

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CAJAMARCA
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA ACADÉMICO PROFESIONAL DE INGENIERÍA CIVIL



**“OPTIMIZACIÓN DE COSTOS DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO USANDO
EL LENGUAJE DE PROGRAMACIÓN MATLAB”**

**TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO DE:
INGENIERO CIVIL**

**PRESENTADO POR:
Bach. MARIN CHALAN, JHAN CARLOS**

**ASESOR:
Ing. MARCOS MENDOZA LINARES**

CAJAMARCA – PERÚ

2024

CONSTANCIA DE INFORME DE ORIGINALIDAD

- FACULTAD DE INGENIERÍA -

- Investigador:** JHAN CARLOS MARIN CHALAN
DNI: 73208661
Escuela Profesional: INGENIERÍA CIVIL
- Asesor:** ING. MARCOS MENDOZA LINARES
Facultad: INGENIERÍA
- Grado académico o título profesional**
 Bachiller Título profesional Segunda especialidad
 Maestro Doctor
- Tipo de Investigación:**
 Tesis Trabajo de investigación Trabajo de suficiencia profesional
 Trabajo académico
- Título de Trabajo de Investigación:**
"OPTIMIZACIÓN DE COSTOS DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO USANDO EL LENGUAJE DE PROGRAMACIÓN MATLAB"
- Fecha de evaluación:** 13 de setiembre del 2024
- Software antiplagio:** TURNITIN URKUND (OURIGINAL) (*)
- Porcentaje de Informe de Similitud:** 23%
- Código Documento:** oid:3117:381227122
- Resultado de la Evaluación de Similitud:**
 APROBADO PARA LEVANTAMIENTO DE OBSERVACIONES O DESAPROBADO

Fecha Emisión: 18 de setiembre del 2024

 <hr/> <p>FIRMA DEL ASESOR ING. MARCOS MENDOZA LINARES DNI: 26612819</p>	 <p>Firmado digitalmente por: FERNANDEZ LEON Yvonne Katherine FAU 20148258801 soft Motivo: Soy el autor del documento Fecha: 19/09/2024 07:22:41-0500</p> <hr/> <p>UNIDAD DE INVESTIGACIÓN FI</p>
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

AGRADECIMIENTO

A Dios por su infinita sabiduría, fortaleza y bendiciones que me han guiado a lo largo de este camino. Sin Su presencia y apoyo, nada de esto habría sido posible.

A la Universidad Nacional de Cajamarca, y a la Escuela Académico Profesional de Ingeniería Civil, por los conocimientos compartidos y las experiencias en los años de estudio

A mi asesor Ing. Marcos Mendoza Linares, por su invaluable guía, paciencia y dedicación a lo largo de esta investigación. Su experiencia y apoyo constante fueron fundamentales para el desarrollo y éxito de este trabajo.

DEDICATORIA

A mi familia por su amor, apoyo incondicional y por ser siempre mi mayor fuente de inspiración y fortaleza. Gracias por acompañarme en cada paso de este camino.

A mis amigos por su compañía, ánimo y por estar siempre presentes en los momentos más importantes. Gracias por hacer este camino más ligero y lleno de alegría.

CONTENIDO

AGRADECIMIENTO	i
DEDICATORIA	ii
RESUMEN	xi
ABSTRACT.....	xii
CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN	13
1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	13
1.2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA.....	14
1.3. HIPÓTESIS.....	14
1.4. JUSTIFICACIÓN	14
1.5. ALCANCES Y DELIMITACIONES.....	15
1.6. OBJETIVOS	15
1.6.1. OBJETIVO GENERAL.....	15
1.6.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	16
1.7. DESCRIPCIÓN GENERAL DE LOS CONTENIDOS	16
CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO	17
2.1. ANTECEDENTES TEÓRICOS	17
2.2. BASES TEÓRICAS.....	18
2.2.1. Optimización Estructural	18
2.2.2. Investigación de Operaciones	19
2.2.2.1. Problema de Optimización.....	20
2.2.2.2. Programación Matemática	20
2.2.2.3. Modelo de programación matemática.....	21
2.2.2.4. Métodos de solución de un problema de optimización.....	21
2.2.2.5. Programación no lineal	22
2.2.2.5.1. Propiedades de las funciones	23

2.2.2.5.2.	Optimización con restricciones.....	25
2.2.3.	Empleo de la computadora en los problemas de optimización.....	27
2.2.3.1.	Matlab	27
2.2.3.2.	Técnicas de optimización.....	27
2.2.3.2.1.	Programación cuadrática secuencial (SQP).....	28
2.2.3.2.2.	Toolbox de optimización	28
2.2.3.2.3.	Función fmincon	29
2.2.4.	Análisis de Vigas sometidas a flexión	30
2.2.4.1.	Comportamiento a Flexión	30
2.2.4.2.	Momento de agrietamiento	32
2.2.4.3.	Hipótesis para el estudio de elementos sometidos a la flexión.....	33
2.2.4.4.	Tipos de Fallas de los Elementos Sometidos a Flexión.....	34
2.2.4.5.	Análisis de una sección rectangular con comportamiento dúctil.....	36
2.2.4.6.	Reducción de la Resistencia o factores ϕ	38
2.2.4.7.	Porcentaje mínimo de acero.....	38
2.2.4.8.	Cuantía balanceada	39
	Porcentaje máximo de acero	39
2.2.5.	Esfuerzo cortante	40
2.2.5.1.	Esfuerzos cortantes en Vigas de concreto.....	40
2.2.5.2.	Agrietamiento del concreto por esfuerzos cortantes.....	41
2.2.5.3.	Resistencia del concreto a la fuerza cortante	42
2.2.6.	Torsión	43
2.2.6.1.	Momentos para el diseño por torsión.....	44
2.2.6.2.	Inestabilidad lateral de vigas.....	45
2.2.6.3.	Diseño por torsión.....	45
2.2.7.	Diseño de vigas rectangulares.....	48

2.2.7.1.	Factores de Carga.....	48
2.2.7.2.	Alcances para el Diseño de Vigas Rectangulares	48
2.2.7.3.	Disposiciones para el diseño sísmico.....	50
2.3.	DEFINICIÓN DE TÉRMINOS BÁSICOS	51
CAPÍTULO III: MATERIALES Y MÉTODOS		53
3.1	UBICACIÓN GEOGRÁFICA.....	53
3.2	ÉPOCA DE LA INVESTIGACIÓN.....	53
3.3	METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN	53
3.3.1	Tipo, nivel, diseño y método de la investigación.....	53
3.3.1.1	Tipo de investigación.....	53
3.3.1.2	Nivel de investigación.....	53
3.3.1.3	Diseño de investigación	53
3.3.1.4	Método de investigación	53
3.3.2	Población de estudio	54
3.3.3	Muestra	54
3.3.4	Unidad de estudio	54
3.3.5	Unidad de observación.....	54
3.3.6	Técnicas e instrumentos de recolección de información	54
3.3.5.1	Técnicas	54
3.3.5.2	Instrumentos de medición	54
3.4	PROCEDIMIENTO.....	55
3.4.1.	Procedimiento de la Investigación.....	55
3.4.1.1	Estructuración del edificio	56
3.4.1.2	Modelamiento del edificio ficticio.....	57
3.4.1.3	Análisis estructural.....	72
3.4.2.	Procedimiento de Optimización.....	74

3.4.2.1	Diseño de la Sección de una Viga.....	74
3.4.2.2	Optimización de la Sección de una Viga	78
3.4.2.2.1.	Función objetivo	79
3.4.2.2.2.	Variables	80
3.4.2.2.3.	Análisis de Precios Unitarios	81
3.4.2.2.4.	Restricciones de la función objetivo	83
3.4.2.2.5.	Límites de las variables.....	88
3.4.2.2.6.	Ensamblaje de la función “ <i>fmincon</i> ”	90
3.5	ANÁLISIS DE LOS DATOS Y PRESENTACIÓN DE LOS RESULTADOS	91
3.5.7	Técnicas de Procesamiento de datos.....	91
3.5.8	Análisis e interpretación de datos	91
	CAPÍTULO IV: ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS.....	92
4.1	RESULTADOS DE LA OPTIMIZACIÓN DEL COSTO DE VIGAS.....	92
	CAPÍTULO V: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	100
5.1	CONCLUSIONES	100
5.2	RECOMENDACIONES.....	101
	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	102
	ANEXO A: COTIZACIONES DE LOS MATERIALES	104
	ANEXO B: PREDIMENSIONAMIENTO DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES	108
	ANEXO C: CÓDIGO DE OPTIMIZACIÓN DE UNA VIGA EN MATLAB.....	110
	ANEXO D: PLANOS	116
	ANEXO E: PROCEDIMIENTO DE OPTIMIZACIÓN DE VIGAS.....	122
	ANEXO F: RESULTADOS DE LA OPTIMIZACIÓN DE LAS VIGAS.....	129

