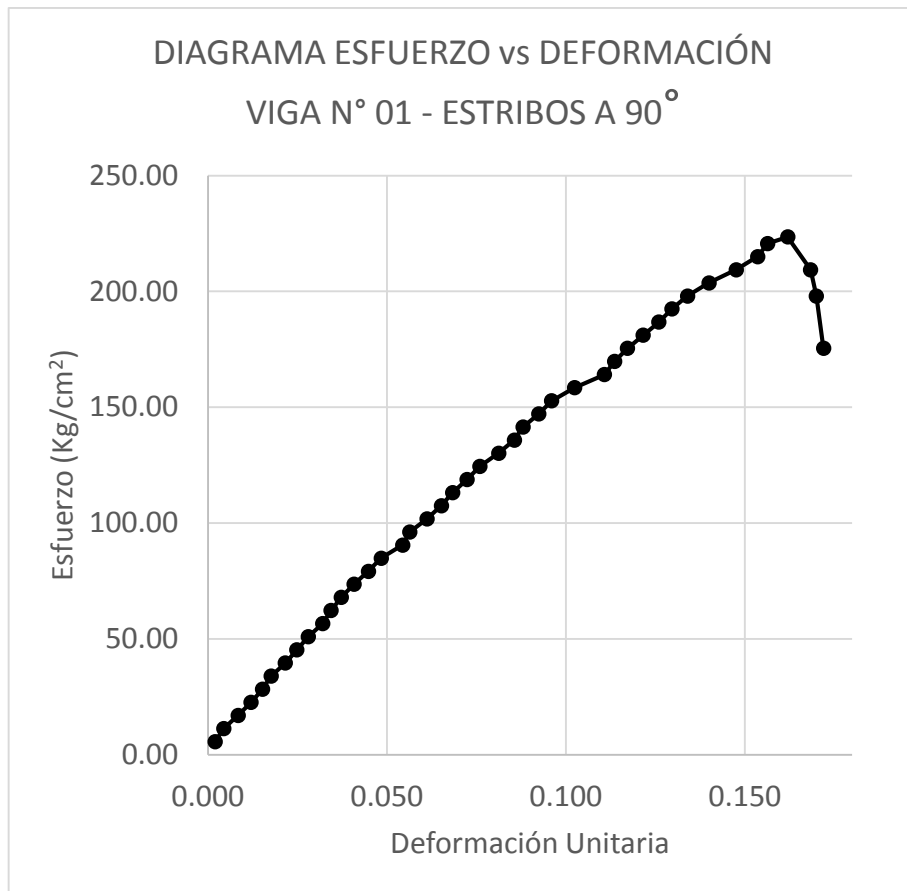


Tabla 7. Resultados del ensayo de resistencia al esfuerzo cortante de la viga N° 2 con estribos colocados a 90°.

<b>VIGA N° 02 - ESTRIBOS A 90°</b>			
<b>Radio (cm)</b>	7.5	<b>Área (cm<sup>2</sup>)</b>	176.715
<b>Altura (cm)</b>	25		
<b>Carga (Ton)</b>	<b>Deformación (mm)</b>	<b>Esfuerzo (Kg/cm<sup>2</sup>)</b>	<b>Deformación Unitaria (ε)</b>
1.00	0.06	5.66	0.0024
2.00	0.15	11.32	0.0060
3.00	0.22	16.98	0.0088
4.00	0.31	22.64	0.0124
5.00	0.41	28.29	0.0164
6.00	0.48	33.95	0.0192
7.00	0.54	39.61	0.0216
8.00	0.65	45.27	0.0260
9.00	0.74	50.93	0.0296
10.00	0.83	56.59	0.0332
11.00	0.92	62.25	0.0368
12.00	0.99	67.91	0.0396
13.00	1.08	73.56	0.0432
14.00	1.17	79.22	0.0468
15.00	1.26	84.88	0.0504
16.00	1.35	90.54	0.0540
17.00	1.46	96.20	0.0584
18.00	1.54	101.86	0.0616
19.00	1.65	107.52	0.0660
20.00	1.76	113.18	0.0704
21.00	1.85	118.84	0.0740
22.00	1.98	124.49	0.0792
23.00	2.08	130.15	0.0832
24.00	2.20	135.81	0.0880
25.00	2.33	141.47	0.0932
26.00	2.46	147.13	0.0984
27.00	2.57	152.79	0.1028
28.00	2.70	158.45	0.1080
29.00	2.83	164.11	0.1132
30.00	2.95	169.76	0.1180
31.00	3.06	175.42	0.1224
32.00	3.17	181.08	0.1268
33.00	3.27	186.74	0.1308
34.00	3.36	192.40	0.1344
35.00	3.45	198.06	0.1380

<b>36.00</b>	<b>3.56</b>	<b>203.72</b>	<b>0.1424</b>
<b>34.00</b>	3.66	192.40	0.1464
<b>31.00</b>	3.76	175.42	0.1504
<b>28.00</b>	3.78	158.45	0.1512

Figura 28. Diagrama Esfuerzo – Deformación de la viga N° 02 con estribos colocados a 90°.

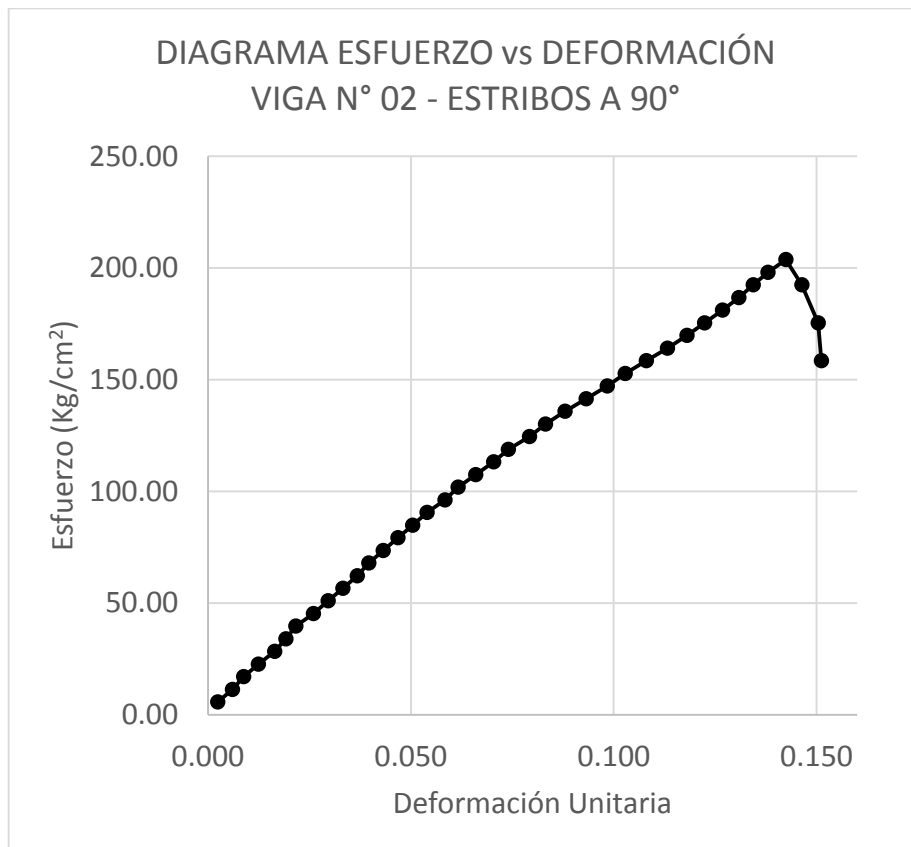
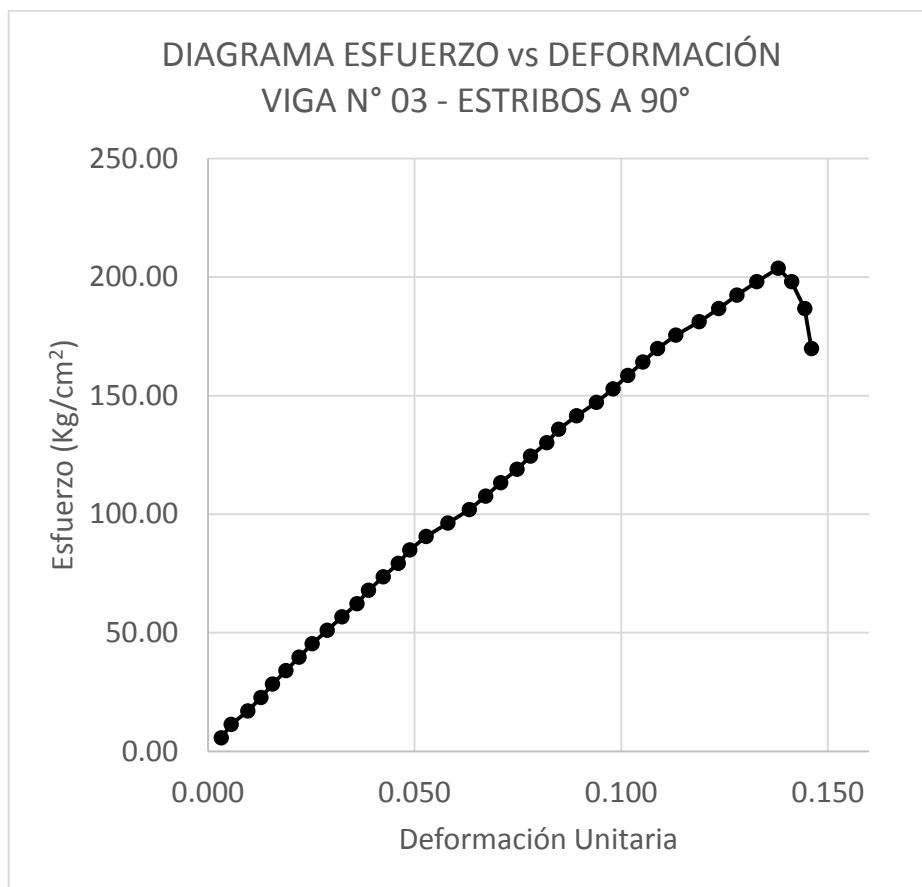


Tabla 8. Resultados del ensayo de resistencia al esfuerzo cortante de la viga N° 3 con estribos colocados a 90°.

<b>VIGA N° 03 - ESTRIBOS A 90°</b>			
<b>Radio (cm)</b>	7.5	Área (cm <sup>2</sup> )	176.715
<b>Altura (cm)</b>	25		
<b>Carga (Ton)</b>	<b>Deformación (mm)</b>	<b>Esfuerzo (Kg/cm<sup>2</sup>)</b>	<b>Deformación Unitaria (ε)</b>
1.00	0.08	5.66	0.0032
2.00	0.14	11.32	0.0056
3.00	0.24	16.98	0.0096
4.00	0.32	22.64	0.0128
5.00	0.39	28.29	0.0156
6.00	0.47	33.95	0.0188
7.00	0.55	39.61	0.0220
8.00	0.63	45.27	0.0252
9.00	0.72	50.93	0.0288
10.00	0.81	56.59	0.0324
11.00	0.90	62.25	0.0360
12.00	0.97	67.91	0.0388
13.00	1.06	73.56	0.0424
14.00	1.15	79.22	0.0460
15.00	1.22	84.88	0.0488
16.00	1.32	90.54	0.0528
17.00	1.45	96.20	0.0580
18.00	1.58	101.86	0.0632
19.00	1.68	107.52	0.0672
20.00	1.77	113.18	0.0708
21.00	1.87	118.84	0.0748
22.00	1.95	124.49	0.0780
23.00	2.05	130.15	0.0820
24.00	2.12	135.81	0.0848
25.00	2.23	141.47	0.0892
26.00	2.35	147.13	0.0940
27.00	2.45	152.79	0.0980
28.00	2.54	158.45	0.1016
29.00	2.63	164.11	0.1052
30.00	2.72	169.76	0.1088
31.00	2.83	175.42	0.1132
32.00	2.97	181.08	0.1188
33.00	3.09	186.74	0.1236
34.00	3.20	192.40	0.1280
35.00	3.32	198.06	0.1328

<b>36.00</b>	<b>3.45</b>	<b>203.72</b>	<b>0.1380</b>
<b>35.00</b>	3.53	198.06	0.1412
<b>33.00</b>	3.61	186.74	0.1444
<b>30.00</b>	3.65	169.76	0.1460

Figura 29. Diagrama Esfuerzo – Deformación de la viga N° 03 con estribos colocados a 90°.



#### 4.2.3. ENSAYO DE VIGAS CON ESTRIBOS COLOCADOS A 75°

Se ensayaron 03 vigas, en donde los estribos en las vigas se colocaron a 75°. La carga aplicada fue aumentado en 1 tonelada cada dos segundos, en la Tabla N° 9, N° 10 y N° 11 podemos ver las diferentes cargas aplicadas y deformaciones registradas para cada escalón de carga, estos datos sirven para obtener los esfuerzos cortantes y además generar la curva de esfuerzo - deformación de la viga.

*Tabla 9. Resultados del ensayo de resistencia al esfuerzo cortante de la viga N° 1 con estribos colocados a 75°.*

<b>VIGA N° 01 - ESTRIBOS A 75°</b>			
<b>Radio (cm)</b>	7.5	<b>Área (cm<sup>2</sup>)</b>	176.715
<b>Altura (cm)</b>	25		
<b>Carga (Ton)</b>	<b>Deformación (mm)</b>	<b>Esfuerzo (Kg/cm<sup>2</sup>)</b>	<b>Deformación Unitaria (ε)</b>
1.00	0.08	5.66	0.0032
2.00	0.15	11.32	0.0060
3.00	0.21	16.98	0.0084
4.00	0.32	22.64	0.0128
5.00	0.41	28.29	0.0164
6.00	0.50	33.95	0.0200
7.00	0.58	39.61	0.0232
8.00	0.66	45.27	0.0264
9.00	0.72	50.93	0.0288
10.00	0.79	56.59	0.0316
11.00	0.86	62.25	0.0344
12.00	0.96	67.91	0.0384
13.00	1.11	73.56	0.0444
14.00	1.21	79.22	0.0484
15.00	1.37	84.88	0.0548
16.00	1.49	90.54	0.0596
17.00	1.54	96.20	0.0616
18.00	1.65	101.86	0.0660
19.00	1.73	107.52	0.0692
20.00	1.86	113.18	0.0744
21.00	1.95	118.84	0.0780
22.00	2.03	124.49	0.0812
23.00	2.14	130.15	0.0856



<b>24.00</b>	2.28	135.81	0.0912
<b>25.00</b>	2.38	141.47	0.0952
<b>26.00</b>	2.46	147.13	0.0984
<b>27.00</b>	2.65	152.79	0.1060
<b>28.00</b>	2.80	158.45	0.1120
<b>29.00</b>	2.92	164.11	0.1168
<b>30.00</b>	3.02	169.76	0.1208
<b>31.00</b>	3.15	175.42	0.1260
<b>32.00</b>	3.31	181.08	0.1324
<b>33.00</b>	3.49	186.74	0.1396
<b>34.00</b>	3.62	192.40	0.1448
<b>35.00</b>	3.82	198.06	0.1528
<b>36.00</b>	3.96	203.72	0.1584
<b>37.00</b>	4.07	209.38	0.1628
<b>38.00</b>	4.20	215.04	0.1680
<b>39.00</b>	4.35	220.69	0.1740
<b>40.00</b>	4.60	226.35	0.1840
<b>41.00</b>	4.73	232.01	0.1892
<b>42.00</b>	4.84	237.67	0.1936
<b>43.00</b>	4.95	243.33	0.1980
43.50	<b>5.01</b>	<b>246.16</b>	<b>0.2004</b>
<b>42.00</b>	5.11	237.67	0.2044
<b>38.00</b>	5.19	215.04	0.2076
<b>35.00</b>	5.27	198.06	0.2108

Figura 30. Diagrama Esfuerzo – Deformación de la viga N° 01 con estribos colocados a 75°.

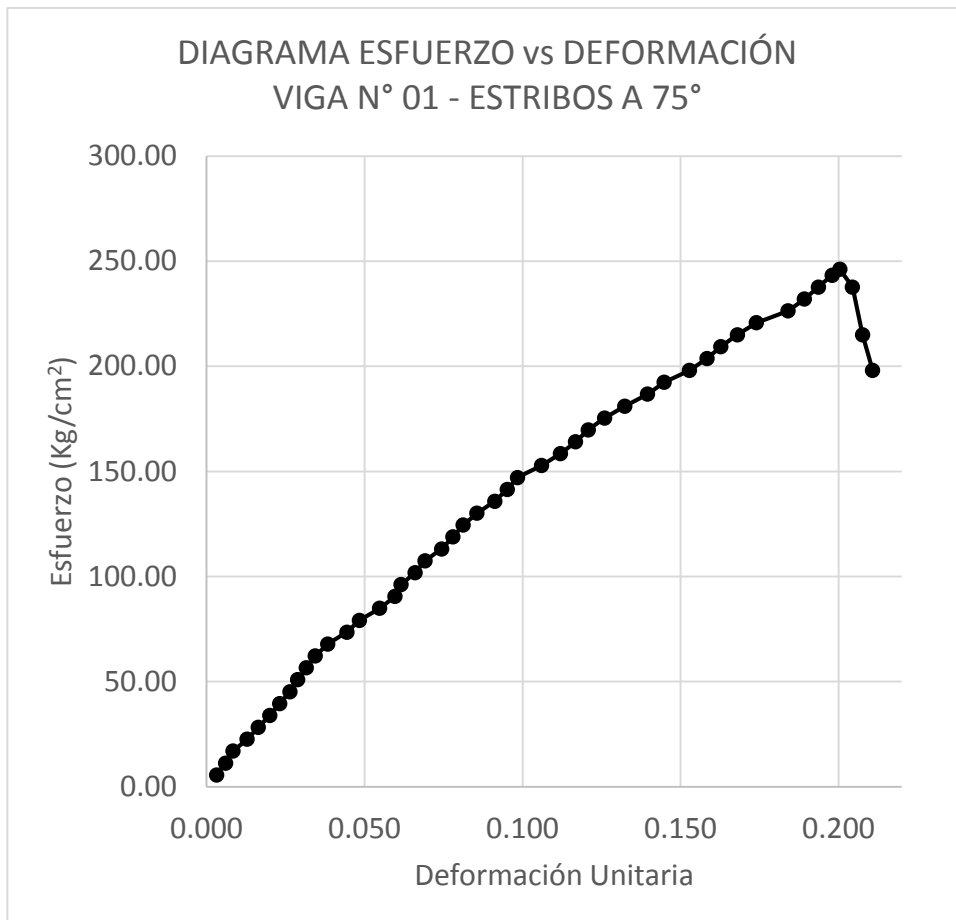


Tabla 10. Resultados del ensayo de resistencia al esfuerzo cortante de la viga N° 2 con estribos colocados a 75°.