ÍNDICE DE TABLAS

<i>Tabla 2.1. Peraltes de vigas no presforzadas</i>	49
<i>Tabla 3.1. Características del edificio ficticio</i>	56
<i>Tabla 3.2. Propiedades de los materiales</i>	56
<i>Tabla 3.3. Elementos estructurales</i>	56
<i>Tabla 3.4. Disposiciones sísmicas</i>	67
<i>Tabla 3.5. Parámetros sísmicos</i>	68
<i>Tabla 3.6. Verificación de la cortante mínima</i>	70
<i>Tabla 3.7. Análisis de precios unitarios del concreto $f'c=210$ kg/cm²</i>	81
<i>Tabla 3.8. Análisis de precios unitarios del acero de refuerzo</i>	82
<i>Tabla 3.9. Propiedades de las varillas de acero (Aceros Arequipa)</i>	82
<i>Tabla 3.10. Análisis de precios unitarios del encofrado normal para vigas</i>	83
<i>Tabla 3.11. Ensamblaje de la función “f_{mincon}”</i>	90
<i>Tabla 4.1. Resultados de la optimización del costo de vigas del primer nivel</i>	92
<i>Tabla 4.2. Resultados de la optimización del costo de vigas del segundo nivel</i>	93
<i>Tabla 4.3. Resultados de la optimización del costo de vigas del tercer nivel</i>	94
<i>Tabla 4.4. Porcentajes de optimización por nivel</i>	95
<i>Tabla 4.5. Resultado de la optimización de la sección de las vigas</i>	96
<i>Tabla 4.6. Relación “b/h” de las secciones optimizadas</i>	97
<i>Tabla 4.7. Relación “h/L” de las secciones optimizadas</i>	98
<i>Tabla B.1. Combinaciones de diseño</i>	122
<i>Tabla B.2. Envolverte de diseño</i>	123
<i>Tabla B.3. Cálculo de las áreas de acero</i>	123
<i>Tabla B.4. Elección de la sección óptima</i>	127
<i>Tabla B.5. Cálculo de las áreas de acero</i>	127

ÍNDICE DE FIGURAS

<i>Figura 2.1 Tipos de optimización estructural.....</i>	<i>19</i>
<i>Figura 2.2 Representación gráfica de un problema de optimización</i>	<i>21</i>
<i>Figura 2.3 Función discontinua (a) y continua (b)</i>	<i>23</i>
<i>Figura 2.4 Función unimodal (a) y multimodal (b).....</i>	<i>24</i>
<i>Figura 2.5 Función con puntos estacionarios</i>	<i>24</i>
<i>Figura 2.6: El campo del gradiente pasa en forma perpendicular a la superficie generada por la función $f(x)$.</i>	<i>25</i>
<i>Figura 2.7 Gradiente de la función objetivo $f(x,y)$ y la restricción $g(x,y)$.....</i>	<i>26</i>
<i>Figura 2.8 Gradiente de la función objetivo $f(x)$ y las restricciones $h_1(x)$ y $h_2(x)$</i>	<i>27</i>
<i>Figura 2.9 Variación de los esfuerzos y deformaciones con el incremento del momento aplicado.....</i>	<i>31</i>
<i>Figura 2.10 Diagrama de momento-curvatura para una viga de concreto reforzado con refuerzo de tensión solamente.....</i>	<i>32</i>
<i>Figura 2.11 Distribución de esfuerzos de compresión en la viga</i>	<i>33</i>
<i>Figura 2.12 Distribución de las deformaciones para los diferentes tipos de fallas.....</i>	<i>34</i>
<i>Figura 2.13 Distribución de deformaciones para los diversos tipos de fallas en flexión</i>	<i>35</i>
<i>Figura 2.14 Diagrama momento – curvatura para los diversos tipos de fallas en flexión.....</i>	<i>35</i>
<i>Figura 2.15 Distribución de esfuerzos de una sección rectangular sometida a flexión.....</i>	<i>36</i>
<i>Figura 2.16 Distribución de esfuerzos en una sección de la viga</i>	<i>41</i>
<i>Figura 2.17 Tipos de fisuras que presentan las vigas de concreto armado</i>	<i>42</i>
<i>Figura 2.18 Fuerza cortante última de diseño en vigas</i>	<i>43</i>
<i>Figura 2.19 Torsión en vigas de fachada</i>	<i>43</i>
<i>Figura 2.20 Torsión de equilibrio</i>	<i>44</i>
<i>Figura 2.21 Torsión de compatibilidad.....</i>	<i>44</i>
<i>Figura 2.22 Inestabilidad lateral de viga.....</i>	<i>45</i>
<i>Figura 2.23 Criterio para estimar el peralte efectivo de una viga.....</i>	<i>50</i>

<i>Figura 3.1. Diagrama de flujo para el trabajo de investigación.....</i>	<i>55</i>
<i>Figura 3.2. Plano de estructuración típico.....</i>	<i>57</i>
<i>Figura 3.3 Definición del concreto.....</i>	<i>58</i>
<i>Figura 3.4 Definición del acero.....</i>	<i>58</i>
<i>Figura 3.5 Áreas de barras de acero.....</i>	<i>59</i>
<i>Figura 3.6 Definición de la sección de columnas.....</i>	<i>59</i>
<i>Figura 3.7 Definición del tipo de diseño del elemento.....</i>	<i>60</i>
<i>Figura 3.8 Definición de la sección de vigas.....</i>	<i>60</i>
<i>Figura 3.9 Definición del tipo de diseño del elemento.....</i>	<i>61</i>
<i>Figura 3.10 Definición de la losa aligerada.....</i>	<i>61</i>
<i>Figura 3.11 Visualización de la losa aligerada.....</i>	<i>62</i>
<i>Figura 3.12 Selección de restricciones en la base.....</i>	<i>62</i>
<i>Figura 3.13 Visualización de restricciones en la base.....</i>	<i>63</i>
<i>Figura 3.14 Creación de diafragma rígido.....</i>	<i>63</i>
<i>Figura 3.15 Visualización de diafragma.....</i>	<i>64</i>
<i>Figura 3.16 Asignación de brazos rígidos.....</i>	<i>64</i>
<i>Figura 3.17 Asignación del tamaño de discretización de elementos Shell.....</i>	<i>65</i>
<i>Figura 3.18 Discretización de elementos Shell.....</i>	<i>65</i>
<i>Figura 3.19 Definición de la masa sísmica.....</i>	<i>66</i>
<i>Figura 3.20 Creación del patrón de carga.....</i>	<i>67</i>
<i>Figura 3.21 Asignación Sismo Estático en la dirección X-X.....</i>	<i>68</i>
<i>Figura 3.22 Selección del espectro de la norma E.030.....</i>	<i>68</i>
<i>Figura 3.23 Creación del espectro de diseño.....</i>	<i>69</i>
<i>Figura 3.24 Creación de la carga sísmica dinámica.....</i>	<i>69</i>
<i>Figura 3.25 Reacciones en la base debido a cargas sísmicas.....</i>	<i>70</i>
<i>Figura 3.26 Definición de Patrones de Carga.....</i>	<i>71</i>

<i>Figura 3.27 Definición de Casos de Carga</i>	71
<i>Figura 3.28 Edificio modelado</i>	71
<i>Figura 3.29 Combinaciones de Cargas</i>	72
<i>Figura 3.30 Selección de tablas a exportar a Excel</i>	73
<i>Figura 3.31 Tabla a exportar a Excel</i>	73
<i>Figura 3.32 Sección de una viga de concreto armado</i>	78
<i>Figura 4.1. Comparación entre el costo sin optimizar y el costo optimizado de las vigas del primer nivel</i>	93
<i>Figura 4.2. Comparación entre el costo sin optimizar y el costo optimizado de las vigas del segundo nivel</i>	94
<i>Figura 4.3. Comparación entre el costo sin optimizar y el costo optimizado de las vigas del tercer nivel</i>	95
<i>Figura 4.4. Comparación del porcentaje de optimización de las vigas en los diferentes niveles de la edificación</i>	96
<i>Figura 4.5. Comparación de la relación “b/h” de las vigas optimizadas en los diferentes niveles de la edificación</i>	97
<i>Figura 4.6. Comparación de la relación “h/” de las vigas optimizadas en los diferentes niveles de la edificación</i>	99
<i>Figura A.1. Cotización de insumos de ferretería</i>	104
<i>Figura A.2. Cotización de insumos de agregado</i>	105
<i>Figura A.3. Cotización de insumos de madera</i>	106
<i>Figura A.4. Cotización de insumos de maquinaria liviana</i>	107
<i>Figura B.1. Viga del primer nivel, en el eje 1-1, entre A-A y B-B</i>	122
<i>Figura B.2. Áreas de acero superior e inferior</i>	123
<i>Figura B.3. Áreas de acero superior e inferior</i>	127

RESUMEN

En la presente investigación se usó una técnica de optimización estructural aplicada al diseño de vigas de concreto armado, con el objetivo de maximizar la eficiencia en términos de resistencia, uso de materiales y costos. Para ello se modeló un edificio ficticio de 3 niveles, con sistema estructural aporticado de diferentes luces, todas las secciones de las vigas analizadas han sido rectangulares. Para la optimización se ha formulado una función objetivo la cual ha sido el costo de la sección de la viga, las variables de las cuales depende el costo han sido el área de acero de refuerzo longitudinal, el peralte y la base de la sección de la viga. Se plateó que el concreto tenga una resistencia a la compresión de 210 kg/cm² y el acero de refuerzo tenga una resistencia a la fluencia de 4200 kg/cm². Además, se realizó los análisis de precios unitarios de los materiales y cotizaciones en diferentes ferreterías de la ciudad de Cajamarca. Luego se procedió a establecer las restricciones de las variables en base a la norma NTE E.060 además de los límites mínimos y máximos para poder reducir el trabajo computacional. La optimización se realizó con ayuda del programa computacional Matlab v2020.a en el cual se escribió el código. Los resultados se expresaron mediante tablas y gráficos a fin de lograr una comparación y comprobar la hipótesis de esta investigación. Los resultados se obtuvieron por niveles y expresados en porcentajes, en el primer nivel se obtuvo una optimización del costo del 3.42%, en el segundo nivel se obtuvo un 8.97% y en el tercer nivel se obtuvo 19.39%. Los resultados sugieren que la optimización puede ofrecer diseños más sostenibles y económicos, aunque se reconoce la necesidad de validación experimental para corroborar plenamente la precisión de los resultados

Palabras clave: Optimización estructural, vigas de concreto armado, Lenguaje de programación Matlab,

ABSTRACT

In this research, a structural optimization technique was applied to the design of reinforced concrete beams, aiming to maximize efficiency in terms of strength, material usage, and costs. For this purpose, a fictitious 3-story building was modeled, with a framed structural system featuring different spans, and all analyzed beam sections were rectangular. An objective function was formulated for optimization, focusing on the cost of the beam section. The cost variables considered were the area of longitudinal reinforcement steel, the height, and the width of the beam section. It was established that the concrete should have a compressive strength of 210 kg/cm² and the reinforcement steel a yield strength of 4200 kg/cm². Additionally, unit price analyses of materials and quotes from different hardware stores in the city of Cajamarca were conducted. The variable constraints were then set based on the NTE E.060 standard, as well as minimum and maximum limits, in order to reduce computational effort. The optimization was carried out using the Matlab v2020.a software, where the code was written. The results were presented through tables and graphs to enable comparison and to verify the hypothesis of this research. The results were obtained by levels and expressed in percentages: at the first level, a cost optimization of 3.42% was achieved, at the second level 8.97%, and at the third level 19.39%. The findings suggest that optimization can provide more sustainable and cost-effective designs, although experimental validation is needed to fully confirm the accuracy of the results.

Keywords: Structural optimization, reinforced concrete beams, Matlab programming language,

CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN

1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Desde los inicios de la ingeniería moderna, los ingenieros a menudo se han encontrado en situaciones donde necesitan resolver problemas o proponer alternativas que mejoren las soluciones actuales. Esta tarea creativa de innovación y perfeccionamiento es el impulso que promueve el desarrollo tecnológico, el cual ha crecido exponencialmente desde la segunda mitad del siglo XX hasta el presente. (Casado, 2022)

En el proceso de diseño tradicional, el ingeniero, después de crear un diseño preliminar y analizar la estructura, sugiere una serie de modificaciones basadas en su juicio personal para mejorar el diseño hasta obtener un modelo que cumpla con una serie de condiciones previamente definidas para el proyecto, todo ello dentro de unos plazos temporales limitados. Dado que es un proceso que demanda mucho tiempo y recursos cuando se realiza mediante métodos tradicionales, el profesional suele estar restringido al análisis de varias alternativas basadas en su propio criterio, sin necesariamente encontrar la solución óptima entre las evaluadas. (Casado, 2022)

Diseñar una estructura de manera adecuada implica optimizarla, lo que significa aprovechar al máximo el material disponible y, en consecuencia, utilizar la menor cantidad posible. Este debería ser siempre el objetivo en el proceso de diseño estructural, aunque en la práctica no se suele llevar a cabo por diversas razones, principalmente debido al gran esfuerzo que requiere. Por lo tanto, no es suficiente cumplir únicamente con los requisitos de resistencia, estabilidad, y forma establecidos por el código o norma de diseño utilizada

En los últimos años una rama de la ingeniería llamada “Optimización estructural” ha cobrado impulso, dicha rama reformula los problemas de diseño en base a una o varias funciones objetivo, la cual se requiere minimizar mientras se sujeta a varias restricciones. Las herramientas con las que los ingenieros trabajan en esta área son técnicas de programación y un gran número de métodos numéricos que enfrentan la alta no-linealidad y no-convexidad de los problemas de diseño.

Por lo tanto, la presente investigación se centra en desarrollar y aplicar un método de optimización del costo de vigas de concreto armado utilizando MATLAB. Se busca establecer un enfoque que no solo cumpla con los requisitos estructurales y normativos, sino que también

minimice el uso de materiales y, en consecuencia, los costos de construcción, contribuyendo así a una mayor eficiencia económica en el diseño estructural.

1.2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

¿En qué porcentaje se puede optimizar el costo de una viga de concreto armado usando el lenguaje de programación Matlab?

1.3. HIPÓTESIS

El costo de las vigas de concreto armado pueden optimizarse en un porcentaje mayor al 5% usando el programa computacional Matlab

1.4. JUSTIFICACIÓN

La optimización de estructuras es un desafío para el diseñador, ya que tradicionalmente se usa la experiencia y la intuición del proyectista al escoger el proyecto que mejor se ajuste a las condiciones exigidas. Muchas veces este método se torna exhausto y con muchas limitaciones, principalmente de tiempo y esto hace que la alternativa que se escoja no siempre resulte la más económica.

Tradicionalmente el diseño de vigas de concreto armado empieza por un predimensionamiento de las secciones, posteriormente se determinan los esfuerzos resistentes para verificar si cumple con las solicitaciones aplicadas. Si se cumple con dichas solicitaciones entonces el diseño se da por finalizado, de lo contrario se repite el proceso otra vez hasta encontrar la sección adecuada. De tal modo que el diseño no sólo es lento, sino que tiene una carencia total de economía ya que sólo se busca encontrar una sección que se acomode a las condiciones establecidas.

Es aquí donde las técnicas de optimización estructural entran en juego, utilizando la potencia de las herramientas de computación para codificar el algoritmo de diseño y resolver la optimización de la estructura. De este modo, en el proceso iterativo de modificación de la estructura, se examina el conjunto completo de combinaciones de las variables de diseño que afectan a la estructura y cumplen con las condiciones requeridas. Esto asegura que el diseño final corresponda al diseño óptimo y su búsqueda no dependa de criterios subjetivos del diseñador.

En la presente tesis se desarrolló un código fuente para el diseño optimizado de vigas de concreto armado usando la técnica de programación cuadrática secuencial (SQP) que está incorporado en el programa Matlab

1.5. ALCANCES DE LA INVESTIGACIÓN

En la presente investigación se buscó optimizar el costo de vigas de concreto armado, para esto se partió del diseño tradicional usando la norma E.060 del RNE. Para el diseño intervinieron el momento flector, el esfuerzo cortante y la torsión

Además, se formuló una función matemática llamada “*función objetivo*” para calcular el costo de las vigas de concreto armado que tiene como variables las dimensiones de la sección de las vigas de concreto armado y las áreas de acero del refuerzo longitudinal.

Para la búsqueda de la sección óptima de las vigas de concreto armado se buscó minimizar la función objetivo y para ello se usó la técnica de Programación Cuadrática Secuencial (SQP) que está incorporada en el programa Matlab y se realizó las verificaciones de momento flector, cortante y torsión en una hoja de cálculo

Se consideraron vigas con diferentes luces que forman parte de una edificación ficticia de 3 niveles con un sistema estructural aperticado, sin considerar la cimentación para el análisis estructural y las cargas usadas para el análisis fueron verticales y sísmicas

1.6. LIMITACIONES DE LA INVESTIGACIÓN

La siguiente investigación se encargó calcular la cantidad óptima de los materiales de una viga de concreto armado, buscando el valor mínimo de una función que calcula el costo, es decir los resultados se basaron principalmente en simulaciones numéricas sin una validación experimental La ausencia de experimentos físicos restringe la capacidad de confirmar de manera exhaustiva la exactitud y aplicabilidad de la metodología de optimización que se ha propuesto en esta investigación

1.7. OBJETIVOS

1.7.1. OBJETIVO GENERAL

- Optimizar el costo de una viga de concreto armado usando el lenguaje de programación Matlab.