<b>VIGA N° 02 - ESTRIBOS A 75°</b>			
<b>Radio (cm)</b>	7.5	<b>Área (cm<sup>2</sup>)</b>	176.715
<b>Altura (cm)</b>	25		
<b>Carga (Ton)</b>	<b>Deformación (mm)</b>	<b>Esfuerzo (Kg/cm<sup>2</sup>)</b>	<b>Deformación Unitaria (ε)</b>
1.00	0.08	5.66	0.0032
2.00	0.20	11.32	0.0080
3.00	0.26	16.98	0.0104
4.00	0.35	22.64	0.0140
5.00	0.41	28.29	0.0164
6.00	0.49	33.95	0.0196
7.00	0.56	39.61	0.0224
8.00	0.62	45.27	0.0248
9.00	0.69	50.93	0.0276
10.00	0.77	56.59	0.0308
11.00	0.85	62.25	0.0340
12.00	0.94	67.91	0.0376
13.00	1.01	73.56	0.0404
14.00	1.10	79.22	0.0440
15.00	1.25	84.88	0.0500
16.00	1.33	90.54	0.0532
17.00	1.42	96.20	0.0568
18.00	1.50	101.86	0.0600
19.00	1.58	107.52	0.0632
20.00	1.66	113.18	0.0664
21.00	1.81	118.84	0.0724
22.00	1.93	124.49	0.0772
23.00	2.03	130.15	0.0812
24.00	2.14	135.81	0.0856
25.00	2.29	141.47	0.0916
26.00	2.44	147.13	0.0976
27.00	2.60	152.79	0.1040
28.00	2.73	158.45	0.1092
29.00	2.85	164.11	0.1140
30.00	2.94	169.76	0.1176
31.00	3.06	175.42	0.1224
32.00	3.24	181.08	0.1296
33.00	3.39	186.74	0.1356
34.00	3.57	192.40	0.1428
35.00	3.74	198.06	0.1496

<b>36.00</b>	3.95	203.72	0.1580
<b>37.00</b>	4.10	209.38	0.1640
<b>38.00</b>	4.25	215.04	0.1700
<b>39.00</b>	4.42	220.69	0.1768
<b>40.00</b>	4.55	226.35	0.1820
41.00	<b>4.69</b>	<b>232.01</b>	<b>0.1876</b>
<b>39.00</b>	4.91	220.69	0.1964
<b>36.00</b>	4.95	203.72	0.1980
<b>33.00</b>	5.01	186.74	0.2004

*Figura 31. Diagrama Esfuerzo – Deformación de la viga N° 02 con estribos colocados a 75°.*

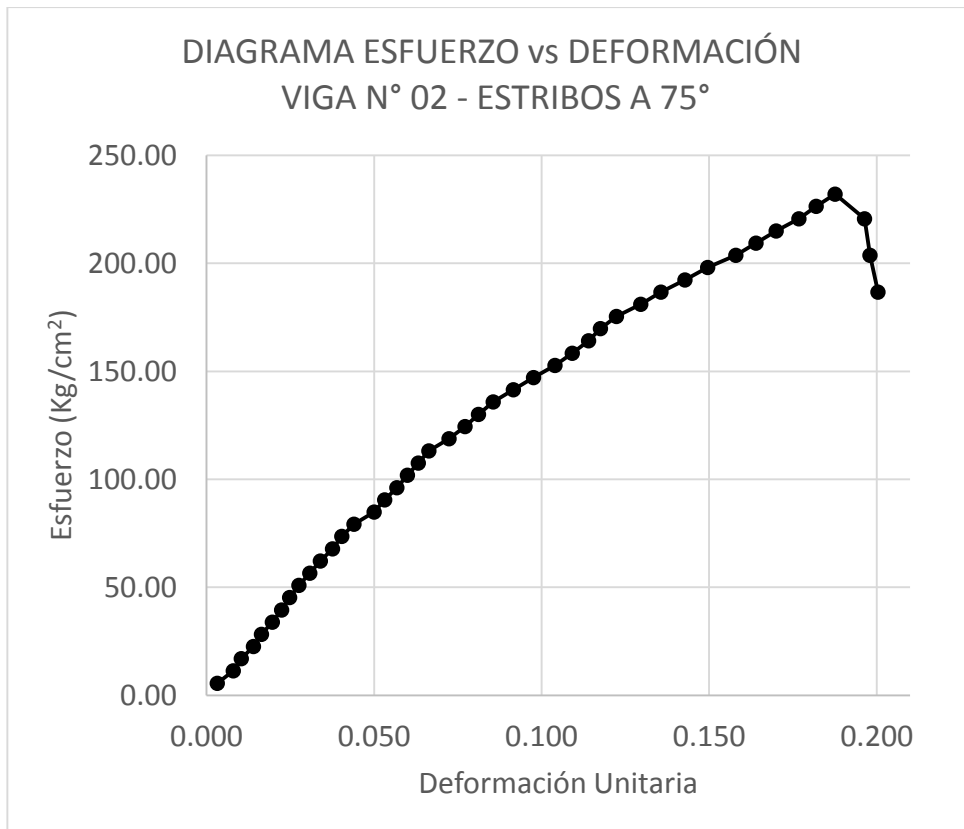
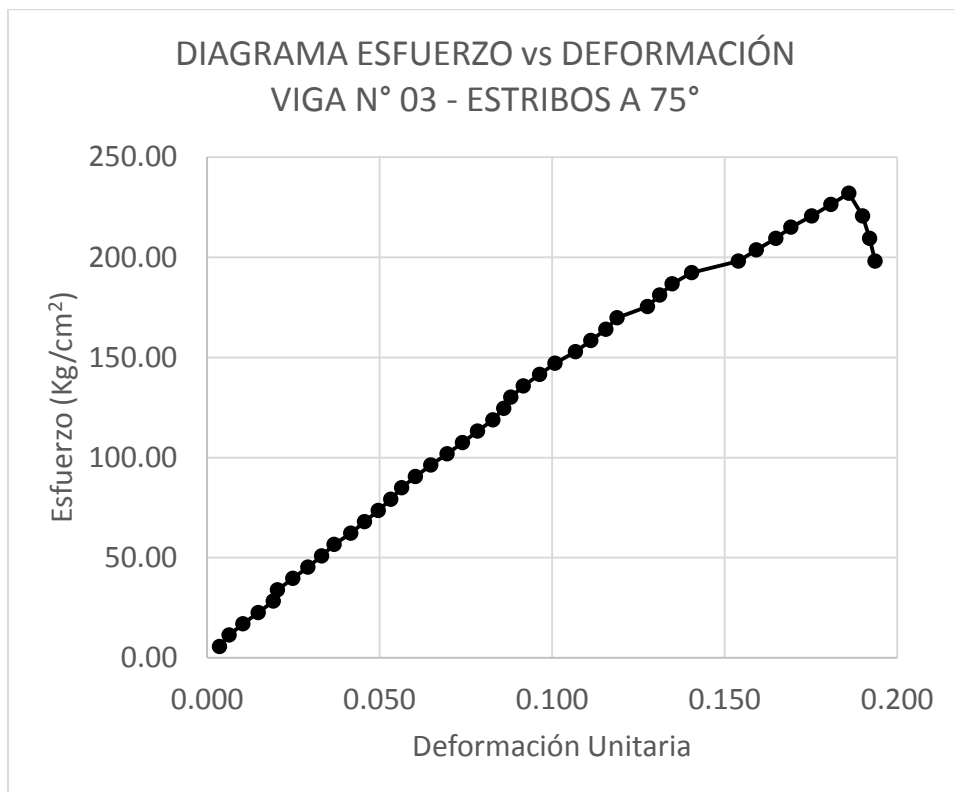


Tabla 11. Resultados del ensayo de resistencia al esfuerzo cortante de la viga N° 3 con estribos colocados a 75°.

<b>VIGA N° 03 - ESTRIBOS A 75°</b>			
<b>Radio (cm)</b>	7.5	<b>Área (cm<sup>2</sup>)</b>	176.715
<b>Altura (cm)</b>	25		
<b>Carga (Ton)</b>	<b>Deformación (mm)</b>	<b>Esfuerzo (Kg/cm<sup>2</sup>)</b>	<b>Deformación Unitaria (ε)</b>
1.00	0.09	5.66	0.0036
2.00	0.16	11.32	0.0064
3.00	0.26	16.98	0.0104
4.00	0.37	22.64	0.0148
5.00	0.48	28.29	0.0192
6.00	0.51	33.95	0.0204
7.00	0.62	39.61	0.0248
8.00	0.73	45.27	0.0292
9.00	0.83	50.93	0.0332
10.00	0.92	56.59	0.0368
11.00	1.04	62.25	0.0416
12.00	1.14	67.91	0.0456
13.00	1.24	73.56	0.0496
14.00	1.33	79.22	0.0532
15.00	1.41	84.88	0.0564
16.00	1.51	90.54	0.0604
17.00	1.62	96.20	0.0648
18.00	1.74	101.86	0.0696
19.00	1.85	107.52	0.0740
20.00	1.96	113.18	0.0784
21.00	2.07	118.84	0.0828
22.00	2.15	124.49	0.0860
23.00	2.20	130.15	0.0880
24.00	2.29	135.81	0.0916
25.00	2.41	141.47	0.0964
26.00	2.52	147.13	0.1008
27.00	2.67	152.79	0.1068
28.00	2.78	158.45	0.1112
29.00	2.89	164.11	0.1156
30.00	2.97	169.76	0.1188
31.00	3.19	175.42	0.1276
32.00	3.28	181.08	0.1312
33.00	3.37	186.74	0.1348
34.00	3.51	192.40	0.1404
35.00	3.85	198.06	0.1540

<b>36.00</b>	3.98	203.72	0.1592
<b>37.00</b>	4.12	209.38	0.1648
<b>38.00</b>	4.23	215.04	0.1692
<b>39.00</b>	4.38	220.69	0.1752
<b>40.00</b>	4.52	226.35	0.1808
41.00	<b>4.65</b>	<b>232.01</b>	<b>0.1860</b>
<b>39.00</b>	4.75	220.69	0.1900
<b>37.00</b>	4.80	209.38	0.1920
<b>35.00</b>	4.84	198.06	0.1936

Figura 32. Diagrama Esfuerzo – Deformación de la viga N° 03 con estribos colocados a 75°.



#### 4.2.4. ENSAYO DE VIGAS CON ESTRIBOS COLOCADOS A 60°

Se ensayaron 03 vigas, en donde los estribos en las vigas se colocaron a 75°. La carga aplicada fue aumentado en 1 tonelada cada dos segundos, en la Tabla N° 12, N° 13 y N° 14 podemos ver las diferentes cargas aplicadas y deformaciones registradas para cada escalón de carga, estos datos sirven para obtener los esfuerzos cortantes y además generar la curva de esfuerzo - deformación de la viga.

*Tabla 12. Resultados del ensayo de resistencia al esfuerzo cortante de la viga N° 1 con estribos colocados a 60°.*

<b>VIGA N° 01 - ESTRIBOS A 60°</b>			
<b>Radio (cm)</b>	7.5	<b>Área (cm<sup>2</sup>)</b>	176.715
<b>Altura (cm)</b>	25		
<b>Carga (Ton)</b>	<b>Deformación (mm)</b>	<b>Esfuerzo (Kg/cm<sup>2</sup>)</b>	<b>Deformación Unitaria (ε)</b>
1.00	0.09	5.66	0.0036
2.00	0.25	11.32	0.0100
3.00	0.32	16.98	0.0128
4.00	0.50	22.64	0.0200
5.00	0.54	28.29	0.0216
6.00	0.61	33.95	0.0244
7.00	0.71	39.61	0.0284
8.00	0.82	45.27	0.0328
9.00	0.91	50.93	0.0364
10.00	1.00	56.59	0.0400
11.00	1.11	62.25	0.0444
12.00	1.20	67.91	0.0480
13.00	1.31	73.56	0.0524
14.00	1.41	79.22	0.0564
15.00	1.51	84.88	0.0604
16.00	1.61	90.54	0.0644
17.00	1.72	96.20	0.0688
18.00	1.83	101.86	0.0732
19.00	1.94	107.52	0.0776
20.00	2.02	113.18	0.0808
21.00	2.16	118.84	0.0864
22.00	2.26	124.49	0.0904
23.00	2.38	130.15	0.0952

<b>24.00</b>	2.47	135.81	0.0988
<b>25.00</b>	2.61	141.47	0.1044
<b>26.00</b>	2.72	147.13	0.1088
<b>27.00</b>	2.84	152.79	0.1136
<b>28.00</b>	2.95	158.45	0.1180
<b>29.00</b>	3.06	164.11	0.1224
<b>30.00</b>	3.18	169.76	0.1272
<b>31.00</b>	3.31	175.42	0.1324
<b>32.00</b>	3.48	181.08	0.1392
<b>33.00</b>	3.70	186.74	0.1480
<b>34.00</b>	3.86	192.40	0.1544
<b>35.00</b>	4.04	198.06	0.1616
<b>36.00</b>	4.23	203.72	0.1692
<b>37.00</b>	4.48	209.38	0.1792
<b>38.00</b>	4.68	215.04	0.1872
<b>39.00</b>	4.89	220.69	0.1956
<b>40.00</b>	5.16	226.35	0.2064
<b>41.00</b>	5.25	232.01	0.2100
<b>42.00</b>	5.49	237.67	0.2196
<b>43.00</b>	5.92	243.33	0.2368
<b>44.00</b>	6.32	248.99	0.2528
<b>45.00</b>	6.48	254.65	0.2592
46.00	<b>6.70</b>	<b>260.31</b>	<b>0.2680</b>
<b>45.00</b>	6.80	254.65	0.2720
<b>43.00</b>	6.85	243.33	0.2740
<b>41.00</b>	6.90	232.01	0.2760



Figura 33. Diagrama Esfuerzo – Deformación de la viga N° 01 con estribos colocados a 60°.

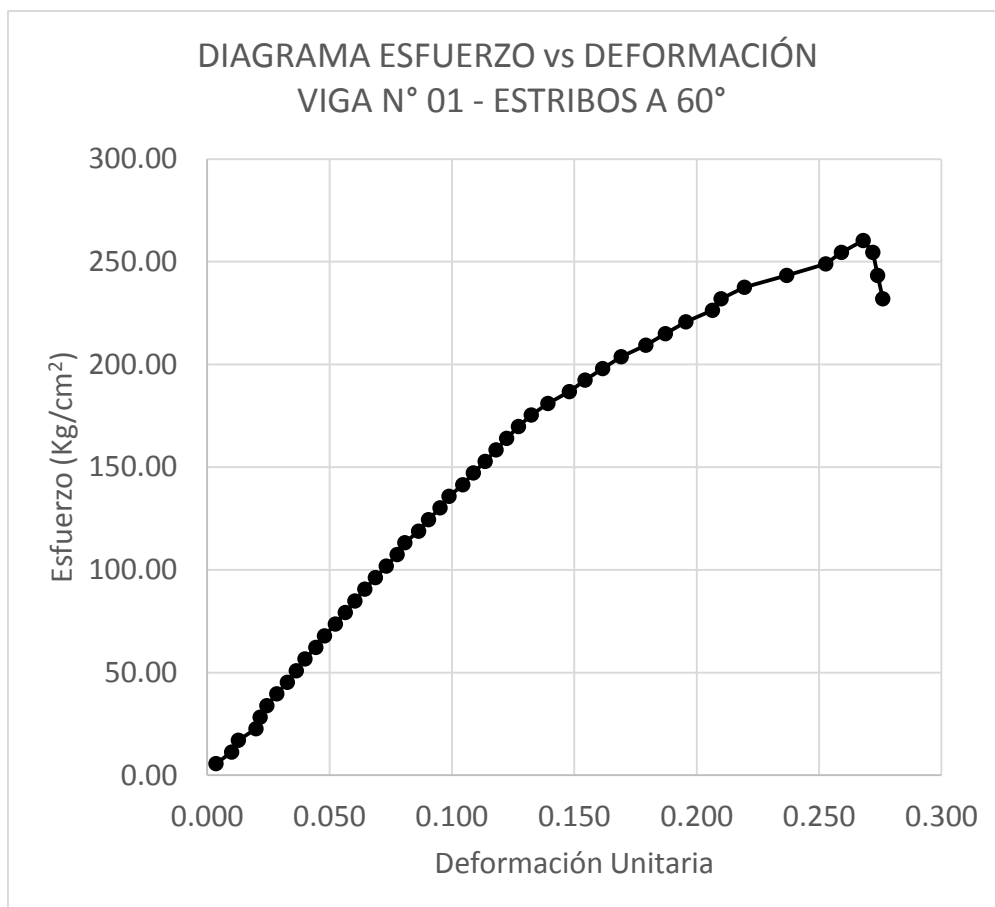


Tabla 13. Resultados del ensayo de resistencia al esfuerzo cortante de la viga N° 2 con estribos colocados a 60°.