1.7.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Determinar el costo de una viga de concreto armado diseñada según la norma E.060 con el código fuente desarrollado en Matlab
- Optimizar el costo de vigas de concreto armado aplicando la Técnica de Programación Cuadrática Secuencial (SQP) en el código fuente desarrollado en Matlab
- Realizar la comparación entre el costo de una viga diseñada tradicionalmente y una viga optimizada con Matlab

1.8. DESCRIPCIÓN GENERAL DE LOS CONTENIDOS

La presente investigación se ha organizado por capítulos de la siguiente manera:

- **CAPÍTULO I. Introducción:** En este capítulo se encuentran los aspectos generales de la investigación, comienza con el planteamiento y la formulación del problema; continúa con la hipótesis, justificación, alcances y delimitaciones, y termina con los objetivos
- **CAPÍTULO II. Marco Teórico:** El segundo capítulo comienza exponiendo los antecedentes, sigue con las bases teóricas y por último la definición de términos que sirvieron para el desarrollo de la investigación
- **CAPÍTULO III. Materiales y Métodos:** El tercer capítulo comienza señalando los materiales y métodos empleados en la investigación, luego describe el procedimiento metodológico y por último describe las técnicas de procesamiento, análisis e interpretación de datos utilizados
- **CAPÍTULO IV. Análisis y Discusión de Resultados:** En este penúltimo capítulo se describe, explica y discute los resultados obtenidos en concordancia con los objetivos previamente establecidos, también se realiza una comparación entre los resultados obtenidos de esta investigación y los trabajos establecidos en los antecedentes teóricos
- **CAPÍTULO V. Conclusiones y recomendaciones:** En este último capítulo se describen las conclusiones del trabajo de investigación y se proponen recomendaciones para futuras investigaciones en este mismo tema

CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO

2.1. ANTECEDENTES TEÓRICOS

En el artículo de Borda (2010) que lleva como título “Diseño Óptimo de Vigas de Hormigón Armado mediante el uso de Técnicas de Programación No Lineal” se presenta el diseño de vigas de hormigón simplemente armadas de costo óptimo basado en los requerimientos de la norma ACI 318 – 08, mediante el uso de algoritmos de Programación Cuadrática Secuencial (SQP) y Punto Interior (IP), para luego hacer la comparación entre estos y los resultados del diseño tradicional. Se concluyó que el método SQP es el más adecuado para problemas de minimización no lineal restringida, además se consiguió soluciones de un 8.28% más económicas frente a diseños tradicionales.

Negrin (2016), en su tesis “Optimización de Conjuntos Estructurales considerando los factores usualmente ignorados en la modelación usando la OAPI Sap2000-Matlab” presenta la optimización de un conjunto estructural formado por vigas y columnas de hormigón armado. Lo novedoso de la investigación es que emplea herramientas para la optimización de Matlab en interacción con SAP2000v.16 vía OAPI (Object Applied Program Interface) de SAP2000. Se usó como función objetivo el costo mínimo, se modeló matemáticamente el problema definiendo: variables, restricciones y ecuaciones de estado. Se utilizaron 2 métodos de optimización: la programación no lineal y los algoritmos genéticos. Se concluyó que en un problema de optimización existe una solución única para una variable específica, por lo que los resultados de la optimización van a depender fundamentalmente de los parámetros asignados. El peralte óptimo está en el rango de $L/8.5$ y $L/11$ para las condiciones de este trabajo mientras que la cuantía económica oscila entre 0.8 y 1%

En la investigación de Rojas (2017) titulada “Optimización de Vigas de Concreto Reforzado para Secciones Rectangulares con Experimentos Numéricos” presenta 2 casos de diseño de vigas rectangulares de concreto reforzado; 1) Vigas Simplemente Reforzadas; 2) Vigas doblemente reforzadas o reforzadas por compresión. Este trabajo muestra un modelo óptimo para diseño de vigas rectangulares de concreto reforzado (caso general), es decir, vigas simplemente y doblemente reforzadas para obtener el costo mínimo. Los experimentos numéricos muestran la aplicación de las fórmulas del ACI 318S-14, y el modelo para diseño considera dos casos: El caso 1 restringe el ancho de la viga y el caso 2 restringe el peralte efectivo. EL modelo muestra la mejor opción para diseño en cuanto al costo mínimo para la

construcción de vigas. Las conclusiones fueron que las vigas más económicas se presentan en secciones simplemente reforzadas, cuando no existen limitaciones en cuanto a dimensiones de las vigas

Negrín & Chagoyén (2019) en su investigación “Optimización de Pórticos Planos de Hormigón Armado utilizando una Hibridación de Algoritmos Genéticos y el Algoritmo Nelder-Mead” presenta el diseño de un algoritmo utilizando CSi Application Programming Interface (CSi API) y se incluyen aspectos usualmente olvidados como la influencia de la fisuración de los elementos en su rigidez y la inclusión de un análisis de segundo orden. Debido a la complejidad de la función objetivo, fue necesario utilizar una hibridación entre algoritmos genéticos y el algoritmo Nelder-Mead, obteniendo resultados satisfactorios. Se concluyó que en vigas la relación luz/peralte están en el orden de 8.5 a 13.5, mientras que la cuantía óptima de acero en tracción oscila entre un 0.6 y un 1.5%. En columnas se recomienda el uso de secciones rectangulares con relación de peralte/ancho entre 1.05 y 1.8, aumentando esta relación para pórticos de más niveles y mayor luz libre, manteniendo siempre el menor ancho posible por especificaciones constructivas o de diseño

2.2. BASES TEÓRICAS

2.2.1. Optimización Estructural

En la actualidad es de vital importancia hacer uso de los recursos de forma responsable para garantizar el desarrollo sostenible de la sociedad desde el punto de vista económico, social y medioambiental y para esto la optimización juega un papel muy importante para lograr dicho propósito. En todos los problemas de optimización existe una serie de parámetros que deben ser ajustados para alcanzar el mejor resultado posible, la linealidad de la función a optimizar dependerá del orden de los parámetros del sistema

Cualquier problema de optimización está compuesto de los siguientes factores:

- **Variables de optimización:** son los parámetros por los que se caracteriza el problema a optimizar
- **Función Objetivo:** la solución óptima del problema será aquella que se encuentre exactamente o en las proximidades del máximo o mínimo global de esta la función

- **Restricciones:** expresadas como igualdades o desigualdades que limitan el espacio de posibles soluciones del problema

Según Casado (2022), los problemas de optimización estructural son ampliamente clasificados en tres bloques:

1. **Optimización de la sección:** el objetivo de este tipo de problema es minimizar el material empleado partiendo de una configuración estructural inicial mediante la localización del área de la sección óptima para cada elemento estructural
2. **Optimización de la geometría:** a partir de un modelo estructural inicial, se busca optimizar el peso de la estructura variando los nodos a los que se conectan los elementos estructurales
3. **Optimización topológica:** consiste en minimizar el material empleado mediante la búsqueda de la distribución óptima de la materia, mediante la modificación de las coordenadas de los nodos de unión entre los elementos y la eliminación de elementos menos solicitados

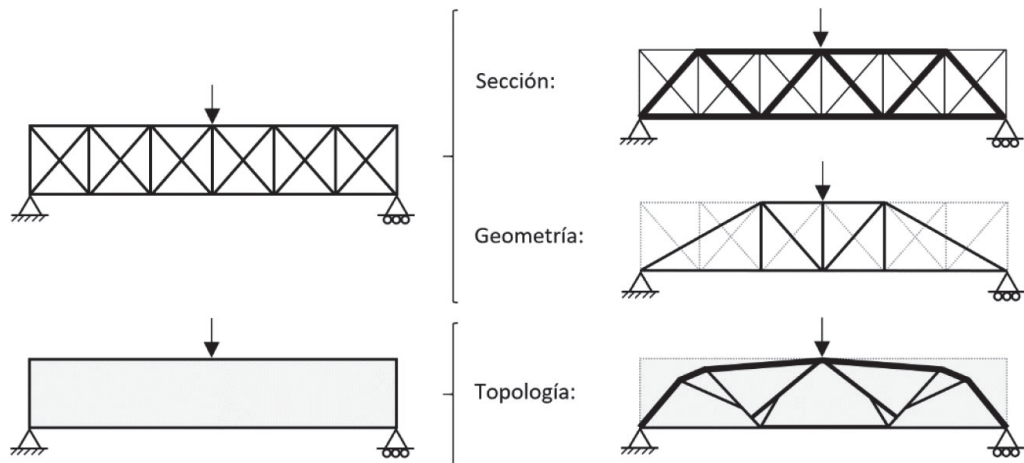


Figura 2.1 Tipos de optimización estructural (Casado, 2022)

2.2.2. Investigación de Operaciones

La investigación de operaciones trata del estudio de métodos científicos tales como modelos matemáticos, estadísticos y diversos algoritmos para tomar decisiones para la optimización de los recursos de los recursos

2.2.2.1. Problema de Optimización

Para Kong (2010), el problema general de optimización consiste en determinar el valor óptimo (valor máximo o valor mínimo) que una función asume sobre los valores de un conjunto. Dado un conjunto X y una función que asigna a cada x de X un valor numérico $f(x)$, se desea para el caso máximo encontrar un valor x_0 de X que cumpla la condición:

$$f(x) \leq f(x_0) \text{ para todo } x \text{ de } X$$

y para el caso de un mínimo: un x_1 de X que cumpla la condición:

$$f(x_1) \leq f(x) \text{ para todo } x \text{ de } X$$

De forma abreviada se puede escribir $f(x_0) = \text{Máx}f(x)$, $f(x_1) = \text{Min}f(x)$. Los elementos del conjunto X representan los recursos del problema y $f(x)$ puede ser considerado como el valor del recurso x . Frecuentemente el conjunto X se especifica mediante condiciones a las que se les llama restricciones y algoritmos o reglas que describen como obtener los valores de X .

2.2.2.2. Programación Matemática

La programación matemática constituye una parte importante de los problemas de optimización. Un programa matemático tiene la siguiente forma:

Maximizar o minimizar $(y) = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, sujeto a las condiciones o restricciones

$$g_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \{ \leq, =, \geq \} b_1$$

$$g_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \{ \leq, =, \geq \} b_2$$

...

$$g_m(x_1, x_2, \dots, x_n) \{ \leq, =, \geq \} b_m$$

Donde $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, $g_1(x_1, x_2, \dots, x_n)$, ..., $g_m(x_1, x_2, \dots, x_n)$, son funciones con valores numéricos que dependen de n variables numéricas x_1, x_2, \dots, x_n ; mientras que b_1, b_2, \dots, b_m son constantes numéricas y en cada restricción se emplean uno de los signos $\{ \leq, =, \geq \}$. El conjunto X está formado por todos los $x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ que satisfacen todas

las restricciones. Tales valores de x se les llama soluciones factibles del problema y a X se le llama conjunto de soluciones factibles o región de factibilidad

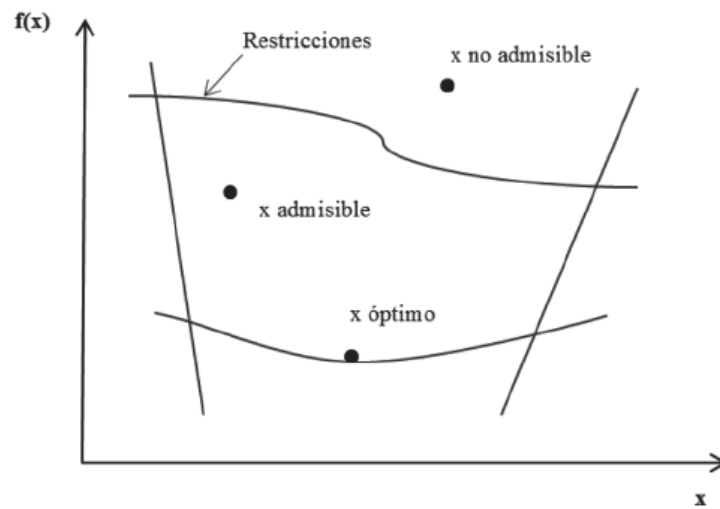


Figura 2.2 Representación gráfica de un problema de optimización (Negrín, 2019)

2.2.2.3. Modelo de programación matemática

Para resolver un problema de optimización Kong (2010) nos da los pasos a seguir:

A). Se formula un modelo del problema mediante un programa matemático

- Se identifica la cantidad de variables de entrada y las variables de salida que dependen y está en función de las primeras
- Se determinan las condiciones, requisitos o limitaciones y se expresan mediante restricciones que se imponen a las variables de entrada
- Se agregan condiciones adicionales que no aparecen de manera explícita pero que deben cumplirse en el problema real

B). Se resuelve el problema matemático

- Una vez obtenido el modelo del programa matemático se procede aplicando los métodos y técnicas de optimización para hallar la solución óptima

2.2.2.4. Métodos de solución de un problema de optimización

Negrín (2016) nos indica que existen muchos métodos para dar solución a problemas de optimización. Estos métodos los podemos agrupar en 2 grandes grupos:

Métodos Clásicos

- Programación lineal
- Programación no lineal
- Programación no lineal con variables enteras mixtas
- Descenso de la pendiente máxima
- Método de Newton

Métodos Metaheurísticos

- Algoritmos genéticos
- Recorrido simulado
- Búsqueda aleatoria
- Optimización por enjambre de partículas

2.2.2.5. Programación no lineal

Mediante la programación no lineal podemos resolver un sistema de igualdades y desigualdades sujetas a un conjunto de restricciones sobre un conjunto de variables reales desconocidas, con una función objetivo a maximizar o minimizar cuando dicha función o las restricciones no son lineales. (Negrin, 2016)

El planteamiento general de un problema de programación no lineal es el siguiente:

Optimizar: $f(x)$

Sujeto a: $h(x) = 0$
 $g(x) \leq 0$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, h(x) = \begin{bmatrix} h_1(x) \\ h_2(x) \\ \vdots \\ h_m(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ y } g(x) = \begin{bmatrix} g_1(x) \\ g_2(x) \\ \vdots \\ g_m(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Según Espinoza y Vásquez (2016), los métodos de optimización utilizan un nivel muy modesto de matemática y cálculos iterativos para buscar el mejor resultado sin tener que comprobar todos los posibles casos y para ello emplean procedimientos lógicos o algoritmos para computadoras. Para el desarrollo de estas metodologías se requiere de conocimientos de Álgebra Lineal y Cálculo de Varias Variables

2.2.2.5.1. Propiedades de las funciones

- **Continuidad**

Definición: Una función $f(x)$ es continua en $x=x_0$, cuando:

1) $f(x_0)$ está definida

2) $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ existe

3) $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$

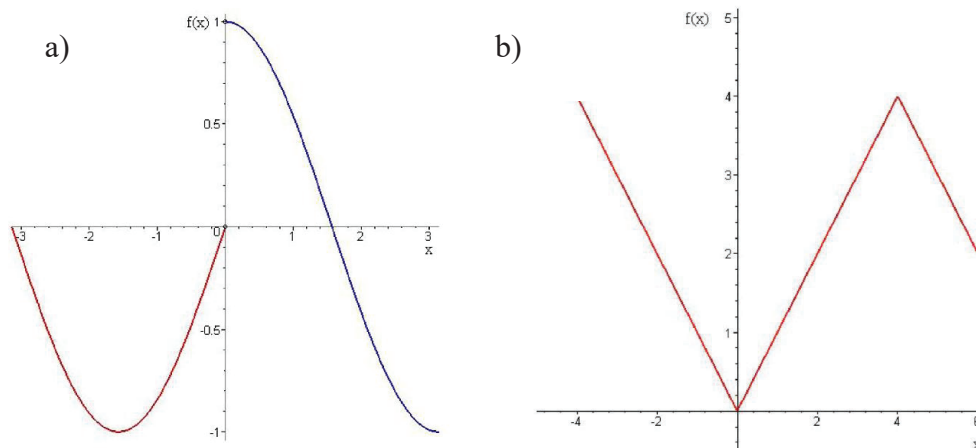


Figura 2.3 Función discontinua (a) y continua (b) (Espinoza & Vásquez, 2016)

La discontinuidad de una función puede o no afectar en los métodos de optimización. En el caso de la figura 2.2a, el valor mínimo se da lejos de la discontinuidad y puede o no ser una dificultad para encontrar el resultado óptimo. En el caso de la figura 2.2b, si se usan métodos con derivadas podrían ocasionarse problemas debido a que en $x=0$, no está definida la derivada

- **Modalidad**

Definición 01: Un punto extremo es aquel en que se tiene un máximo o un mínimo ya sea local o global

Definición 02: Una función $f(x)$ es unimodal cuando tiene un solo extremo en un intervalo $[a,b]$

Definición 03: Una función $f(x)$ es multimodal si tiene 2 o más extremos en el intervalo $[a,b]$