<b>VIGA N° 02 - ESTRIBOS A 60°</b>			
<b>Radio (cm)</b>	7.5	<b>Área (cm<sup>2</sup>)</b>	176.715
<b>Altura (cm)</b>	25		
<b>Carga (Ton)</b>	<b>Deformación (mm)</b>	<b>Esfuerzo (Kg/cm<sup>2</sup>)</b>	<b>Deformación Unitaria (ε)</b>
1.00	0.12	5.66	0.0048
2.00	0.18	11.32	0.0072
3.00	0.27	16.98	0.0108
4.00	0.34	22.64	0.0136
5.00	0.46	28.29	0.0184
6.00	0.58	33.95	0.0232
7.00	0.69	39.61	0.0276
8.00	0.73	45.27	0.0292
9.00	0.88	50.93	0.0352
10.00	0.96	56.59	0.0384
11.00	1.12	62.25	0.0448
12.00	1.22	67.91	0.0488
13.00	1.32	73.56	0.0528
14.00	1.45	79.22	0.0580
15.00	1.51	84.88	0.0604
16.00	1.61	90.54	0.0644
17.00	1.73	96.20	0.0692
18.00	1.85	101.86	0.0740
19.00	1.93	107.52	0.0772
20.00	2.03	113.18	0.0812
21.00	2.16	118.84	0.0864
22.00	2.27	124.49	0.0908
23.00	2.38	130.15	0.0952
24.00	2.46	135.81	0.0984
25.00	2.60	141.47	0.1040
26.00	2.71	147.13	0.1084
27.00	2.84	152.79	0.1136
28.00	2.97	158.45	0.1188
29.00	3.07	164.11	0.1228
30.00	3.17	169.76	0.1268
31.00	3.29	175.42	0.1316
32.00	3.38	181.08	0.1352
33.00	3.52	186.74	0.1408
34.00	3.79	192.40	0.1516
35.00	3.91	198.06	0.1564

<b>36.00</b>	4.09	203.72	0.1636
<b>37.00</b>	4.21	209.38	0.1684
<b>38.00</b>	4.35	215.04	0.1740
<b>39.00</b>	4.62	220.69	0.1848
<b>40.00</b>	4.89	226.35	0.1956
<b>41.00</b>	5.02	232.01	0.2008
<b>42.00</b>	5.29	237.67	0.2116
<b>43.00</b>	<b>5.54</b>	<b>243.33</b>	<b>0.2216</b>
<b>42.00</b>	5.60	237.67	0.2240
<b>40.00</b>	5.68	226.35	0.2272
<b>39.00</b>	5.70	220.69	0.2280

Figura 34. Diagrama Esfuerzo – Deformación de la viga N° 02 con estribos colocados a 60°.

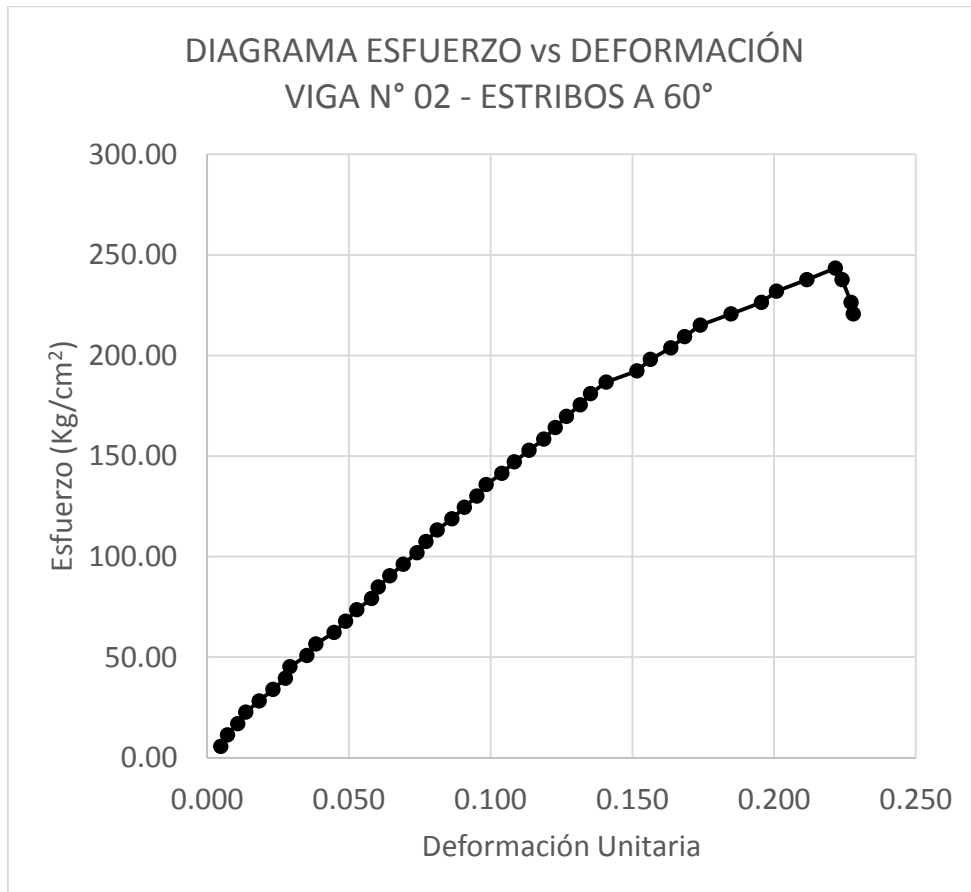
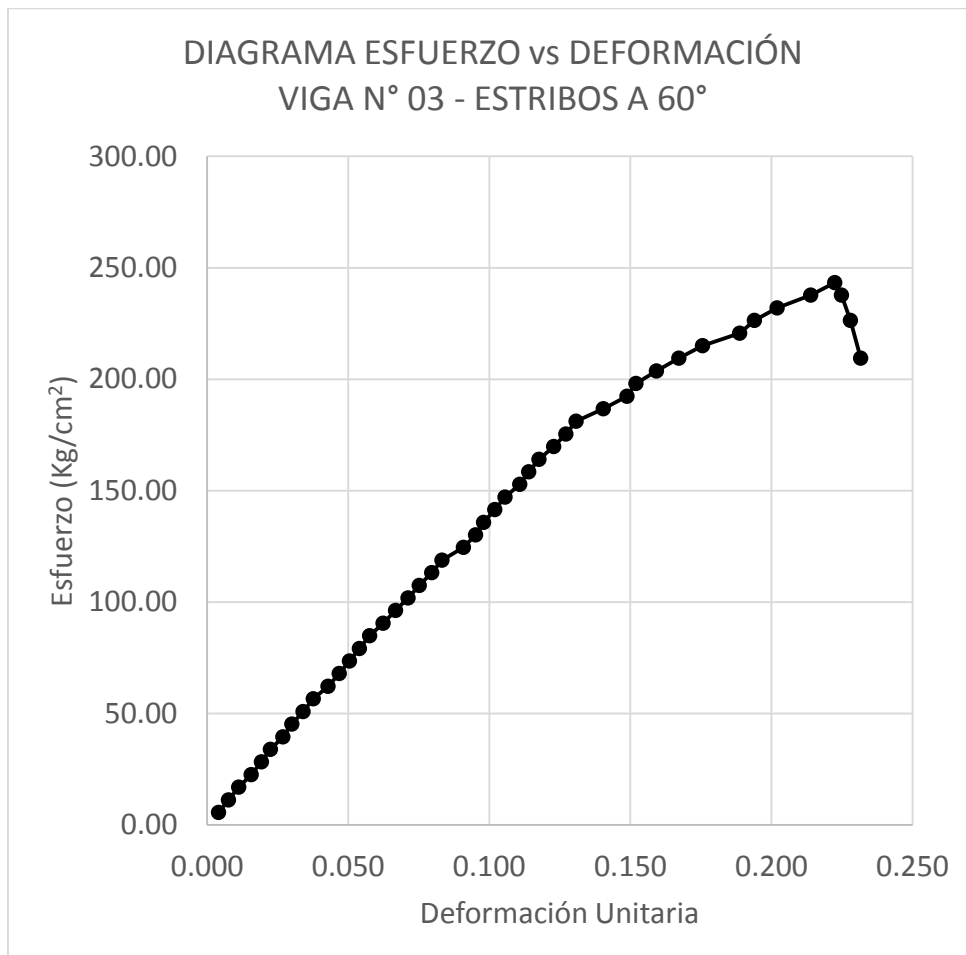


Tabla 14. Resultados del ensayo de resistencia al esfuerzo cortante de la viga N° 3 con estribos colocados a 60°.

<b>VIGA N° 03 - ESTRIBOS A 60°</b>			
<b>Radio (cm)</b>	7.5	<b>Área (cm<sup>2</sup>)</b>	176.715
<b>Altura (cm)</b>	25		
<b>Carga (Ton)</b>	<b>Deformación (mm)</b>	<b>Esfuerzo (Kg/cm<sup>2</sup>)</b>	<b>Deformación Unitaria (ε)</b>
1.00	0.10	5.66	0.0040
2.00	0.19	11.32	0.0076
3.00	0.28	16.98	0.0112
4.00	0.39	22.64	0.0156
5.00	0.48	28.29	0.0192
6.00	0.56	33.95	0.0224
7.00	0.67	39.61	0.0268
8.00	0.75	45.27	0.0300
9.00	0.85	50.93	0.0340
10.00	0.94	56.59	0.0376
11.00	1.07	62.25	0.0428
12.00	1.17	67.91	0.0468
13.00	1.26	73.56	0.0504
14.00	1.35	79.22	0.0540
15.00	1.44	84.88	0.0576
16.00	1.56	90.54	0.0624
17.00	1.67	96.20	0.0668
18.00	1.78	101.86	0.0712
19.00	1.88	107.52	0.0752
20.00	1.99	113.18	0.0796
21.00	2.08	118.84	0.0832
22.00	2.27	124.49	0.0908
23.00	2.38	130.15	0.0952
24.00	2.45	135.81	0.0980
25.00	2.55	141.47	0.1020
26.00	2.64	147.13	0.1056
27.00	2.77	152.79	0.1108
28.00	2.85	158.45	0.1140
29.00	2.94	164.11	0.1176
30.00	3.07	169.76	0.1228
31.00	3.18	175.42	0.1272
32.00	3.27	181.08	0.1308
33.00	3.51	186.74	0.1404
34.00	3.72	192.40	0.1488
35.00	3.80	198.06	0.1520

<b>36.00</b>	3.98	203.72	0.1592
<b>37.00</b>	4.18	209.38	0.1672
<b>38.00</b>	4.39	215.04	0.1756
<b>39.00</b>	4.72	220.69	0.1888
<b>40.00</b>	4.85	226.35	0.1940
<b>41.00</b>	5.05	232.01	0.2020
<b>42.00</b>	5.35	237.67	0.2140
<b>43.00</b>	<b>5.56</b>	<b>243.33</b>	<b>0.2224</b>
<b>42.00</b>	5.62	237.67	0.2248
<b>40.00</b>	5.70	226.35	0.2280
<b>37.00</b>	5.79	209.38	0.2316

Figura 35. Diagrama Esfuerzo – Deformación de la viga N° 03 con estribos colocados a 60°.



#### 4.2.5. ENSAYO DE VIGAS CON ESTRIBOS COLOCADOS A 45°

Se ensayaron 03 vigas, en donde los estribos en las vigas se colocaron a 75°. La carga aplicada fue aumentado en 1 tonelada cada dos segundos, en la Tabla N° 15, N° 16 y N° 17 podemos ver las diferentes cargas aplicadas y deformaciones registradas para cada escalón de carga, estos datos sirven para obtener los esfuerzos cortantes y además generar la curva de esfuerzo - deformación de la viga.

*Tabla 15. Resultados del ensayo de resistencia al esfuerzo cortante de la viga N° 1 con estribos colocados a 45°.*

<b>VIGA N° 01 - ESTRIBOS A 45°</b>			
<b>Radio (cm)</b>	7.5	<b>Área (cm<sup>2</sup>)</b>	176.715
<b>Altura (cm)</b>	25		
<b>Carga (Ton)</b>	<b>Deformación (mm)</b>	<b>Esfuerzo (Kg/cm<sup>2</sup>)</b>	<b>Deformación Unitaria (ε)</b>
1.00	0.10	5.66	0.0040
2.00	0.30	11.32	0.0120
3.00	0.45	16.98	0.0180
4.00	0.56	22.64	0.0224
5.00	0.65	28.29	0.0260
6.00	0.76	33.95	0.0304
7.00	0.87	39.61	0.0348
8.00	0.99	45.27	0.0396
9.00	1.32	50.93	0.0528
10.00	1.44	56.59	0.0576
11.00	1.62	62.25	0.0648
12.00	1.79	67.91	0.0716
13.00	2.00	73.56	0.0800
14.00	2.21	79.22	0.0884
15.00	2.40	84.88	0.0960
16.00	2.55	90.54	0.1020
17.00	2.67	96.20	0.1068
18.00	2.89	101.86	0.1156
19.00	3.06	107.52	0.1224
20.00	3.21	113.18	0.1284
21.00	3.35	118.84	0.1340
22.00	3.48	124.49	0.1392

<b>23.00</b>	3.59	130.15	0.1436
<b>24.00</b>	3.74	135.81	0.1496
<b>25.00</b>	3.87	141.47	0.1548
<b>26.00</b>	4.06	147.13	0.1624
<b>27.00</b>	4.22	152.79	0.1688
<b>28.00</b>	4.39	158.45	0.1756
<b>29.00</b>	4.54	164.11	0.1816
<b>30.00</b>	4.70	169.76	0.1880
<b>31.00</b>	4.83	175.42	0.1932
<b>32.00</b>	4.95	181.08	0.1980
<b>33.00</b>	5.10	186.74	0.2040
<b>34.00</b>	5.23	192.40	0.2092
<b>35.00</b>	5.47	198.06	0.2188
<b>36.00</b>	5.60	203.72	0.2240
<b>37.00</b>	5.75	209.38	0.2300
<b>38.00</b>	5.94	215.04	0.2376
<b>39.00</b>	6.10	220.69	0.2440
<b>40.00</b>	6.33	226.35	0.2532
<b>41.00</b>	6.50	232.01	0.2600
<b>42.00</b>	6.65	237.67	0.2660
<b>43.00</b>	6.82	243.33	0.2728
<b>44.00</b>	7.00	248.99	0.2800
<b>45.00</b>	7.20	254.65	0.2880
<b>45.50</b>	<b>7.35</b>	<b>257.48</b>	<b>0.2940</b>
<b>44.00</b>	7.41	248.99	0.2964
<b>42.00</b>	7.48	237.67	0.2992
<b>40.00</b>	7.55	226.35	0.3020

Figura 36. Diagrama Esfuerzo – Deformación de la viga N° 01 con estribos colocados a 45°.

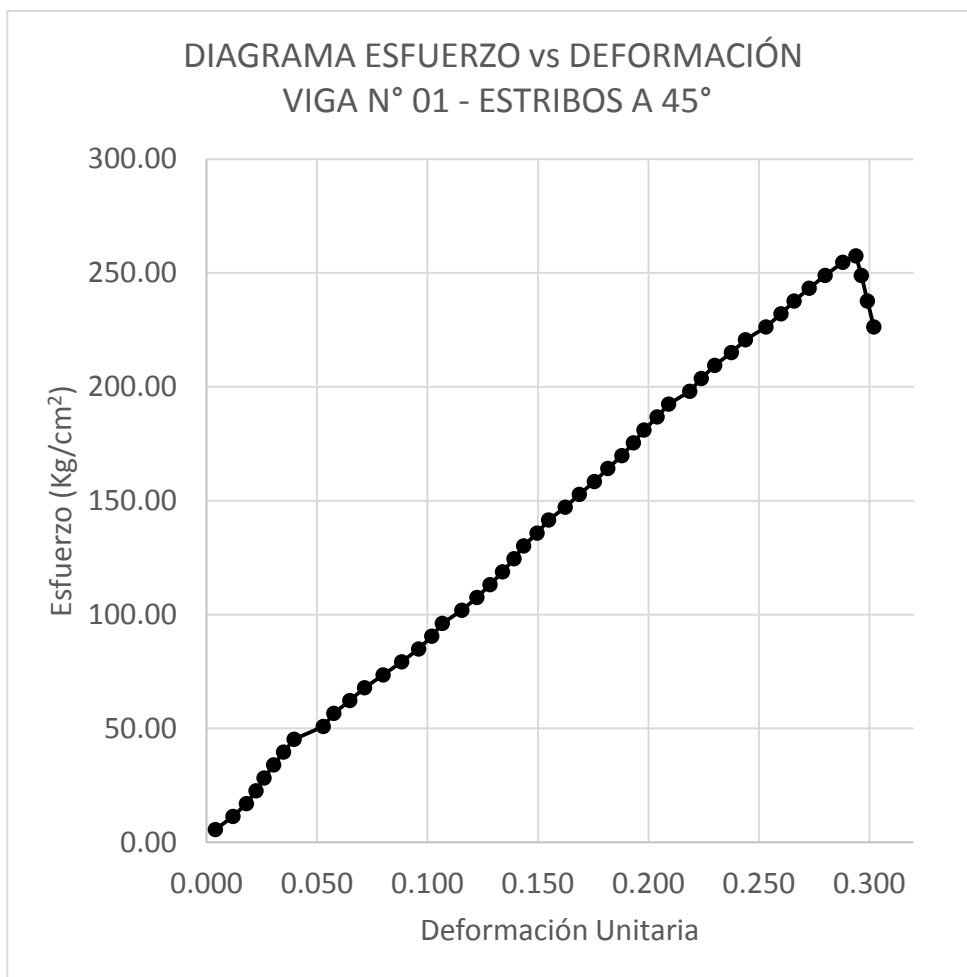




Tabla 16. Resultados del ensayo de resistencia al esfuerzo cortante de la viga N° 2 con estribos colocados a 45°.