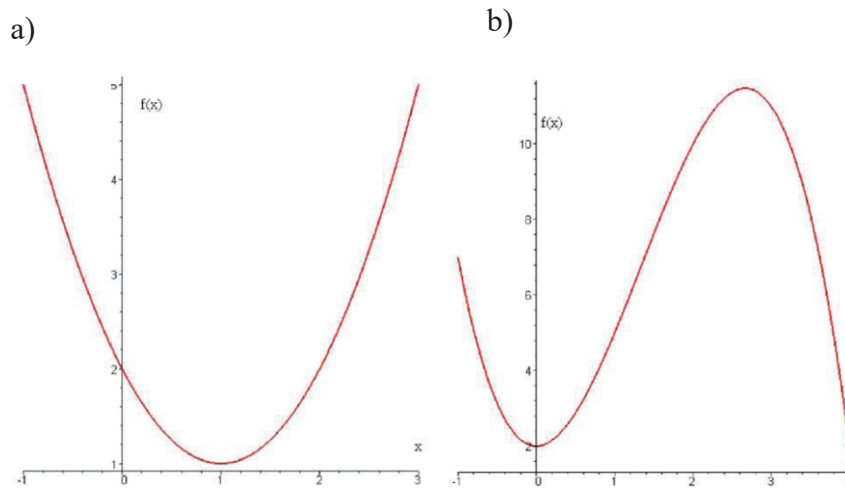


Figura 2.4 Función unimodal (a) y multimodal (b) (Espinoza & Vásquez, 2016)

Definición 04: Un punto x de $f(x)$ es estacionario si se cumple que en x , $f'(x)=0$

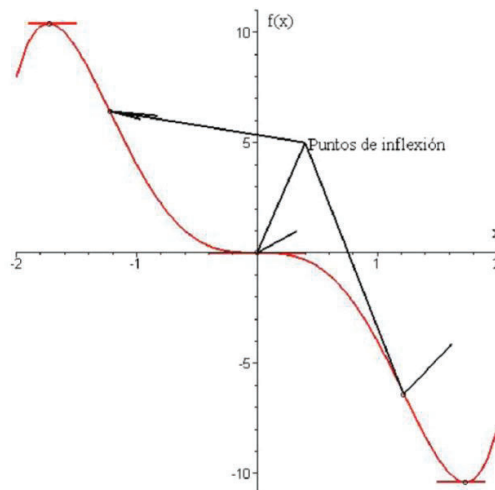


Figura 2.5 Función con puntos estacionarios (Espinoza & Vásquez, 2016)

- **Diferenciación de una función**

Definición 01: Si la función escalar $f(x)$ es derivable en x entonces el vector gradiente $G(x)$ o $\nabla f(x)$ es la primera derivada parcial de la función con respecto a x , y se denota de la siguiente manera:

$$\nabla f(x) = \frac{\partial f(x)}{\partial x} = \left(\frac{\partial f(x)}{\partial x_1}, \frac{\partial f(x)}{\partial x_2}, \frac{\partial f(x)}{\partial x_3}, \dots, \frac{\partial f(x)}{\partial x_n} \right) \equiv G(x) \quad (\text{Ec. 2.01})$$

Geoméricamente el vector gradiente es normal al plano tangente en el punto x , como se muestra en la figura 2.5 para una función de tres variables. Además, este vector apunta al máximo incremento de la función

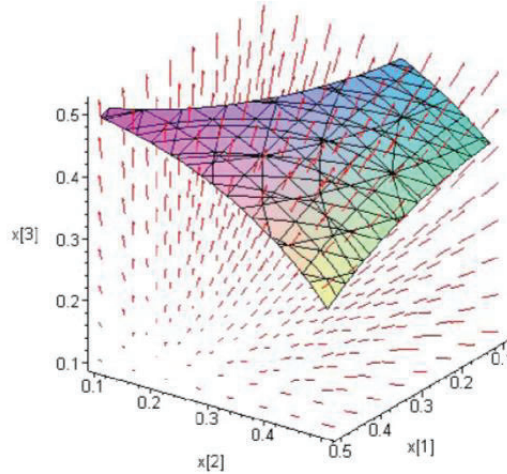


Figura 2.6: El campo del gradiente pasa en forma perpendicular a la superficie generada por la función $f(x)$. (Espinoza & Vásquez, 2016)

Definición 02: Si la función vectorial $f(x)$ m -dimensional es derivable en x , entonces la matriz Jacobiana $J(x)$ de la función $f(x)$ es la matriz de las primeras derivadas parciales de la función con respecto a x , y se denota de la siguiente manera:

$$(\nabla f^T(x))^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_m(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_m(x)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_m(x)}{\partial x_n} \end{bmatrix} = J(x) \quad (Ec. 2.02)$$

2.2.2.5.2. Optimización con restricciones

Los problemas a tratar tendrán la siguiente forma:

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar:} && f(x) \\ & \text{Sujeto a:} && h(x) = 0 \\ & && g(x) \leq 0 \end{aligned} \quad (Ec. 2.03)$$

Se supone que $f(x)$, $h(x)$ y $g(x)$ tienen primeras derivadas parciales continuas

Para la solución de este tipo de problemas se tendrán que cumplir las siguientes condiciones planteadas a continuación:

- **Multiplicadores de Lagrange**

La función de Lagrange se denota como una “L” y se define usando la función objetivo $f(x)$ y la restricción $g(x)$ de la siguiente manera:

$$L(x, \lambda) = f(x) + \lambda g(x) \quad (\text{Ec. 2.04})$$

Teniendo un x^* que minimice la función $f(x)$, se cumplirá los siguiente:

$$\nabla L(x^*) = 0 \quad (\text{Ec. 2.05})$$

Escribiendo esto en forma de la ecuación (Ec. 2.04) se tiene lo siguiente:

$$\nabla f(x^*) + \lambda \nabla g(x^*) = 0 \quad (\text{Ec. 2.06})$$

$$\nabla g(x^*) \neq 0$$

Esto muestra que en un punto mínimo las gradientes de la función objetivo y las restricciones van a lo largo de una misma línea y son proporcionales

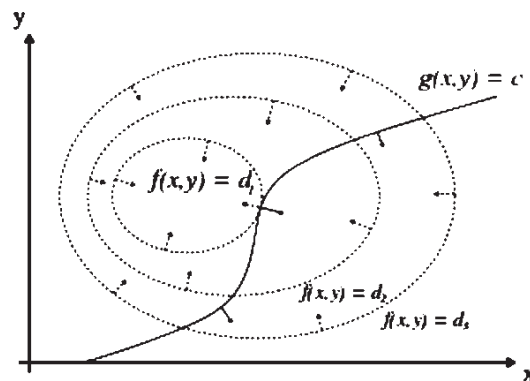


Figura 2.7 Gradiente de la función objetivo $f(x,y)$ y la restricción $g(x,y)$ (Espinoza & Vásquez, 2016)

- **Condición de Karush Kuhn Tucker (KKT)**

Sea x^* un punto mínimo del problema a solucionar, existe un vector λ y un vector μ , tal que:

$$\nabla f(x^*) + \lambda^T \nabla h^T(x^*) + \mu^T \nabla g^T(x^*) = 0$$

$$\mu^T \geq 0 \quad (\text{Ec. 2.07})$$

$$\mu^T g(x^*) = 0$$

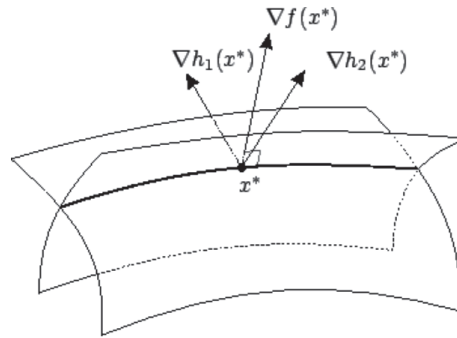


Figura 2.8 Gradiente de la función objetivo $f(x)$ y las restricciones $h_1(x)$ y $h_2(x)$
(Espinoza & Vásquez, 2016)

- **Condición de Independencia Lineal**

Sea x^* un punto que satisfaga las restricciones: $h(x) = 0$, $g(x) \leq 0$, y sea K el conjunto de índice k para el cual $g_k(x^*) = 0$. Entonces se dice que x^* es un punto regular de las restricciones si los vectores gradientes

$$\nabla h_j(x^*), \nabla g_k(x^*), 1 < j < m, k \in K \quad (\text{Ec. 2.08})$$

Son linealmente independientes

2.2.3. Empleo de la computadora en los problemas de optimización

2.2.3.1. Matlab

Gracias a la computación se ha impulsado la optimización estructural como ciencia. Para da solución a estos problemas usaremos un programada con gran potencial para este problema como es el Matlab. El nombre Matlab proviene de la contracción de los términos Matrix Laboratory. Es un entorno de computación y desarrollo de aplicaciones orientado a proyectos donde haya muchos cálculos numéricos. Además, posee una amplia gama de programas especializados denominados Toolbox. (Negrin, 2016)

2.2.3.2. Técnicas de optimización

La optimización propiamente dicha es realizada a través de dos técnicas de programación no lineal: La programación cuadrática secuencial (SQP) y algoritmo de punto interior (IP). La idea principal del método SQP es la formulación de un subproblema de Programación Cuadrática (QP) basado en una aproximación cuadrática de la función de Lagrange. (Borda, 2009)