<b>VIGA N° 02 - ESTRIBOS A 45°</b>			
<b>Radio (cm)</b>	7.5	<b>Área (cm<sup>2</sup>)</b>	176.715
<b>Altura (cm)</b>	25		
<b>Carga (Ton)</b>	<b>Deformación (mm)</b>	<b>Esfuerzo (Kg/cm<sup>2</sup>)</b>	<b>Deformación Unitaria (ε)</b>
1.00	0.16	5.66	0.0064
2.00	0.28	11.32	0.0112
3.00	0.46	16.98	0.0184
4.00	0.57	22.64	0.0228
5.00	0.64	28.29	0.0256
6.00	0.77	33.95	0.0308
7.00	0.85	39.61	0.0340
8.00	0.98	45.27	0.0392
9.00	1.21	50.93	0.0484
10.00	1.33	56.59	0.0532
11.00	1.51	62.25	0.0604
12.00	1.68	67.91	0.0672
13.00	1.95	73.56	0.0780
14.00	2.11	79.22	0.0844
15.00	2.39	84.88	0.0956
16.00	2.49	90.54	0.0996
17.00	2.62	96.20	0.1048
18.00	2.82	101.86	0.1128
19.00	2.99	107.52	0.1196
20.00	3.15	113.18	0.1260
21.00	3.29	118.84	0.1316
22.00	3.41	124.49	0.1364
23.00	3.52	130.15	0.1408
24.00	3.68	135.81	0.1472
25.00	3.80	141.47	0.1520
26.00	3.98	147.13	0.1592
27.00	4.18	152.79	0.1672
28.00	4.32	158.45	0.1728
29.00	4.49	164.11	0.1796
30.00	4.65	169.76	0.1860
31.00	4.78	175.42	0.1912
32.00	4.89	181.08	0.1956
33.00	5.02	186.74	0.2008
34.00	5.17	192.40	0.2068
35.00	5.41	198.06	0.2164

36.00	5.53	203.72	0.2212
37.00	5.71	209.38	0.2284
38.00	5.89	215.04	0.2356
39.00	6.05	220.69	0.2420
40.00	6.28	226.35	0.2512
41.00	6.42	232.01	0.2568
42.00	6.59	237.67	0.2636
43.00	6.75	243.33	0.2700
44.00	6.91	248.99	0.2764
45.00	<b>7.05</b>	<b>254.65</b>	<b>0.2820</b>
44.00	7.12	248.99	0.2848
42.00	7.17	237.67	0.2868
40.00	7.21	226.35	0.2884

Figura 37. Diagrama Esfuerzo – Deformación de la viga N° 02 con estribos colocados a 45°.

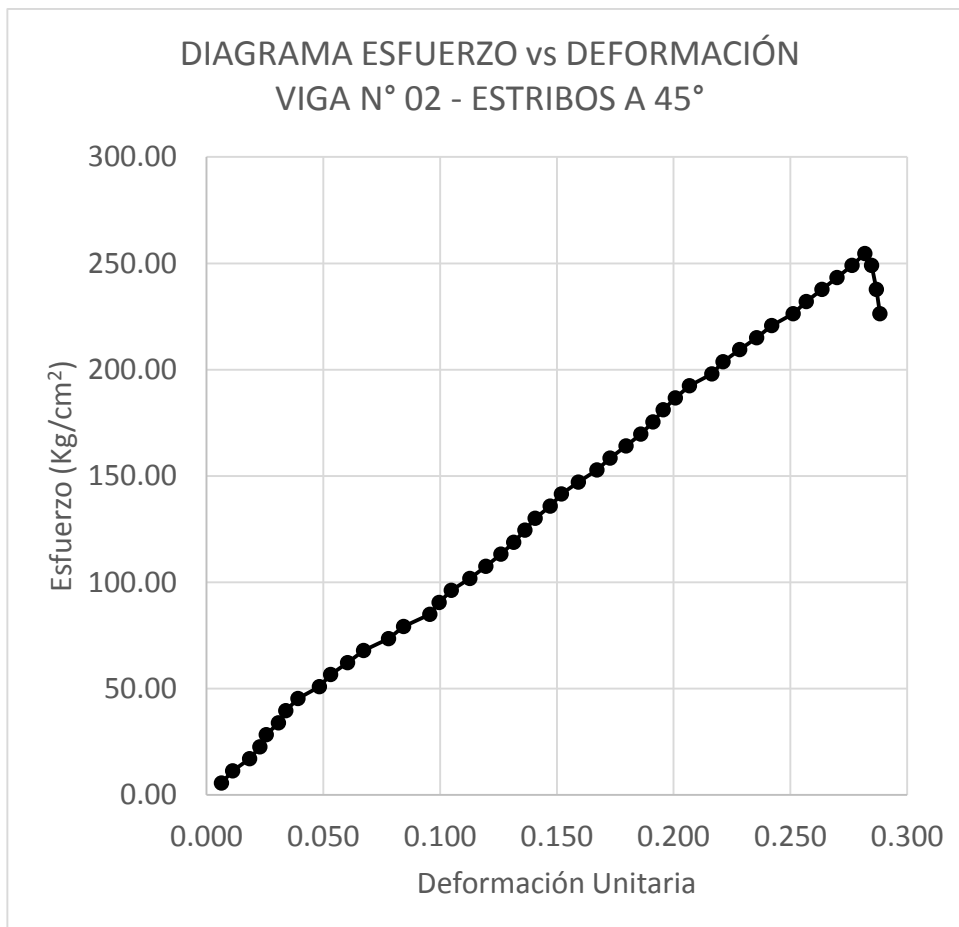
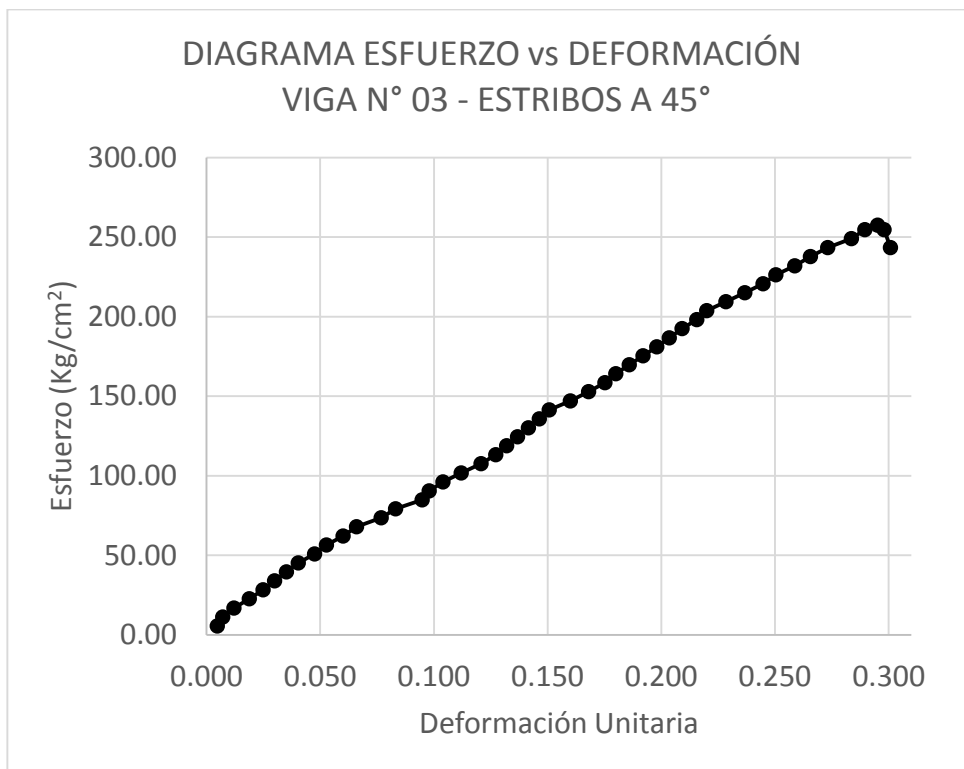


Tabla 17. Resultados del ensayo de resistencia al esfuerzo cortante de la viga N° 3 con estribos colocados a 45°.

<b>VIGA N° 03 - ESTRIBOS A 45°</b>			
<b>Radio (cm)</b>	7.5	<b>Área (cm<sup>2</sup>)</b>	176.715
<b>Altura (cm)</b>	25		
<b>Carga (Ton)</b>	<b>Deformación (mm)</b>	<b>Esfuerzo (Kg/cm<sup>2</sup>)</b>	<b>Deformación Unitaria (ε)</b>
1.00	0.12	5.66	0.0048
2.00	0.18	11.32	0.0072
3.00	0.30	16.98	0.0120
4.00	0.47	22.64	0.0188
5.00	0.62	28.29	0.0248
6.00	0.75	33.95	0.0300
7.00	0.88	39.61	0.0352
8.00	1.01	45.27	0.0404
9.00	1.19	50.93	0.0476
10.00	1.32	56.59	0.0528
11.00	1.50	62.25	0.0600
12.00	1.65	67.91	0.0660
13.00	1.92	73.56	0.0768
14.00	2.08	79.22	0.0832
15.00	2.37	84.88	0.0948
16.00	2.45	90.54	0.0980
17.00	2.60	96.20	0.1040
18.00	2.80	101.86	0.1120
19.00	3.02	107.52	0.1208
20.00	3.18	113.18	0.1272
21.00	3.30	118.84	0.1320
22.00	3.42	124.49	0.1368
23.00	3.54	130.15	0.1416
24.00	3.66	135.81	0.1464
25.00	3.77	141.47	0.1508
26.00	4.00	147.13	0.1600
27.00	4.20	152.79	0.1680
28.00	4.38	158.45	0.1752
29.00	4.50	164.11	0.1800
30.00	4.65	169.76	0.1860
31.00	4.80	175.42	0.1920
32.00	4.95	181.08	0.1980
33.00	5.09	186.74	0.2036
34.00	5.23	192.40	0.2092
35.00	5.39	198.06	0.2156

<b>36.00</b>	5.50	203.72	0.2200
<b>37.00</b>	5.71	209.38	0.2284
<b>38.00</b>	5.92	215.04	0.2368
<b>39.00</b>	6.12	220.69	0.2448
<b>40.00</b>	6.26	226.35	0.2504
<b>41.00</b>	6.47	232.01	0.2588
<b>42.00</b>	6.64	237.67	0.2656
<b>43.00</b>	6.83	243.33	0.2732
<b>44.00</b>	7.09	248.99	0.2836
<b>45.00</b>	7.24	254.65	0.2896
45.50	<b>7.38</b>	<b>257.48</b>	<b>0.2952</b>
<b>45.00</b>	7.45	254.647	0.29800
<b>43.00</b>	7.52	243.330	0.30080
<b>40.00</b>	7.59	226.353	0.30360

Figura 38. Diagrama Esfuerzo – Deformación de la viga N° 03 con estribos colocados a 45°.



#### 4.3. CARGA DE ROTURA, DEFORMACIONES Y ESFUERZO CORTANTES.

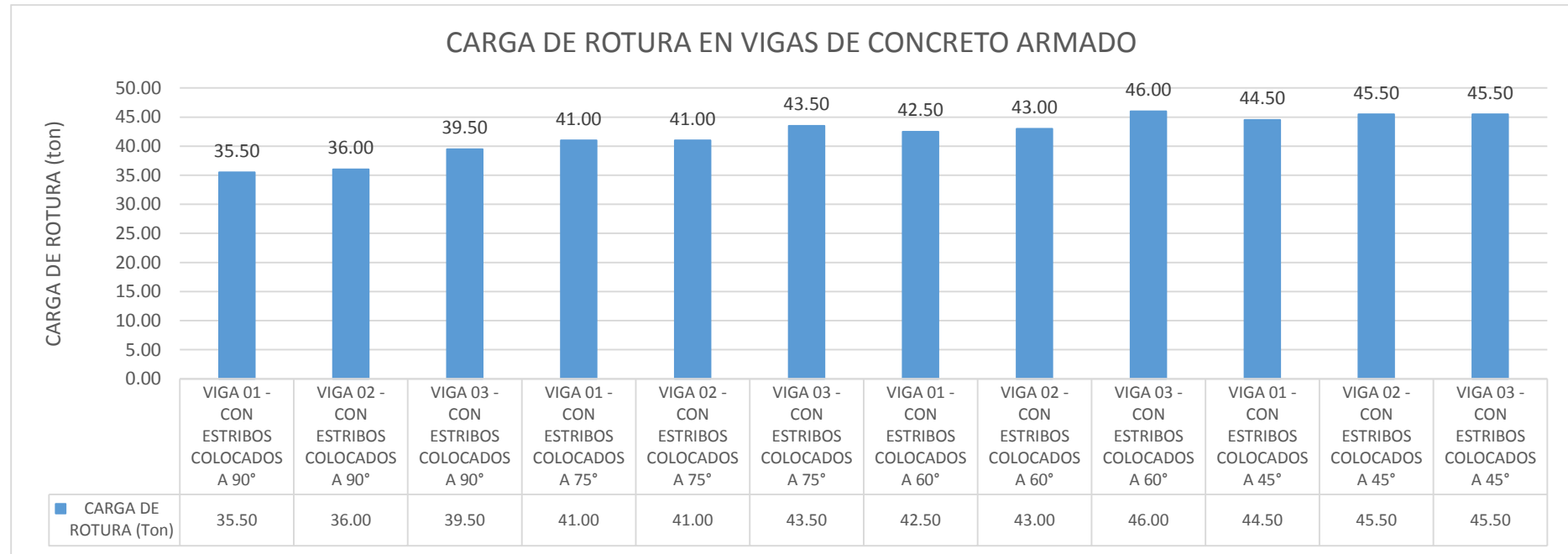
En la tabla N° 18 se muestra las cargas de rotura de los diferentes tipos de vigas, deformaciones y esfuerzos cortantes para cada una de las vigas ensayadas en el laboratorio.

*Tabla 18. Cargas de rotura, deformaciones y esfuerzos cortantes en los tipos de vigas de concreto armado.*

TIPOS DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO	CARGA DE ROTURA (Ton)	DEFORMACION (mm)	ESFUERZO CORTANTE (Ton)
VIGA 01 - CON ESTRIBOS COLOCADOS A 90°	35.50	3.45	27.71
VIGA 02 - CON ESTRIBOS COLOCADOS A 90°	36.00	3.56	28.10
VIGA 03 - CON ESTRIBOS COLOCADOS A 90°	39.50	4.05	30.83
VIGA 01 - CON ESTRIBOS COLOCADOS A 75°	41.00	4.69	32.00
VIGA 02 - CON ESTRIBOS COLOCADOS A 75°	41.00	4.65	32.00
VIGA 03 - CON ESTRIBOS COLOCADOS A 75°	43.50	5.01	33.95
VIGA 01 - CON ESTRIBOS COLOCADOS A 60°	42.50	5.35	33.17
VIGA 02 - CON ESTRIBOS COLOCADOS A 60°	43.00	5.29	33.56
VIGA 03 - CON ESTRIBOS COLOCADOS A 60°	46.00	6.48	35.90
VIGA 01 - CON ESTRIBOS COLOCADOS A 45°	44.50	7.05	34.73
VIGA 02 - CON ESTRIBOS COLOCADOS A 45°	45.50	7.35	35.51
VIGA 03 - CON ESTRIBOS COLOCADOS A 45°	45.50	7.38	35.51

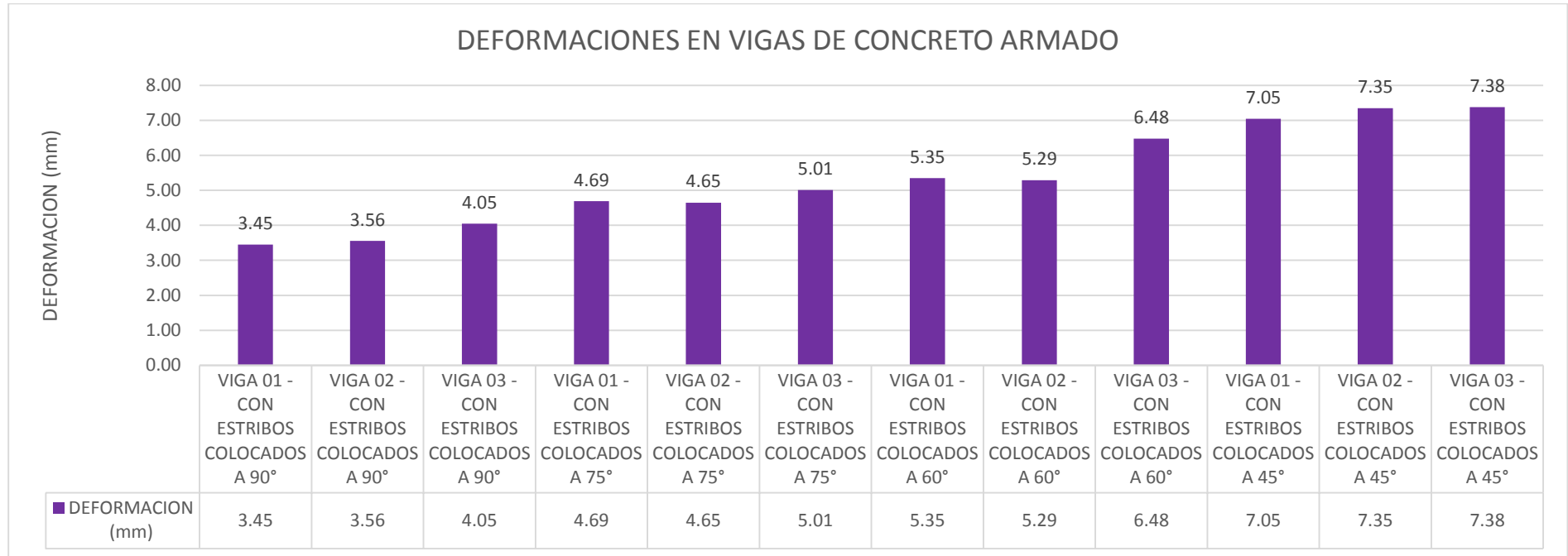
#### 4.4. DISCUSIÓN DE RESULTADOS DE LAS VIGAS ENSAYADAS

Figura 39. Gráfico de carga de rotura en vigas de concreto armado.



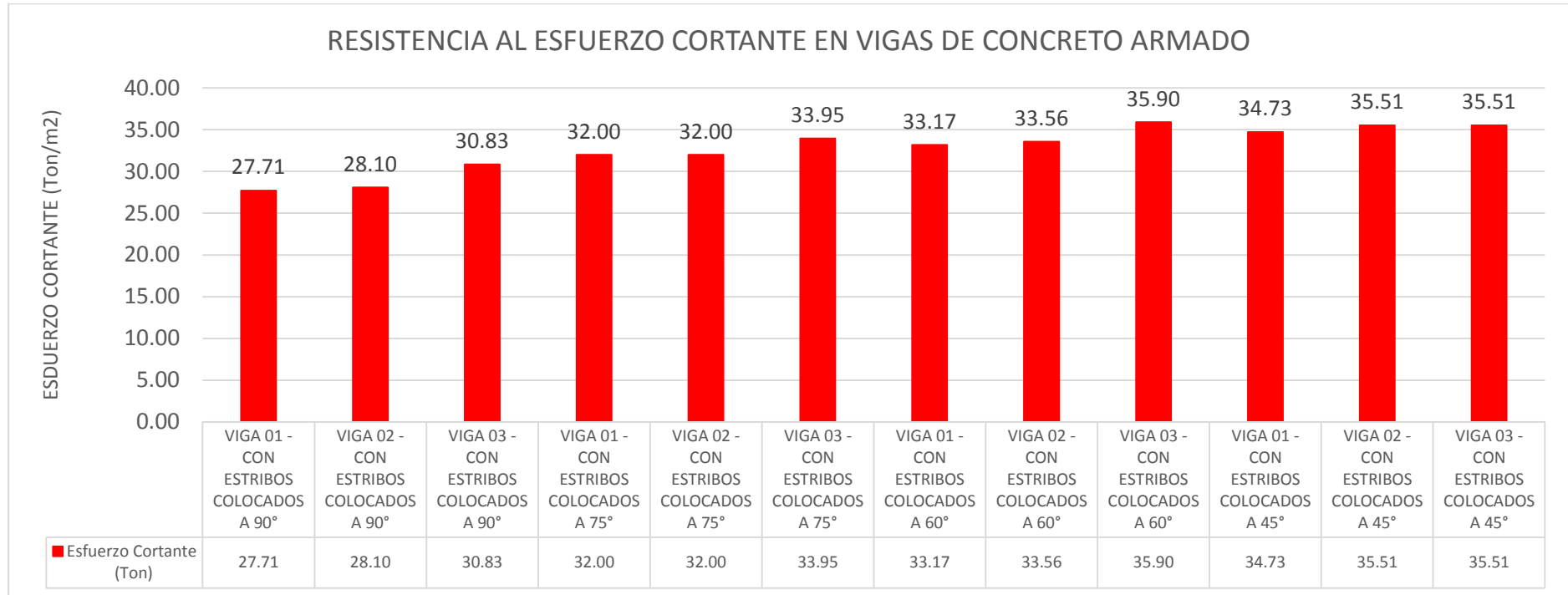
De la Figura 39, se muestra que, las cargas de rotura de vigas con estribos colocados a 90° fueron de 35.5, 36.0 y 39.5 toneladas; las cargas de rotura de vigas con estribos colocados a 75° fueron de 41.0, 41.0 y 43.5 toneladas; las cargas de rotura de vigas con estribos colocados a 60° fueron de 42.5, 43.0 y 46.0 toneladas; la carga de rotura de vigas con estribos colocados a 45° fueron de 44.5, 45.5 y 45.5 toneladas. Claramente se observa que al reducir el ángulo de inclinación de los estribos cada 15° a partir de 90° se necesitó una mayor carga para el colapso de las vigas de concreto armado.

Figura 40. Gráfico de deformaciones en vigas de concreto armado.



De la Figura 40, se muestra que, las deformaciones para las vigas con estribos colocados a 90° fueron de 3.45, 3.56 y 4.05 milímetros; las deformaciones para las vigas con estribos colocados a 75° fueron de 4.69, 4.65 y 5.01 milímetros; las deformaciones para las vigas con estribos colocados a 60° fueron de 5.35, 5.29 y 6.48 milímetros; las deformaciones para las vigas con estribos colocados a 45° fueron de 7.05, 7.35 y 7.38 milímetros. Entonces al reducir el ángulo de inclinación de los estribos cada 15° a partir 90° las deformaciones de las vigas aumentan considerablemente garantizando así un comportamiento más dúctil.

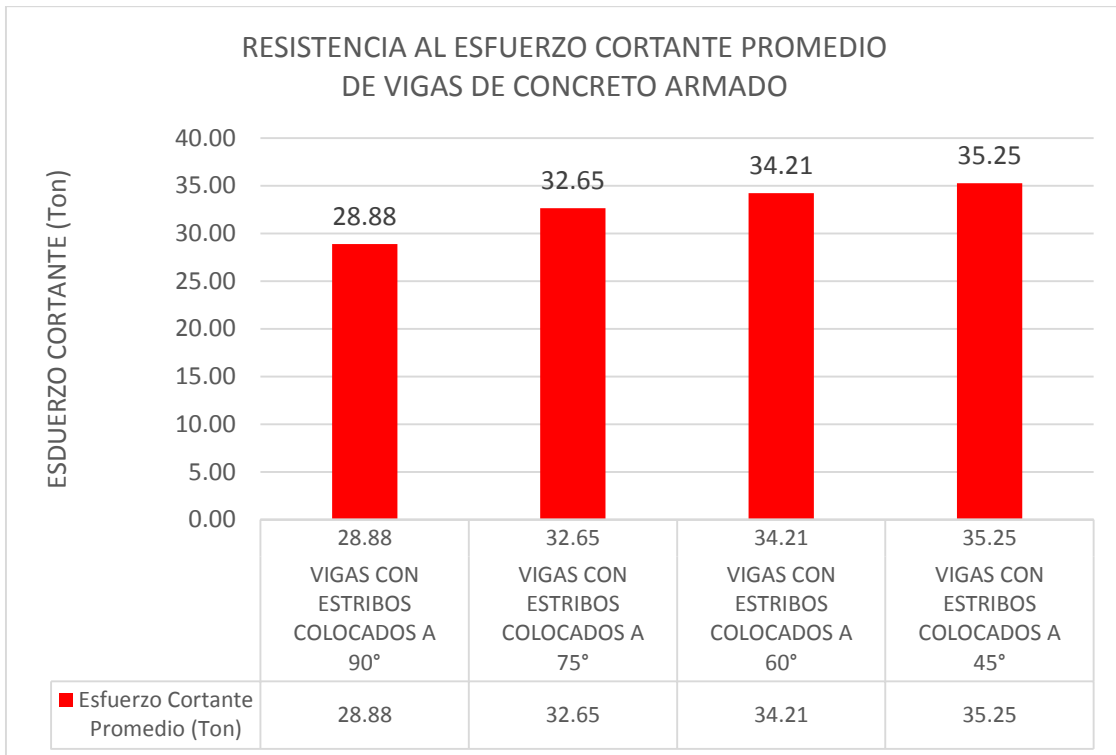
Figura 41. Gráfico de esfuerzos cortantes en vigas de concreto armado.



De la Figura 41, se observa que, las resistencias al esfuerzo cortante en vigas con estribos colocados a 90° fueron de 27.71, 28.10 y 30.83 toneladas; las resistencias al esfuerzo cortante en vigas con estribos colocados a 75° fueron de 32.0, 32.0 y 33.95 toneladas; las resistencias al esfuerzo cortante en vigas con estribos colocados a 60° fueron de 33.17, 33.56 y 35.90 toneladas; las resistencias al esfuerzo cortante en vigas con estribos colocados a 45° fueron de 34.73, 35.51 y 35.51 toneladas. Los resultados muestran que la reducción del ángulo de inclinación de los estribos influye de manera significativa la resistencia al esfuerzo cortante.



Figura 42. Gráfico de esfuerzos cortantes promedio en vigas de concreto armado.



De la Figura N° 42, Se observa que la resistencia al esfuerzo cortante promedio para las vigas con estribos colocados con un ángulo de 90° es de 28.88 toneladas; la resistencia al esfuerzo cortante promedio para las vigas con estribos colocados con un ángulo de 75° es de 32.65 toneladas; la resistencia al esfuerzo cortante promedio para las vigas con estribos colocados a un ángulo de 60° es de 34.21 toneladas; y la resistencia al esfuerzo cortante promedio para las vigas con estribos colocados con un ángulo de 45° es de 35.25 toneladas.

Figura 43. Gráfico de esfuerzos cortantes promedio y vigas de concreto armado con estribos inclinados.



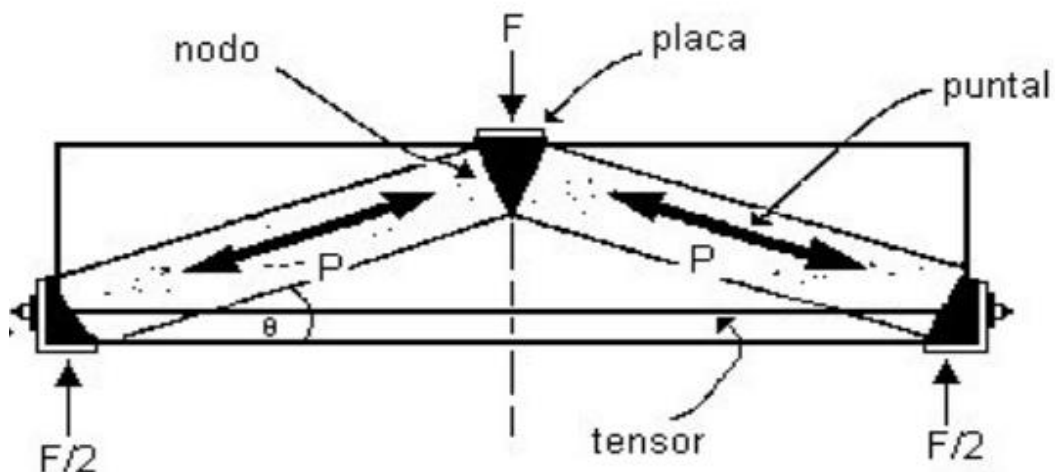
De la Figura N° 43. Se observa que las vigas con estribos colocados a 90° tienen una resistencia al esfuerzo cortante de 28.88 toneladas, luego al reducir en 15° el ángulo de inclinación de los estribos, es decir vigas con estribos colocados a 75°, la resistencia al esfuerzo cortante aumentó a 32.65 toneladas, aumentando 3.77 toneladas y esto representa un incremento de 13.05%; al reducir en 15° mas, es decir vigas con estribos colocados a 60°, la resistencia al esfuerzo cortante aumentó a 34.21 toneladas, aumentando 5.33 toneladas y esto representa un incremento de 17.83%; finalmente al reducir en 15° mas, es decir vigas con estribos colocados a 45°, la resistencia al esfuerzo cortante aumentó a 35.25 toneladas, aumentando 6.37 toneladas y esto representa un incremento de 20.87%.

Con estos resultados obtenidos en laboratorio se comprueba que la reducción del ángulo de inclinación de los estribos aumentó considerablemente la resistencia al esfuerzo cortante de las vigas de concreto armado.

## COMPARACIÓN CON MODELO PUNTAL - TENSOR

Podemos considerar al modelo puntal - tensor como una herramienta básica en el diseño de miembros de concreto armado en flexión, corte y torsión. La idealización estructural de un miembro de hormigón armado radica en desarrollar un modelo análogo al de la armadura consistente en puntales y tensores que representan el mecanismo de transferencia de carga en una pieza de hormigón armado sometida a fuerzas aplicadas y reacciones en los apoyos. Así, el modelo puntal-tensor desarrollado se emplea para crear el equilibrio entre cargas, reacciones y fuerzas internas presentes en los puntales y los tensores. Las cargas reales transmitidas por el modelo puntal - tensor son tratadas como cargas últimas de bajo límite para los miembros de concreto armado basándose en el teorema de más bajo límite de plasticidad. Este acercamiento facilita un entendimiento claro del comportamiento de miembros concreto armado, es más, ofrece un diseño seguro, racional y unificado para el hormigón estructural bajo efectos de combinación de cargas.

*Figura 44. Modelo puntal - tensor en una viga alta solicitada por una carga puntual.*



Fuente: Modelo Puntal-Tensor. Azócar, 2004.

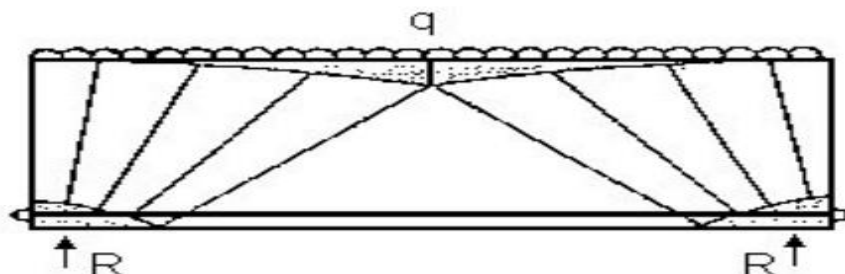
El procedimiento básico para desarrollar un modelo puntal - tensor en miembros de concreto armado ha sido expuesto por muchos autores como Marti, Schlaich, MacGregor y otros. Este proceso de análisis y diseño estructural consiste en cinco pasos, que son los siguientes:

- Determinación de los límites de las regiones D en una estructura; análisis de los esfuerzos en los límites de esas regiones.
- Idealización de la estructura dentro de las regiones D como un enrejado articulado; la idealización de la estructura debe incorporar las dimensiones necesarias de los puntales y proporcionar el detallado y emplazamiento del refuerzo.
- Determinación de las fuerzas en los miembros del modelo puntal - tensor.
- Verificación de la capacidad resistente de los miembros del modelo basándose en los resultados de análisis.
- Detallado de las zonas nodales y el refuerzo para asegurar una adecuada disposición de este último y examinar el refuerzo necesario para evitar grietas.

## CONFIGURACIÓN BÁSICAS DE PUNTALES

La configuración básica de los puntales que representan los campos de compresión son el abanico, la botella y el prisma. En la figura 45 se muestra un ejemplo de la acción de abanico visualizada en una viga.

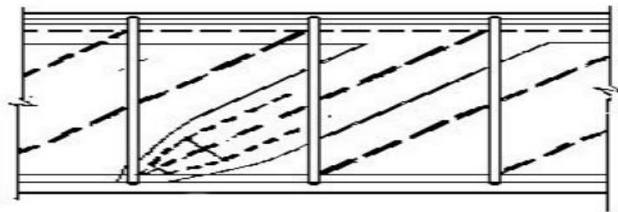
*Figura 45. Puntales en forma de abanico*



Fuente: Modelo Puntal -Tensor. Azócar, 2004.

Debe notarse que ambos tipos de puntales, el abanico y la botella, pueden ser transformados o reducidos a una forma prismática, tal como se muestra en la figura 46, que muestra un puntal con forma de botella en una viga. En efecto, aquí no hay una ventaja especial en usar el abanico o la botella excepto para propósitos conceptuales. Los puntales prismáticos son más prácticos y adecuados para el diseño.

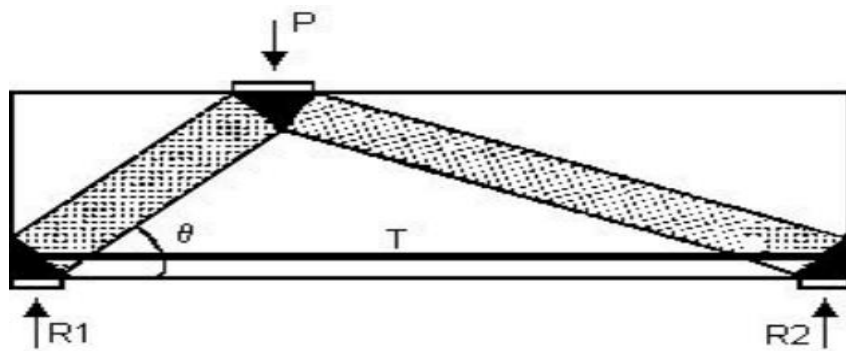
*Figura 46. Puntales en forma de botella.*



Fuente: Modelo Puntal-Tensor. Azócar 2004.