2.2.3.2.1. Programación cuadrática secuencial (SQP)

Según el manual Mathworks (2019), en la optimización con restricciones, el objetivo general es transformar el problema en un subproblema más sencillo que pueda resolverse y utilizarse como base de un proceso iterativo. Estos métodos suelen denominarse métodos de programación cuadrática secuencial (SQP, por sus siglas en inglés), ya que en cada iteración principal se resuelve un subproblema de QP (también conocidos como métodos de programación cuadrática iterativa, programación cuadrática recursiva y métrica variable con restricciones). El subproblema cuadrático es de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \min \frac{1}{2} d^T H_k d + \nabla f(x_k)^T d, d \in \mathbb{R}^n \\ \nabla g_i(x_k)^T d + g_i(x_k) = 0, i = 1, \dots, m_e \\ \nabla g_i(x_k)^T d + g_i(x_k) \leq 0, i = 1, \dots, m_e \end{aligned} \quad (\text{Ec. 2.09})$$

Este subproblema puede resolverse mediante cualquier algoritmo de programación cuadrática (QP). La solución se utiliza para formar una nueva iteración

2.2.3.2.2. Toolbox de optimización

El manual Mathworks (2019) nos muestra la caja de herramientas de optimización posee varias funciones que determinan el mínimo de una función lineal o no lineal que puede ser multivariable o no, con restricciones de igualdad y desigualdad lineales o no lineales. Entre las principales funciones de la caja de herramientas tenemos:

- **fminbnd:** Esta función resuelve los problemas de optimización de funciones de una variable sin restricciones, se le conoce también como optimización escalar
- **fminsearch:** Esta función resuelve los problemas de optimización de funciones de más de una variable sin restricciones
- **fminunc:** Esta función es igual a la anterior, proporciona el mínimo de una función de variables sin restricciones, pero con la diferencia que utiliza información del gradiente y el hessiano de la función objetivo
- **fmincon:** Esta función determina el mínimo de una función multivariable con restricciones de igualdad y desigualdad, lineales y no lineales
- **linprog:** Esta función realiza la optimización de problemas de programación lineal
- **quadprog:** Realiza la minimización de una función cuadrática con restricciones de igualdad y desigualdad lineales

- **lsqnonlin:** Resuelve por mínimos cuadrados problemas no lineales de funciones o de ajustes de datos

2.2.3.2.3. Función **fmincon**

Según el manual Mathworks (2019) la función “**fmincon**” determina el mínimo de una función multivariable con restricciones de igualdad y desigualdad, lineal o no lineal. Se puede expresar de la siguiente manera

$$\min f(x) \text{ tal que } \begin{cases} c(x) < 0 \\ ceq(x) = 0 \\ A \cdot x < B \\ Aeq \cdot x = Beq \\ lb \leq x \leq ub \end{cases} \quad (\text{Ec. 2.10})$$

Donde B y Beq son vectores, A y Aeq son matrices, que representan las restricciones lineales de las variables; c(x) y ceq(x) son funciones que devuelven vectores y representan a las restricciones no lineales; f(x) representa a la función objetivo y es una función que devuelve un escalar. Además, x, lb y ub se pueden expresar como vectores o matrices que representan a las variables, el límite inferior y el límite superior de las variables, respectivamente.

La sintaxis de la función es como se muestra a continuación:

$$f(x) = \text{fmincon}(\text{fun}, x0, A, B, Aeq, Beq, lb, ub, \text{nonlcon}, \text{options}) \quad (\text{Ec. 2.11})$$

Donde:

- *fun*: función objetivo
- *x0*: punto de partida
- *A, B*: coeficientes de las restricciones lineales de desigualdad
- *Aeq, Beq*: Coeficientes de las recciones lineales de igualdad
- *lb*: límite inferior
- *ub*: límite superior
- *nonlcon*: llama a las restricciones no lineales (c(x), ceq(x))
- *options*: cambias las opciones predeterminadas

La función *fmincon* usa el algoritmo “*inter-point*” para la optimización de la función objetivo, para cambiar de algoritmo a “*sqp*” usaremos la función “*options*”. Además “*fun*” y “*nonlcon*” deben ser funciones independientes al código de optimización

2.2.4. Análisis de Vigas sometidas a flexión

2.2.4.1. Comportamiento a Flexión

Según Harmsen (2017) Para analizar una viga a flexión se colocará una carga distribuida a lo largo de ésta, la sección será rectangular y presentará un refuerzo en la parte inferior de la sección. A lo largo de todo el elemento la fibra superior estará a compresión y la fibra inferior estará a tracción. si la carga se incrementa hasta la falla por flexión, la viga atraviesa 4 etapas:

- a) **Primera etapa:** La carga externa es pequeña, los esfuerzos de compresión y tracción en la sección no superan la resistencia del concreto, por lo que no se presentan rajaduras. La distribución de esfuerzos es la mostrada en la figura 2.8a
- b) **Segunda etapa:** La tensión en el concreto casi alcanza su resistencia a la tracción. Antes que se presente la primera rajadura toda la sección del concreto es efectiva y el refuerzo absorbe el esfuerzo ocasionado por su deformación. Dado que el concreto y el acero se deforman al mismo tiempo por la adherencia que existe entre ellos. La viga experimenta un comportamiento elástico y la distribución de esfuerzos se muestra en la figura 2.8b
- c) **Tercera etapa:** Se alcanza el denominado Momento Crítico (M_{cr}), bajo el cual se empieza la fisurar la zona central inferior de la viga. El eje neutro asciende conforme aumenta la carga distribuida como se muestra en la figura 2.8c. Al agrietarse el concreto, éste no resiste el esfuerzo a tracción, siendo el refuerzo de acero el que absorbe el esfuerzo en su totalidad. La sección es menos rígida dado que su momento de inercia disminuye. Esto ocasiona que las deflexiones comiencen a aumentar progresivamente. En esta etapa el concreto tiene una distribución de esfuerzos casi lineal. Los esfuerzos en el concreto llegan hasta los $0.5f'_c$. Conforme aumenta la carga, las grietas van aumentando y dirigiéndose hacia el eje neutro. La magnitud de las cargas en esta etapa corresponde a las cargas de servicio
- d) **Cuarta etapa:** El refuerzo alcanza el esfuerzo de fluencia, aunque el concreto no llega a su resistencia máxima. Los esfuerzos en el concreto adoptan una distribución aproximadamente parabólica (figura 2.8d). La deflexión se incrementa y las grietas se ensanchan. Conforme aumenta la carga, el acero entra en un estado de endurecimiento por deformación y finalmente el concreto falla por aplastamiento

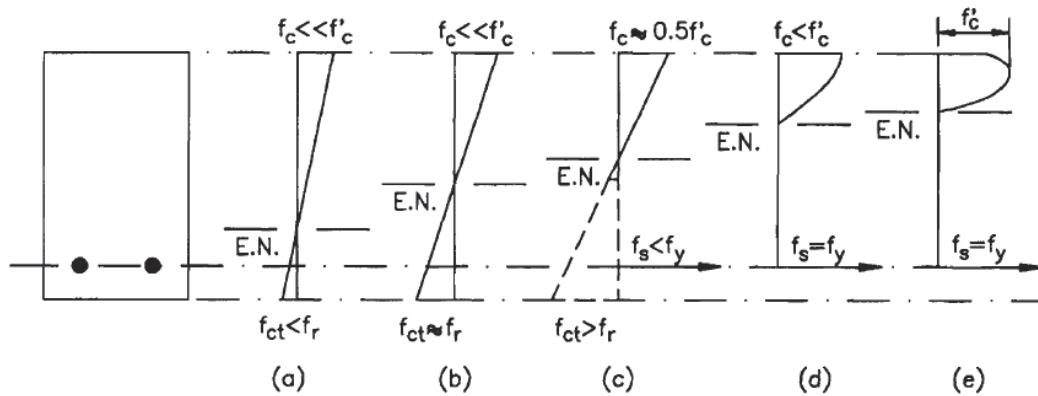


Figura 2.9 Variación de los esfuerzos y deformaciones con el incremento del momento aplicado (Harmsen, 2017)

McCormac & Brown (2018) nos muestra un diagrama de momento – curvatura, para ilustrar mejor las etapas del comportamiento de las vigas. En este diagrama θ se define como el cambio angular de la sección de la viga en cierta longitud y se calcula con la siguiente expresión, donde ϵ es la deformación unitaria de una fibra de la viga a una distancia “y” del eje neutro de la viga

$$\theta = \frac{\epsilon}{y} \quad (\text{Ec. 2.12})$$

La primera etapa del diagrama representa a los momentos que son menores al momento de agrietamiento, donde toda la sección de la viga resiste la flexión. En esta etapa las deformaciones son muy pequeñas por lo que el diagrama es casi vertical. Cuando el momento aumenta y supera el momento de agrietamiento, la pendiente de la curva disminuye dado que la rigidez de la viga también lo hace. La curva será casi una línea recta desde el momento de agrietamiento hasta el punto de cedencia del refuerzo. Hasta llegar al punto de cedencia del acero se requiere de una carga adicional bastante grande para incrementar apreciablemente la deflexión de la viga. Después de que el acero cede plásticamente, la viga tiene muy poca capacidad adicional para el momento y requiere sólo de una pequeña carga para que se incrementen considerablemente las deflexiones. En esta etapa la pendiente es muy baja (McCormac & Brown, 2018)