## ELECCIÓN DEL MODELO PUNTAL – TENSOR.

*Figura 47. Modelo de puntal – tensor simple para una viga con carga puntual en la cara superior.*

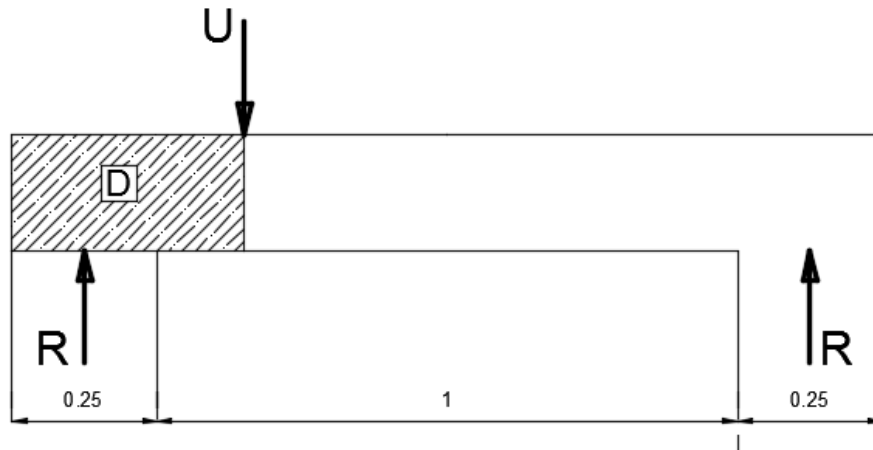


Fuente: Modelo Puntal-Tensor. Azócar 2004.

## CÁLCULO DEL ÁNGULO PARA LA CARGA APLICADA “U”

### 1. Identificación de la región “D”

Figura 48. Identificación de la región "D"



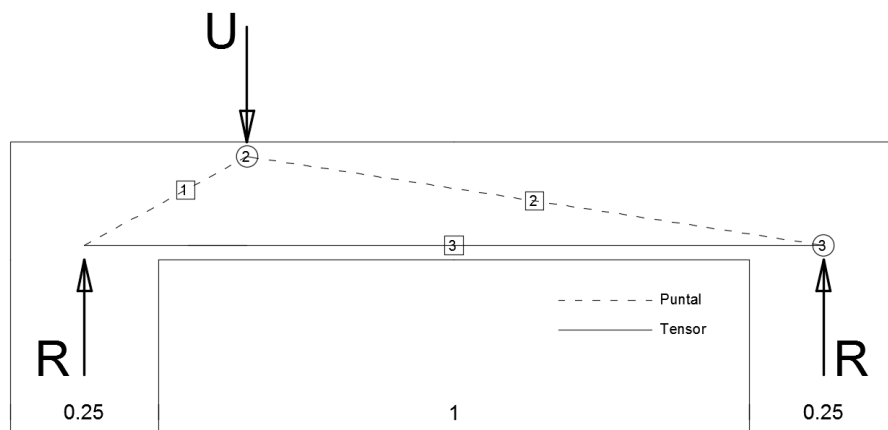
### 2. Calculo de fuerzas actuantes en las fronteras de las zonas D

$$U = 1.2 W_D + 1.6 W_L \quad \dots \text{Ecuación 71}$$

$$U = 40 \text{ Ton}$$

### 3. Elección del Modelo Puntal – Tensor.

Figura 49. Elección del Modelo Puntal – Tensor.

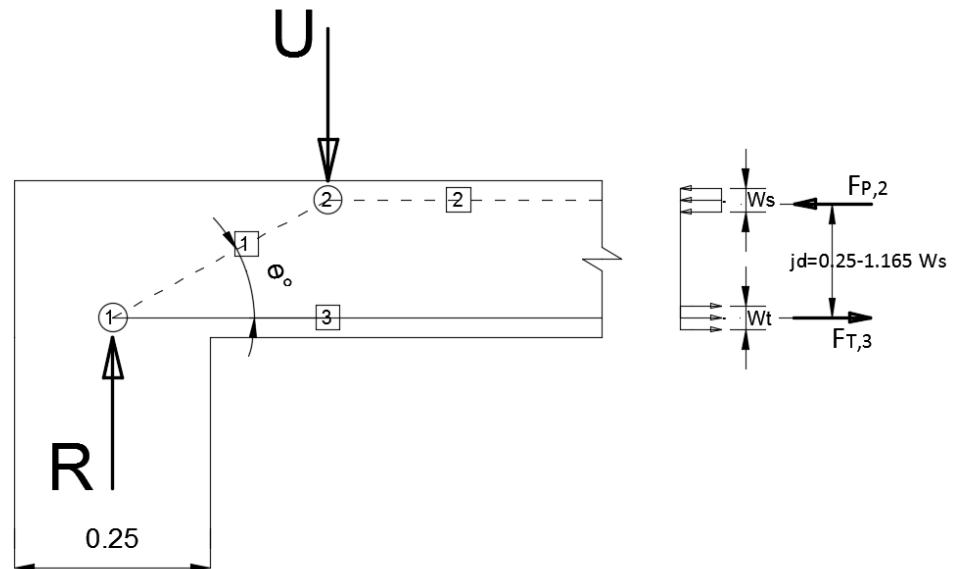


#### 4. Geometría General.

En la elección de las dimensiones de modelo se debe tener en cuenta los anchos asignados a los tensores. Se trata de un proceso que requiere tanteos por lo que no es conviene empezar el cálculo con anchos muy pequeños.

Para este caso elegimos las dimensiones a partir del equilibrio de la armadura, es decir, el puntal 2 y el tensor 3 forman un par de fuerzas.

*Figura 50. Fuerzas Internas en la viga.*



En las vigas el ángulo formado por el puntal 2 y el eje longitudinal se va reduciendo de manera significativa a medida que aumenta la longitud de la viga, por lo que tiende a cero, es por esto que en la Figura 50 el puntal 2 se representa horizontalmente.

Equilibrando fuerzas horizontales, obtenemos:

$$F_{P,2} = F_{T,3} \quad \dots \text{Ecuación 72}$$

La posición horizontal de los nodos es fácil de definir, pero la posición vertical de estos debe determinarse. El brazo palanca “jd”, del par de fuerzas debe ser el máximo, esto significa que el ancho del puntal 2,  $w_s$  y el ancho necesario para anclar el tensor 3 en el nodo,  $w_t$  debe ser mínimo.

Para minimizar  $w_s$  en la fuerza del puntal 2,  $F_{P,2}$  debe alcanzar su capacidad definida por la sección 23.4.1 de ACI:

$$F_{P,2} = \varphi F_{ns} = \varphi f_{ce} A_{cs} \quad \dots \text{Ecuación 73}$$

$$f_{ce} = 0.85 \beta_s f'_c \quad \dots \text{Ecuación 74}$$

$$\varphi F_{ns} = \varphi (0.85 \beta_s f'_c) b_w w_s \quad \dots \text{Ecuación 75}$$

Donde

$$\beta_s = 1 \text{ (prismático)}$$

Para minimizar  $w_t$  en la fuerza del tensor 3, se debe considerar la resistencia de la zona nodal 1. Para esto se considera la fuerza que actúa en esa cara del nodo.

$$F_{T,3} = \varphi F_{ns} = \varphi f_{ce} A_{cs} = \varphi (0.85 \beta_s f'_c) b_w w_t \quad \dots \text{Ecuación 76}$$

Donde

$$\beta_s = 0.75 \text{ (Nodo CCT)}$$

Reemplazando la ecuación 76 y 75 en 72, obtenemos:

$$w_t = 1.33 w_s \quad \dots \text{Ecuación 77}$$

Entonces:

$$jd = 0.25 - \left( \frac{w_s}{2} + \frac{w_t}{2} \right) \quad \dots \text{Ecuación 78}$$

Reemplazando en 77 en 78, resulta:

$$jd = 0.25 - 1.165 w_s \quad \dots \text{Ecuación 79}$$



Haciendo momentos en el nodo 1, obtenemos:

$$(U)(0.275) - (F_{P,2})(jd) = 0 \quad \dots \text{Ecuación 80}$$

Sustituyendo los valores anteriores en la ecuación 80, resulta:

$$(40)(0.275) - (\varphi 0.85 \beta_s f'_c b_w w_s)(0.25 - 1.165 w_s) = 0$$

$$(8.09)(0.275) = (0.75)(0.85) (1)(210)(0.25)(w_s)(0.25 - 1.165 w_s)$$

$$w_s = 0.0141$$

$$w_t = 0.0199$$

En base a una estimación aproximada de esfuerzos de acuerdo a las condiciones de equilibrio antes analizadas se fijan los anchos del puntal 2 en 0.015 m y del tensor en 0.02 m. Por consiguiente "d" resulta.

$$d = 0.25 - \frac{0.015}{2} = 0.24 \text{ cm}$$

$$jd = 0.25 - \left( \frac{0.015}{2} + \frac{0.02}{2} \right) = 0.23 \text{ cm}$$

Luego, para obtener el valor de  $\theta$ , es:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{0.23}{0.275}\right) = 39.9^\circ$$

Del último resultado se deduce que, el ángulo que forma el puntal con el tensor en las vigas de concreto armado es de  $39.9^\circ$ , por lo que al colocar estribos con un ángulo de  $45^\circ$  se está confinando la grieta que se producirá debido al esfuerzo cortante, es por esto que la viga tiene una mayor resistencia a la rotura, presenta una mayor deformación antes del colapso y en consecuencia tiene un comportamiento más dúctil que las vigas de concreto armado con los estribos colocados a  $90^\circ$ .

## CONTRASTE DE LA HIPÓTESIS

De acuerdo con los ensayos realizados en laboratorio, la reducción del ángulo de inclinación de los estribos en  $15^\circ$  a partir de  $90^\circ$ , esto significa estribos colocados a  $75^\circ$ , aumentó en un 13.05% la resistencia al esfuerzo cortante en vigas de concreto armado; luego la reducción del ángulo de inclinación de los estribos en  $15^\circ$  más, esto significa estribos colocados a  $60^\circ$ , aumentó en un 17.83% la resistencia al esfuerzo cortante en vigas de concreto armado; y finalmente la reducción del ángulo de inclinación de los estribos en  $15^\circ$  más, esto significa estribos colocados a  $45^\circ$ , aumentó en un 20.87% la resistencia al esfuerzo cortante en vigas de concreto armado.

Entonces afirmamos que la reducción del ángulo de inclinación de los estribos cada  $15^\circ$  a partir de  $90^\circ$  no aumentó en más de un 10% la resistencia al esfuerzo cortante en vigas de concreto armado.

Si bien, la hipótesis sólo se cumple para el primer caso, en los otros dos casos la resistencia al esfuerzo cortante en vigas de concreto armado aumentó de manera considerable.

## CAPITULO V. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

### CONCLUSIONES

- La reducción del ángulo de inclinación de los estribos en  $45^\circ$  a partir de  $90^\circ$  incrementa la resistencia al esfuerzo cortante de vigas de concreto armado en 6.37 toneladas, representando un 20.87%.
- Se determinó la resistencia al esfuerzo cortante de vigas de concreto armado con los estribos colocados con ángulo de inclinación de  $90^\circ$ ,  $75^\circ$ ,  $60^\circ$  y  $45^\circ$  obteniendo resistencias de 28.88, 32.65, 34.21 y 35.25 toneladas, respectivamente.
- La reducción del ángulo de inclinación de los estribos en  $15^\circ$  a partir de  $90^\circ$ , es decir, vigas de concreto armado con los estribos colocados con ángulo de inclinación de  $75^\circ$ ,  $60^\circ$  y  $45^\circ$  incrementa la resistencia al esfuerzo cortante en 13.05%, 4.78% y 3.04%, respectivamente.

## RECOMENDACIONES

- Se recomienda hacer un análisis comparativo de costos debido a que la colocación de estribos inclinados en las vigas demanda de mayor tiempo y esto influye en el rendimiento de la mano de obra.
- Se recomienda que la Universidad Nacional de Cajamarca a través de la Escuela Académico Profesional de Ingeniería Civil alcance los resultados de éste trabajo de investigación al Sector Construcción.

## BIBLIOGRAFÍA

1. AMERICAN CONCRETE INSTITUTE (2014). ACI 318 SUS. Farmington Hills, Mi 48331: American Concrete Institute.
2. BLANCO BLASCO, Antonio. (2004) Estructuración y Diseño de Edificaciones de Concreto Armado. (Tercera Edición) Lima - Perú: Princliness.
3. ECHAZU, Silvina. Vigas de hormigón armado reforzadas y /o reparadas con materiales compuestos. [En línea] Argentina 2010. [Fecha de consulta: 28 de abril 2017]. Disponible en: [http://www.edutecne.utn.edu.ar/cinpar\\_2010/Topico%202/CINPAR%2013.pdf](http://www.edutecne.utn.edu.ar/cinpar_2010/Topico%202/CINPAR%2013.pdf)
4. ESCRIG, Christian. Refuerzo a cortante de vigas de hormigón armado mediante TRM. [En línea] España 2014. [Fecha de consulta: 01 de mayo de 2017]. Disponible en: <https://upcommons.upc.edu/bitstream/handle/2117/23598/203-666-1-PB.pdf>
5. GONZALES CUEVAS, Oscar (2005). Aspectos Fundamentales del concreto reforzado. (Cuarta Edición) México. Limusa.
6. HARMSSEN, Teodoro. E. (2002). Diseño De Estructuras De Concreto Armado (Tercera Edición) Lima - Perú: Pontificia Universidad Católica Del Perú.
7. IZAGUIRRE, Misael. Capacidad a Cortante por tensión diagonal en vigas de concreto fibroreforzado. [En línea]. México 2004. [Fecha de consulta: 04 de abril 2017]. Disponible en: [http://www.smie.org.mx/SMIE\\_Articulos/co/co\\_13/te\\_02/ar\\_13.pdf](http://www.smie.org.mx/SMIE_Articulos/co/co_13/te_02/ar_13.pdf)

8. LLOPIZ Carlos R. (2014). Hormigón II. Comportamiento y Diseño de Nudos. Daños Observados en Terremotos. [En línea]. Perú. [Fecha de consulta: 25 de septiembre de 2017]. Disponible en: <https://civilgeeks.com/2014/01/19/comportamiento-y-diseno-de-nudos-de-concreto-armado/>
9. MCCORMAC C. Jack. (2002). Diseño de Concreto Reforzado (Cuarta Edición). México. Alfaomega Grupo Editores.
10. MORALES MORALES Roberto. (2004). Diseño en Concreto Armado. (Segunda Edición). Lima - Perú: ICG - Instituto De La Construcción y Gerencia.
11. NILSON Arthur H. (2001). Diseño de Estructuras de Concreto Armado. (Duodécima Edición). Colombia. Quebecor World Bogotá.
12. PARKER Harry, AMBROSE James (2008). Diseño simplificado de concreto reforzado. (Tercera Edición) México. Limusa.
13. PAULAY R, PARK T. (1992). Sismic Design of Reinforced Concrete and Masonry Buildings. Christchurch, Nueva Zelanda: Limusa.
14. REGLAMENTO NACIONAL DE EDIFICACIONES DEL PERÚ. (2009). Norma E020. Lima - Perú: ICG - Instituto De La Construcción y Gerencia.
15. REGLAMENTO NACIONAL DE EDIFICACIONES DEL PERÚ. (2016). Norma E030. Lima - Perú: ICG - Instituto De La Construcción y Gerencia.
16. REGLAMENTO NACIONAL DE EDIFICACIONES DEL PERÚ. (2009). Norma E060. Lima - Perú: ICG - Instituto De La Construcción y Gerencia.
17. ROJAS, Walter Alonso. Comparación de Esfuerzos Cortantes en Vigas de Concreto Reforzado de Gran Altura, Mediante el Método de los Elementos Finitos y el Modelo Puntal - Tensor. Bogotá - Colombia 2014. 121 p.

18. SHATARAT, Nasim. Investigación experimental de hormigón armado vigas con refuerzo en espiral en cizalladura. ScienceDirect [En línea]. Jordania 2016. [Fecha de consulta: 04 de abril 2017]. Disponible en: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0950061816313332>

## ANEXOS

### DISEÑO DE MEZCLAS DE CONCRETO

**CANTERA DE AGREGADO FINO** : BAÑOS DEL INCA (TARTAR CHICO)

**CANTERA DE AGREGADO GRUESO** : BAÑOS DEL INCA (TARTAR CHICO)

#### CARACTERISTICAS DE LOS MATERIALES

##### AGREGADO FINO

PESO ESPECÍFICO APARENTE	: 2.60 gr/cm <sup>3</sup>
PESO UNITARIO SULETO SECO	: 1.54 Kg/m <sup>3</sup>
PESO UNITARIO SECO COMPACTADO	: 1.685 Kg/m <sup>3</sup>
HUMEDAD NATURAL	: 5.46 %
ABSORCION	: 1.84%
MODULO DE FINURA	: 3.33
MATERIAL MAS FINO TAMIZ N° 200	: 6.20%

##### AGREGADO GRUESO

PERFIL	: ANGULAR
TAMAÑO MÁXIMO NOMINAL	: 1/2"
PESO ESPECÍFICO APARENTE	: 2.63 gr/cm <sup>3</sup>
PESO UNITARIO SULETO SECO	: 1.308 Kg/m <sup>3</sup>
PESO UNITARIO SECO COMPACTADO	: 1.415 Kg/m <sup>3</sup>
HUMEDAD NATURAL	: 0.32 %
ABSORCION	: 1.84%
MODULO DE FINURA	: 6.96
MATERIAL MAS FINO TAMIZ N° 200	: 0.70 %
ABRASION	: 28.60%



## **CEMENTO**

CEMENTO PORTLAND TIPO I PACASMAYO (A.S.T.M C - 150)

PESO ESPECIFICO: 3.08 gr/cm<sup>3</sup>

## **CARACTERISTICAS ESTRUCTURALES**

Resistencia a la compresión de diseño:  $f'c = 140 \text{ Kg/cm}^2$

Resistencia a la compresión promedio:  $f'cr = f'c + 71 = 211 \text{ Kg/cm}^2$  (28 días)

Asentamiento: 3" - 4"

## **CANTIDAD DE MATERIAL POR M3 DE CONCRETO**

### **MATERIAL DE DISEÑO POR M<sup>3</sup>**

CEMENTO	: 275 Kg
AGREGADO FINO SECO	: 1050 Kg
AGREGADO GRUEDO SECO	: 723 Kg
AGUA DE MEZCLA	: 210 Lts
CONTENIDO DE AIRE ATRAPADO	: $\pm 2.5\%$

### **MATERIALES CORREGIDOS POR HUMEDAD POR M3**

CEMENTO	: 275 Kg
AGREGADO FINO SECO	: 1117 Kg
AGREGADO GRUEDO SECO	: 739 Kg
AGUA DE MEZCLA	: 154.2 Lts
CONTENIDO DE AIRE ATRAPADO	: $\pm 2.5\%$

## **PROPORCIONAMIENTO DE MATERIALES**

### **PROPORCIONAMIENTO EN PESO**

1: 4.06: 2.69 / 23.80 Lts/bolsa

### **PROPORCIONAMIENTO EN VOLUMEN**

1: 3.50: 3.00 / 23.80 Lts/bolsa

**ANALISIS GRANULOMETRICO**  
**NTP 400.012, NTP 400.037 / A.S.T.M.C -136**

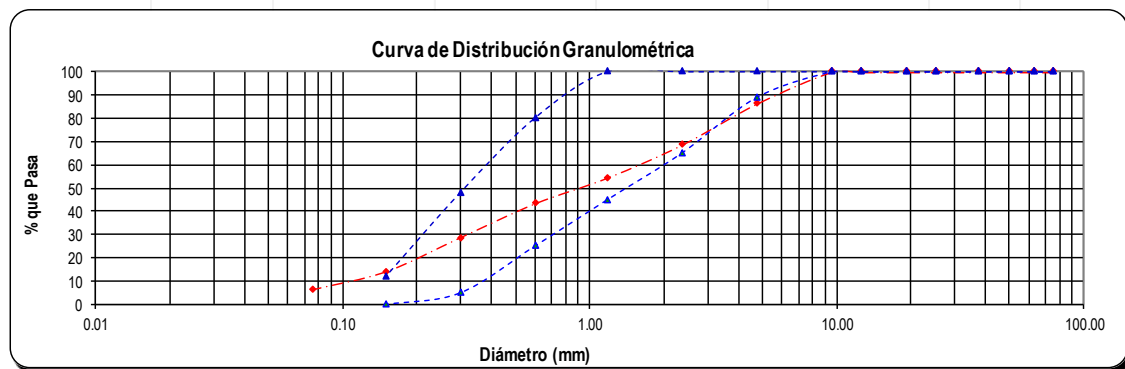
**TESIS:** "INFLUENCIA DE LA REDUCCIÓN DEL ÁNGULO DE INCLINACIÓN DE LOS ESTRIBOS EN LA RESISTENCIA AL ESFUERZO CORTANTE DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO"

**MATERIAL :** AGREGADO FINO

**PROCEDENCIA :** BAÑOS DEL INCA (TARTAR CHICO) - CAJAMARCA

**MUESTRA :** 2      **PESO SECO MENOR A N° 200:** 89.00 gr.      **Módulo de Finura**  
**PESO INICIAL :** 1,500.00 gr.      3.051

TAMIZ N°	ABERTURA TAMIZ (mm.)	PESO RETENIDO PARCIAL (g.)	PORCENTAJE RETENIDO		PORCENTAJE QUE PASA	REQUISITOS GRANULOMÉTRICOS DEL AGREGADO FINO NTP 400:037	
			PARCIAL (%)	RETENIDO ACUMULADO (%)			
3"	75.00	0.00	0.00	0.00	100.00	100	100
2 1/2"	63.00	0.00	0.00	0.00	100.00	100	100
2"	50.00	0.00	0.00	0.00	100.00	100	100
1 1/2"	37.50	0.00	0.00	0.00	100.00	100	100
1"	25.00	0.00	0.00	0.00	100.00	100	100
3/4"	19.00	0.00	0.00	0.00	100.00	100	100
1/2"	12.50	0.00	0.00	0.00	100.00	100	100
3/8"	9.50	0.00	0.00	0.00	100.00	100	100
N°4	4.75	205	13.67	13.67	86.33	89	100
N°8	2.36	267	17.80	31.47	68.53	65	100
N°16	1.18	213	14.20	45.67	54.33	45	100
N°30	0.60	167	11.13	56.80	43.20	25	80
N°50	0.30	219	14.60	71.40	28.60	5	48
N°100	0.15	221	14.73	86.13	13.87	0	12
N°200	0.075	119	7.93	94.07	5.93	0	0
CAZOLETA	--	89	5.93	100.00	0.00	<b>Módulo de Finura</b>	
<b>PESO TOTAL DE MUESTRA</b>		1500.00	100.00			<b>3.051</b>	



<b>D 60 =</b>	1.80	<b>D 30 =</b>	0.32	<b>D 10 =</b>	0.22
<b>Cu =</b>	8.18	<b>Cc =</b>	0.26		

**OBSERVACIONES:** LA CURVA GRANULOMETRICA DEL AGREGADO FINO CUMPLE CON EL HUSO ANULOMETRICO "M" DE LA NORMA N.T.P. 400.037 Y TIENE UN MODULO DE FINURA DE 3.051.

**ANALISIS GRANULOMETRICO**  
**NTP 400.012, NTP 400.037 / A.S.T.M.C -136**

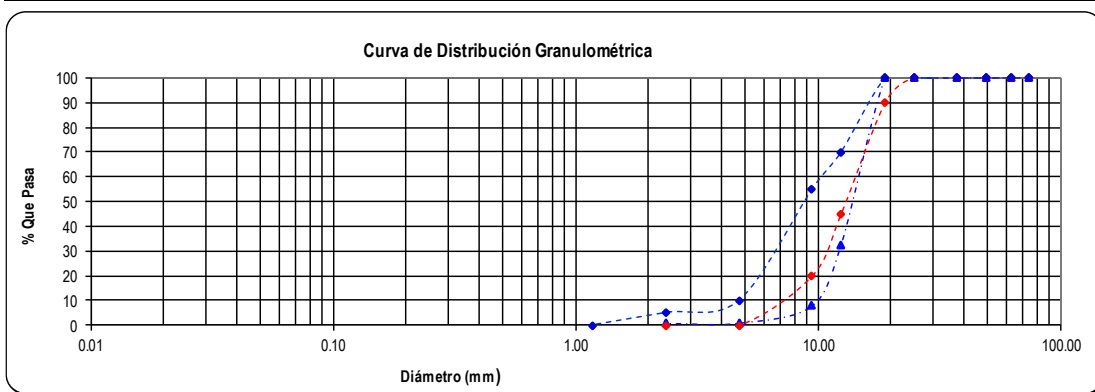
**TESIS:** "INFLUENCIA DE LA REDUCCIÓN DEL ANGULO DE INCLINACIÓN DE LOS ESTRIBOS EN LA RESISTENCIA AL ESFUERZO CORTANTE DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO "

**MATERIAL :** AGREGADO GRUESO

**PROCEDENCIA :** BAÑOS DEL INCA (TARTAR CHICO) - CAJAMARCA

**MUESTRA :** 1 **PESO SECO MENOR QUE** 67.00 gr. **Módulo de Finura**  
**PESO INICIAL :** 8,500 **0.075 mm. (MALLA N° 200):** 6.872

TAMIZ N°	ABERTURA TAMIZ (mm.)	PESO RETENIDO EN (gr.)	PORCENTAJE RETENIDO		PORCENTAJE QUE PASA	REQUISITOS GRANULOMÉTRICOS DEL AGREGADO GRUESO HUSO N° 67 A.S.T.M. C 33 M - 11	
			PARCIAL (%)	RETENIDO ACUMULADO (%)			
3"	75.00	0.00	0.00	0.00	100.00	100	100
2 1/2"	63.00	0.00	0.00	0.00	100.00	100	100
2"	50.00	0.00	0.00	0.00	100.00	100	100
1 1/2"	37.50	0.00	0.00	0.00	100.00	100	100
1"	25.00	0.00	0.00	0.00	100.00	100	100
3/4"	19.00	0.00	0.00	0.00	100.00	90	100
1/2"	12.50	5721.00	67.31	67.31	32.69	45	70
3/8"	9.50	2105.00	24.76	92.07	7.93	20	55
N°4	4.75	599.00	7.05	99.12	0.88	0.00	10
N°8	2.36	8.00	0.09	99.21	0.79	0.00	5
N°16	1.18	0.00	0.00	99.21	0.79	0.00	0.00
N°30	0.60	0.00	0.00	99.21	0.79	0.00	0.00
N°50	0.30	0.00	0.00	99.21	0.79	0.00	0.00
N°100	0.15	0.00	0.00	99.21	0.79	0.00	0.00
N°200	0.075	0.00	0.00	99.21	0.79	0.00	0.00
CAZOLETA	--	67.00	0.79	100.00	0.00	<b>Módulo de Finura</b>	
<b>PESO TOTAL DE MUESTRA/</b>		<b>8500.00</b>				<b>6.872</b>	



<b>D60 =</b>	15	<b>D30 =</b>	12	<b>D10 =</b>	10.000
<b>Cu =</b>	1.50	<b>Cc =</b>	0.96		

**OBSERVACIONES:** LA CURVA GRANULOMETRICA DEL AGREGADO GRUESO ESTA CERCA DEL LIMITE INFERIOR DEL HUSO GRANULOMETRICO N° 67 DE LA NORMA A.S.T.M. C 33 M -11 Y TIENE UN MODULO DE FINURA DE 6.872.

## PRE DIMENSIONAMIENTO DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES

### PRE DIMENSIONAMIENTO DE VIGAS

Para el realizar el predimensionamiento se utilizó la norma técnica de edificaciones E060 (Concreto Armado) y también la fórmula del predimensionamiento de vigas propuesta por el Ing. Roberto Morales en el libro Diseño de Concreto Armado.

#### Según Norma E060

*Tabla 19. Peraltes o espesores mínimos de vigas no preesforzadas o losas reforzadas en una dirección a menos que se calculen las deflexiones.*

	Espesor o peralte mínimo, h			
	Simplemente apoyados	Con un extremo continuo	Ambos extremos continuos	En Voladizo
Elementos	Elementos que no soporten o estén ligados a divisiones u otro tipo de elementos no estructurales susceptibles a dañarse debido a			
Losa macizas en una dirección	120	124	128	110
Vigas o Losas nervadas en una	116	118.5	121	118

Para los pórticos consideramos una Luz libre de vigas de 1 m

$$h = \frac{L_n}{16} = \frac{1}{16} = 0.06 \text{ mts} = 6.5 \text{ cm}$$

#### Según Roberto Morales

$$d = \frac{L_n}{\left(\frac{4}{\sqrt{w_u}}\right)}$$

Peso propio de la vigas = 0.20x0.20x2400 = 100 Kg/m

Peso acabado = 100 Kg/m

-----  
W<sub>D</sub> = 200 Kg/m

Sobrecarga (s/c) = 500 Kg/m

-----  
W<sub>L</sub> = 500 Kg/m

$$W_U = 1.4W_D + 1.7W_L$$

$$W_U = 1.4 (200) + 1.7 (500)$$

$$W_U = 1130 \text{ Kg/m}$$

Este valor se remplaza en la formula, resultando:

$$d = \frac{L_n}{\left(\frac{4}{\sqrt{w_u}}\right)} = \frac{1}{\left(\frac{4}{\sqrt{1130}}\right)} = 8 \text{ cm}$$

Los valores del predimensionamiento de la norma y del Ing. Roberto Morales para la viga no son los más adecuados para este trabajo de investigación, esto debido a que la longitud entre apoyos es muy corta, por lo cual usaremos un ancho mínimo, y luego para el valor de “h” trabajaremos en función a las cuantías.

Para el valor de b usaremos un ancho mínimo, suponiendo acero longitudinal de 8 mm estribos de 6 mm, esto es:

$$b_{min} = 2r + 2d_s + (n)d_b + (n - 1)s_{min}$$

$$b_{min} = 2(4) + 2(0.6) + (2)(0.8) + (2 - 1)(2.54) = 15 \text{ cm}$$

$$b_{min} = 15 \text{ cm}$$

El cálculo de peralte de la viga, está en función de las cuantías:

$$0.007 \leq \rho = \frac{A_s}{bd} \leq 0.01$$

$$0.007 \leq \frac{4 * 0.5027}{15d} \leq 0.01$$

$$13 \text{ cm} \leq d \leq 19 \text{ cm}$$

$$d = 15 \text{ cm}$$

$$h = d + 0.6 + \frac{0.8}{2}$$

$$h = 20 \text{ cm}$$

Luego la viga b x h = 15 x 20 cm

## PRE DIMENSIONAMIENTO DE COLUMNAS

Para el predimensionamiento de columnas, utilizamos la fórmula propuesta por el Ing. Roberto Morales.

$$b * D = \frac{K P}{n f'_c}$$

### Para hallar el valor de P, hacemos un metrado de cargas

Peso propio de la vigas	= 100 Kg/m
Peso propio de columnas	= 150 Kg/m
	-----
	$W_D = 250 \text{ Kg/m}$
Sobrecarga (s/c)	= 5000 Kg/m
	-----
	$W_L = 5000 \text{ Kg/m}$

$$W_U = 1.4W_D + 1.7W_L$$

$$W_U = 1.4 (250) + 1.7 (5000)$$

$$W_U = 8, 850 \text{ Kg/m}$$

$$b * D = \frac{1.5 (8850)}{(0.2)(210)} = 316 \text{ cm}^2$$

El área de la columna resulta de 316 cm<sup>2</sup>. El ACI recomienda que una columna debe tener un área mínima de 600 cm<sup>2</sup>. También es importante mencionar que el acero longitudinal de la viga debe tener una longitud de desarrollo para que asegure la condición de empotramiento, además algunos investigadores recomienda que la rigidez de la columna debe ser 1.2 veces la rigidez de la viga, con una columna de 25 x 25 cm, estamos cumpliendo con todo lo mencionado anteriormente.

Luego la sección de la columna  $b \times D = 25 \times 25 \text{ cm}$

## DISEÑO DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES (VIGAS Y COLUMNAS)

Para determinar el diagrama de momentos y cortantes se consideró:

$$\text{Carga Muerta: } C_M = b h \gamma_c = (0.15m)(0.20m) \left(2.4 \frac{\text{Ton}}{\text{m}^3}\right) = 0.072 \frac{\text{Ton}}{\text{m}}$$

$$\text{Carga Viva: Carga distribuida de } 5 \frac{\text{Ton}}{\text{m}}$$

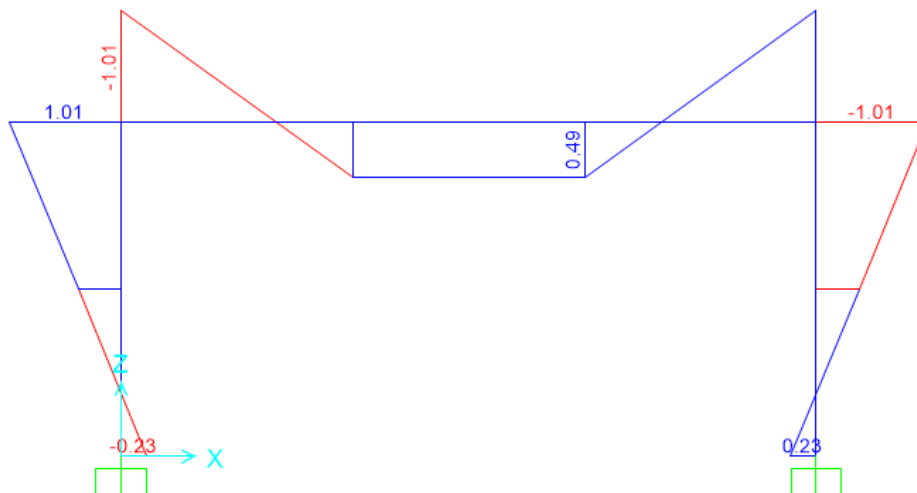
La resistencia requerida, según la ecuación 93:

$$U = 1.4C_M + 1.7C_V$$

$$U = 1.4(0.072) + 1.7(5) = 8.6 \frac{\text{Ton}}{\text{m}}$$

### DIAGRAMA DE MOMENTOS EN EL PÓRTICO

Figura 51. Gráfico de Momentos Flectores.



### SECCIÓN CRÍTICA PARA MOMENTO POSITIVO

Cálculo del Acero

$$A_s = \frac{M_u}{\phi f_y \left(d - \frac{a}{2}\right)}$$

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b}$$

$$M_u = 0.49 \text{ Ton} - \text{m}$$

Reemplazando los valores hallamos el área de acero requerido.

$$A_s = 0.907 \text{ cm}^2$$

Cálculo de la cuantía.

$$\rho = \frac{A_s}{b d} = \frac{0.907}{15 * 15}$$

$$\rho = 0.004031$$

Cálculo de la cuantía balanceada

$$\rho_b = \beta_1 0.85 \frac{f'_c}{f_y} \left( \frac{6000}{6000 + f_y} \right)$$

$$\rho_b = 0.85 * 0.85 * \frac{210}{4200} \left( \frac{6000}{6000 + 4200} \right)$$

$$\rho_b = 0.02125$$

Cálculo de la cuantía máxima (Aplicado en Zonas Sísmicas)

$$\rho = 0.50 \rho_b$$

$$\rho = 0.50 * 0.02125$$

$$\rho = 0.010625$$

Cálculo de la cuantía mínima

$$\rho_{min} = 0.8 \frac{\sqrt{f'_c}}{f_y} = 0.0028$$

$$\rho_{min} = \frac{14}{f_y} = 0.0033$$

Chequeo de Cuantías

$$\rho_{min} \leq \rho_{calculada} \leq \rho_{max}$$

$$0.0033 \leq 0.004031 \leq 0.010625 \dots \dots \dots \text{Cumple}$$

Por lo que el área de acero será:

$$A_s = 0.907 \text{ cm}^2$$



Área de barra de acero 8 mm = 0.5026 cm<sup>2</sup>

Distribución de área de acero para momento positivo

$$2 \phi 8 \text{ mm} = 1.01 \text{ cm}^2$$

## SECCIÓN CRÍTICA PARA MOMENTO NEGATIVO

Cálculo del Acero

$$A_s = \frac{M_u}{\phi f_y \left(d - \frac{a}{2}\right)}$$

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b}$$

$$M_u = 1.01 Tn - m$$

Reemplazando los valores hallamos el área de acero requerido.

$$A_s = 1.99 \text{ cm}^2$$

Cálculo de la cuantía

$$\rho = \frac{A_s}{b d} = \frac{1.99}{15 * 15}$$

$$\rho = 0.0088$$

Cálculo de la cuantía balanceada

$$\rho_b = \beta_1 0.85 \frac{f'_c}{f_y} \left( \frac{6000}{6000 + f_y} \right)$$

$$\rho_b = 0.85 * 0.85 * \frac{210}{4200} \left( \frac{6000}{6000 + 4200} \right)$$

$$\rho_b = 0.02125$$

Cálculo de la cuantía máxima

$$\rho = 0.50 \rho_b$$

$$\rho = 0.50 * 0.02125$$

$$\rho = 0.010625$$

Cálculo de la cuantía mínima

$$\rho_{min} = 0.8 \frac{\sqrt{f'_c}}{f_y} = 0.0028$$

$$\rho_{min} = \frac{14}{f_y} = 0.0033$$

Chequeo de Cuantías

$$\rho_{min} \leq \rho_{calculada} \leq \rho_{max}$$

$$0.0033 \leq 0.0088 \leq 0.010625 \dots \dots \dots \text{Cumple}$$

Por lo que el área de acero es:

$$A_s = 1.99 \text{ cm}^2$$

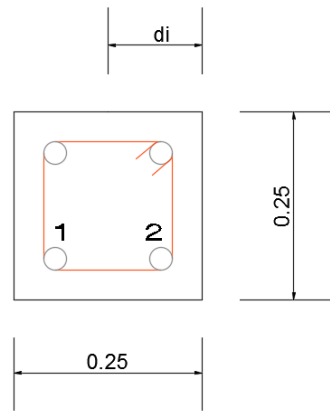
Área de barra de acero 12 mm = 1.13 cm<sup>2</sup>

Distribución de área de acero para momento negativo.

$$2 \phi 12 \text{ mm} = 2.26 \text{ cm}^2$$

## DIAGRAMA DE INTERACCIÓN DE LA COLUMNA 25cm x 25cm

Figura 52. Vista de la columna en planta.



$$f'_c = 210 \frac{Kg}{cm^2}$$

$$f_y = 4200 \frac{Kg}{cm^2}$$

Acero longitudinal: 1/2"

Estribos: 3/8"

$$d_1 = 25 \text{ cm} - \left( 4 + 0.95 + \frac{1.27}{2} \right) = 19.415 \text{ cm}$$

$$d_2 = 4 + 0.95 + \frac{1.27}{2} = 5.585 \text{ cm}$$

$$A_{s1} = A_{s2} = 2 * 1.27 = 2.54 \text{ cm}^2$$

$$A_{sT} = 4 * 1.27 = 5.08 \text{ cm}^2$$

Resistencia Nominal a la Compresión

$$Pn_0 = 0.85 f'_c (A_g - A_{sT}) + f_y A_{sT}$$

$$Pn_0 = (0.85)(0.21)(625 - 5.08) + (4.2)(5.08)$$

$$Pn_0 = 131.99 \text{ Ton}$$

Resistencia a la Tracción

$$Pn_t = f_y A_{sT}$$

$$Pn_t = (4.2)(5.08) = 21.34 \text{ Ton}$$

Falla balanceada

$$c_b = \left( \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_s - \varepsilon_{cu}} \right) d_1$$

$$c_b = \left( \frac{0.003}{0.0021 + 0.003} \right) d_1$$

$$c_b = 0.588 d_1$$

$$c_b = (0.588)(19.415) = 11.416 \text{ cm}$$

$$f_{s_i} = 6 \left( \frac{d_i - c}{c} \right)$$

$$f_{s_1} = 6 \left( \frac{19.415 - 11.416}{11.416} \right) = 4.2 \text{ ton} - \text{cm}^2 \quad (C)$$

$$f_{s_2} = 6 \left( \frac{5.585 - 11.416}{11.416} \right) = 3.06 \text{ ton} - \text{cm}^2 \quad (T)$$

$$a_b = \beta_1 c_b = (0.80)(11.416) = 9.13 \text{ cm}$$

#### Capa 1

$$d_1 = 19.416 \text{ cm} > a_b = 9.13$$

$$F_{s_1} = f_{s_1} A_{s_1} = (4.2)(2.54)$$

$$F_{s_1} = 10.67 \text{ Ton} \quad (T)$$

#### Capa 2

$$d_2 = 5.585 \text{ cm} < a_b = 9.13$$

$$F_{s_2} = (f_{s_2} - 0.85 f'_c) A_{s_1} = (3.06 - 0.85 * 0.21)(2.54)$$

$$F_{s_2} = 7.32 \text{ Ton} \quad (C)$$

$$C_c = 0.85 f'_c a b$$

$$C_c = (0.85)(0.21)(9.13)(25)$$

$$C_c = 40.74 \text{ Ton}$$

$$P_{n_b} = C_c + \sum F_{s_i}$$

$$P_{n_b} = 40.74 + 7.32 - 10.67$$

$$Pn_b = 37.39 \text{ Ton}$$

$$Mn_b = 10.67 \left( 19.415 - \frac{25}{2} \right) + 7.32 \left( \frac{25}{2} - 5.585 \right) + 40.74 \left( \frac{25}{2} - \frac{9.13}{2} \right)$$

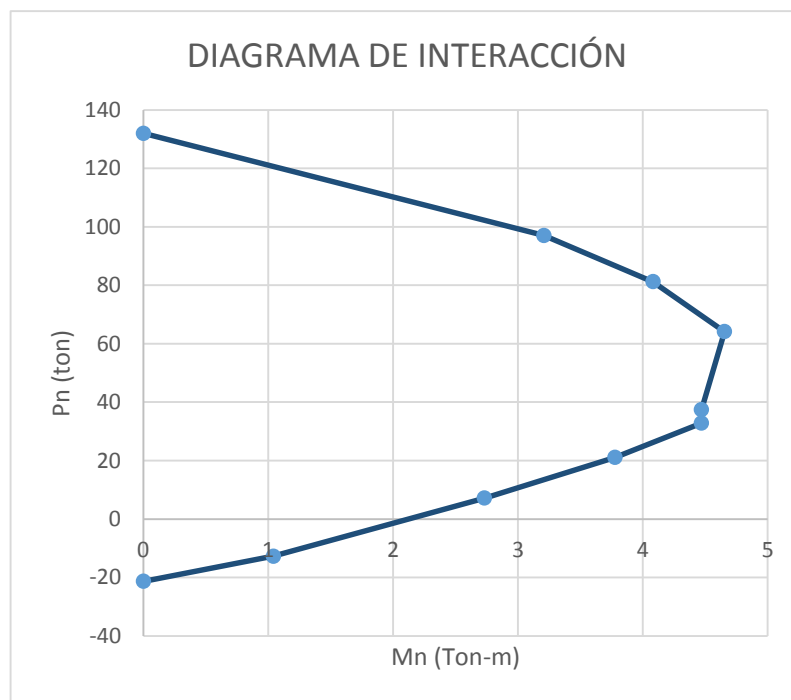
$$Mn_b = 4.47 \text{ Ton} - m$$

$$e_b = \frac{Mn_b}{Pn_b} = \frac{4.47}{37.39} = 0.12 \text{ m}$$

Tabla 20. Valores de Resistencias (Pn) y Momentos (Mn) de la columna.

Pn (Ton)	Mn (Ton-m)
131.99	0
97.0701	3.2066
81.2054	4.0812
64.1473	4.6534
37.39	4.47
32.7872	4.4676
21.0767	3.7757
7.1849	2.7315
-12.7038	1.0414
-21.34	0

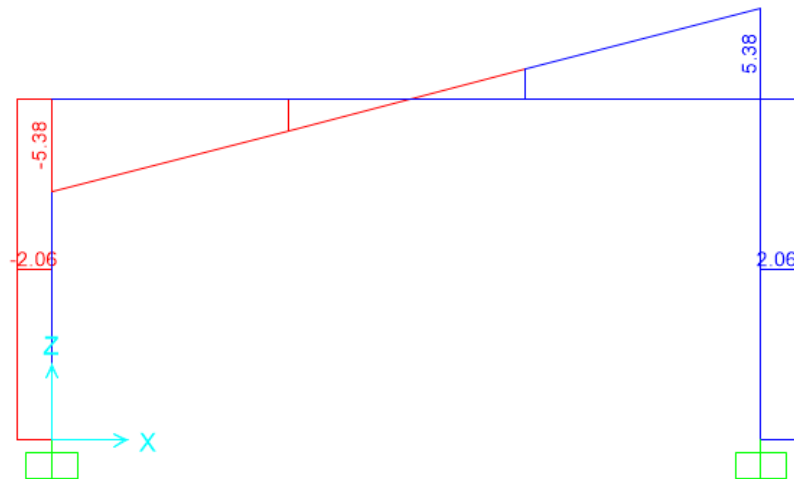
Figura 53. Diagrama de la Interacción de la columna.



## DISEÑO POR CORTE

### DIAGRAMA DE CORTANTES EN EL PÓRTICO

Figura 54. Gráfico de Esfuerzos Cortantes.



### RESISTENCIA DEL CONCRETO A LA FUERZA CORTANTE

$$\phi V_c = \phi(0.53\sqrt{f'_c} b_w d)$$

$$V_c = 0.85(0.53\sqrt{210} (15)(15))$$

$$V_c = 1.469 \text{ tn}$$

Sabemos que:

$$V_n = \phi V_c + \phi V_s$$

$$5.38 = 1.469 + V_s$$

$$\phi V_s = 3.911 \text{ tn}$$

Por lo que  $\phi V_s$  será resistido por los estribos.

Verificamos las dimensiones de la viga.

$$\phi V_s = V_n - \phi V_c \leq \phi (2.12\sqrt{f'_c} b_w d)$$

$$\phi (2.12\sqrt{f'_c} b_w d) = (0.85)(2.12)(\sqrt{210})(15)(15) = 5.88 \text{ Tn}$$

$$\phi V_s = 5.38 - 1.469 = 3.911 \leq 5.88 \dots \dots \dots \text{OK}$$

Sección a partir de la cual teóricamente no hay necesidad de colocar estribos

$$5.38 - 5x = 1.469$$

$$x = 78 \text{ cm}$$

Ubicamos la sección en la que el cortante en exceso es igual a:

$$\phi V_s = V_u - \phi V_c = \phi (1.06\sqrt{f'_c} b_w d)$$

$$V_u = \phi (1.06\sqrt{f'_c} b_w d) + \phi V_c$$

$$\phi V_c = \phi (0.53\sqrt{f'_c} b_w d)$$

$$V_u = (3)(1.469) = 4.407 \text{ Tn}$$

Cálculo de la separación de estribos dentro de la zona “d”

$$S = \frac{\phi A_v f_y d}{V_u - \phi V_c} = \frac{0.85(2 * 0.2844)(4.2)(15)}{4.407 - 1.469}$$

$$S = 10 \text{ cm}$$

Separación máxima de estribos

$$S_{max} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{2} = 8 \text{ cm} \\ 60 \text{ cm} \\ \frac{A_v f_y}{3.5 b_w} = \frac{2 * 0.2844 * 4.2}{3.5 * 15} = 45.5 \text{ cm} \end{array} \right.$$

La separación máxima de estribos es de 8 cm

DISTRIBUCIÓN DE ESTRIBOS

**1φ6mm@5cm + 2φ6mm@8cm + Resto@20cm**

Cálculo de  $V_s$  para vigas con estribos colocados a  $90^\circ$

$$V_s = A_v f_y \frac{d}{s} (\sin \alpha + \cos \alpha)$$

$$V_s = (2 * 0.2844)(4.2) \frac{15}{8} (\sin 90 + \cos 90)$$

$$V_s = 4.479 \text{ Ton}$$

Cálculo de  $V_s$  para vigas con estribos colocados a  $75^\circ$

$$V_s = A_v f_y \frac{d}{s} (\sin \alpha + \cos \alpha)$$

$$V_s = (2 * 0.2844)(4.2) \frac{15}{8} (\sin 75 + \cos 75)$$

$$V_s = 5.486 \text{ Ton}$$

Cálculo de  $V_s$  para vigas con estribos colocados a  $60^\circ$

$$V_s = A_v f_y \frac{d}{s} (\sin \alpha + \cos \alpha)$$

$$V_s = (2 * 0.2844)(4.2) \frac{15}{8} (\sin 60 + \cos 60)$$

$$V_s = 6.11 \text{ Ton}$$

Cálculo de  $V_s$  para vigas con estribos colocados a  $45^\circ$

$$V_s = A_v f_y \frac{d}{s} (\sin \alpha + \cos \alpha)$$

$$V_s = (2 * 0.2844)(4.2) \frac{15}{8} (\sin 45 + \cos 45)$$

$$V_s = 6.33 \text{ Ton}$$



## DISEÑO DE ZAPATAS

Las dimensiones de las zapatas están en función de la capacidad portante del suelo y del peso de la superestructura, en la presente investigación, las zapatas no estarán directamente apoyadas en el suelo y el peso del pórtico es mínimo, por lo que las dimensiones de la zapata y el área el acero en éstas son las mínimas.

### CÁLCULO DEL ÁREA DE ACERO MÍNIMO

#### En Dirección X - X

$$A_{s \min} = 0.0014 b d$$

$$A_{s \min} = 0.0014(65)(25)$$

$$A_{s \min} = 2.275 \text{ cm}^2$$

Área de barra de acero  $\frac{1}{2}$ " = 1.27 cm<sup>2</sup>

$$S = \frac{L A_v}{A_s} = \frac{65 * 1.27}{2.275} = 35 \text{ cm}$$

#### DISTRIBUCION DEL ACERRO

**2 $\phi$  $\frac{1}{2}$ "@35cm.**

#### En Dirección Y - Y

$$A_{s \min} = 0.0014 b d$$

$$A_{s \min} = 0.0014(25)(25)$$

$$A_{s \min} = 0.875 \text{ cm}^2$$

Área de barra de acero  $\frac{1}{2}$ " = 1.27 cm<sup>2</sup>

$$S = \frac{L A_v}{A_s} = \frac{25 * 1.27}{0.875} = 35 \text{ cm}$$

#### DISTRIBUCIÓN DEL ACERO

**1 $\phi$  $\frac{1}{2}$ "@12.5cm.**

## PANEL FOTOGRÁFICO

*Fotografía 1. Diseño de mezcla para un concreto con  $f'c = 210 \text{ Kg/cm}^2$  en el Laboratorio de Ensayo de Materiales de la UNC.*



*Fotografía 2. Rotura de probetas a los 28 días para un concreto de resistencia a la compresión de  $210 \text{ Kg/cm}^2$ , en el Laboratorio de Ensayo de Materiales de la UNC.*



*Fotografía 3. Supervisión del Dr. en I. Miguel Mosqueira Moreno, verificación del acero transversal inclinado para cada una de las vigas.*



*Fotografía 4. Encofrado con Triplay de 12 mm para cada uno de los pórticos.*





*Fotografía 5. Supervisión por el asesor, a la hora del vaciado del concreto con una resistencia a la compresión de 210 Kg/cm<sup>2</sup>*



*Fotografía 6. Supervisión de los pórticos de concreto armado por parte de MCs. Ing. Marco Antonio Silva Silva.*



*Fotografía 7. Pre - ensayo de un pórtico de concreto armado en la maquina universal de 100 ton para determinar donde se producen las deformaciones.*



*Fotografía 8. Asesor y Tesista verificando fisuras producidas por el esfuerzo cortante en las vigas de concreto armado.*





*Fotografía 9. Falla producida por esfuerzo cortante en viga con estribos colocados a 90° con respecto al acero longitudinal.*



*Fotografía 10. Falla producida por esfuerzo cortante en viga con estribos colocados a 75° con respecto al acero longitudinal.*



*Fotografía 11. Falla producida por esfuerzo cortante en viga con estribos colocados a  $60^\circ$  con respecto al acero longitudinal.*



*Fotografía 12. Falla producida por esfuerzo cortante en viga con estribos colocados a  $45^\circ$  con respecto al acero longitudinal.*