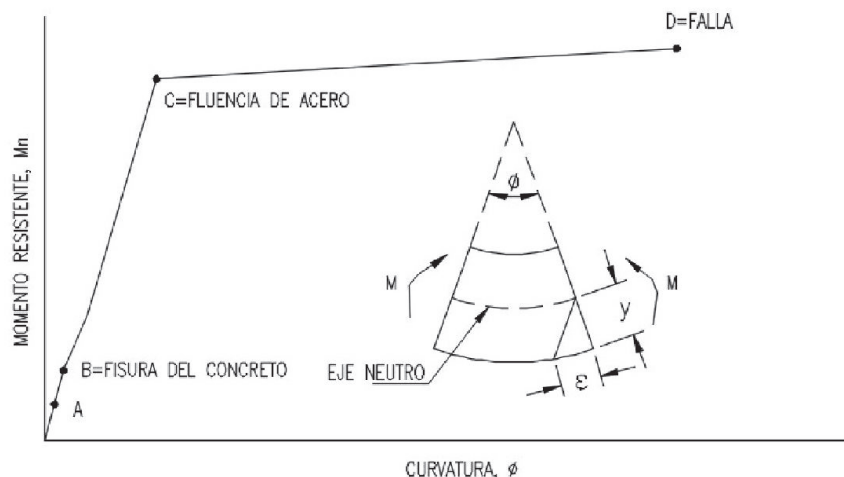


Figura 2.10 Diagrama de momento-curvatura para una viga de concreto reforzado con refuerzo de tensión solamente (Harmsen, 2017)

2.2.4.2. Momento de agrietamiento

Si comparamos el área total de la sección de una viga con el área de refuerzo, ésta es bastante pequeña (aproximadamente 2%) y su efecto es despreciable en las propiedades de las vigas en tanto éstas no se agrieten. Por lo tanto, se puede calcular aproximadamente los esfuerzos a flexión (f) en las vigas. El esfuerzo en el concreto en cualquier punto a una distancia “ y ” del eje neutro de la sección transversal se puede calcular con la siguiente fórmula, donde “ M ” es el momento flexionante e “ I_g ” es el momento de inercia bruto de la sección (McCormac & Brown, 2018)

$$f = \frac{M \cdot y}{I_g} \quad (\text{Ec. 2.13})$$

La Norma NTE E.060 (2017) nos dice que el esfuerzo de ruptura se puede calcular de la siguiente manera: $f_r = 2\sqrt{f'_c}$ (kg/cm²), para concreto normal. Por lo tanto, el momento de agrietamiento (M_{cr}) se calcula de la siguiente manera:

$$M_{cr} = \frac{f_r \cdot I_g}{y_t} \quad (\text{Ec. 2.14})$$

Donde:

- f_r : esfuerzo de ruptura del concreto
- I_g : momento de inercia
- y_t : distancia medida desde la fibra más externa hasta el eje neutro

2.2.4.3. Hipótesis para el estudio de elementos sometidos a la flexión

Según la NTE E.060 (2009) las hipótesis para el análisis y diseño de elementos sometidos a la flexión son los siguientes:

1. Las deformaciones unitarias en el refuerzo y en el concreto deben suponerse directamente proporcionales a la distancia desde el eje neutro, excepto para las vigas de gran peralte, debe emplearse un análisis no lineal de las deformaciones unitarias
2. La máxima deformación unitaria utilizable del concreto (ϵ_{cu}) en la fibra extrema sometida a compresión, se asumirá igual a 0.003
3. El esfuerzo en el refuerzo deberá tomarse como E_s veces la deformación unitaria del acero. Para deformaciones unitarias en el refuerzo mayores que las correspondientes a f_y , el esfuerzo se considerará independiente de la deformación unitaria e igual a f_y
4. La resistencia a la tracción del concreto no debe considerarse en los cálculos de elementos de concreto reforzado sometidos a flexión y a carga axial
5. La relación entre la distribución de los esfuerzos de compresión en el concreto y la deformación unitaria del concreto se debe suponer rectangular, trapezoidal, parabólica o de cualquier otra forma que permita una predicción de la resistencia que coincida con los resultados de los ensayos de laboratorio representativos
6. El anterior requisito anterior se satisface si se asume una distribución rectangular equivalente de esfuerzos en el concreto como sigue: Un esfuerzo en el concreto de $0.85f'_c$ uniformemente distribuido en una zona de compresión equivalente, limitada por los bordes de la sección transversal del elemento y por una línea recta paralela al eje neutro, a una distancia $a = \beta_1 c$ de la fibra de deformación unitaria máxima en compresión
7. La distancia desde la fibra de deformación unitaria máxima en compresión al eje neutro "C" se debe medir en dirección perpendicular a dicho eje

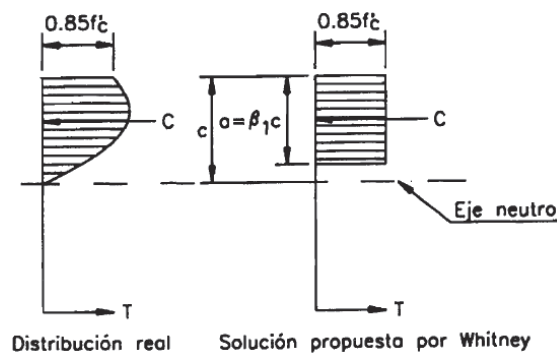


Figura 2.11 Distribución de esfuerzos de compresión en la viga (Harmsen, 2017)

2.2.4.4. Tipos de Fallas de los Elementos Sometidos a Flexión

Para Harmsen (2017), el concreto puede fallar antes o después de que el acero fluya. El tipo de falla se da según la cuantía de refuerzo y es de tres tipos:

1. Falla dúctil: En este caso el acero fluye y se aprecian grandes deflexiones y rajaduras antes de colapso lo cual hace alertar del peligro que existe. A estas secciones también se les conoce como sub-reforzada
2. Falla frágil: El acero no tiene la oportunidad de fluir y el concreto falla repentinamente. A este tipo de secciones se les conoce como sobre-reforzadas. La resistencia de una sección sobre-reforzada es mayor a la de una sub-reforzada de similares medidas, sin embargo, la primera sección no es dúctil y el tipo de colapso no es conveniente. En el diseño se evita este tipo de fallas
3. Falla balanceada: Se produce cuando el concreto alcanza la deformación unitaria última de 0.003 al mismo tiempo que el acero empieza a fluir. La falla es frágil y no deseada

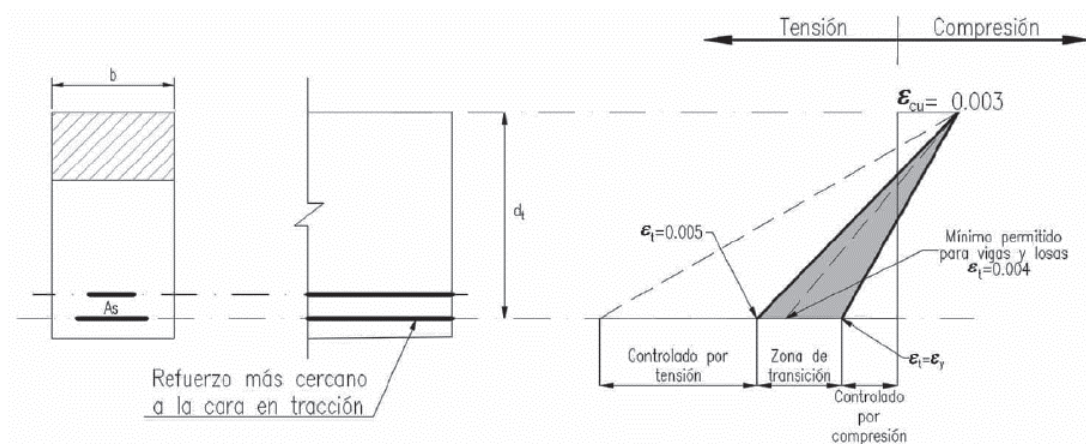


Figura 2.12 Distribución de las deformaciones para los diferentes tipos de fallas (Harmsen, 2017)

Para cada sección existe una cuantía única de acero que genera una falla balanceada a la que se le llama cuantía balanceada (ρ_b). Si la cuantía de una sección es mayor que la balanceada entonces fallará por compresión y si la cuantía es menor fallará por tracción, la NTE E.060 recomienda que todas las secciones se diseñen para fallar por tracción y por ello limita el área de acero a $0.75A_{s_b}$, donde A_{s_b} es el área de acero en tracción que produce la falla balanceada

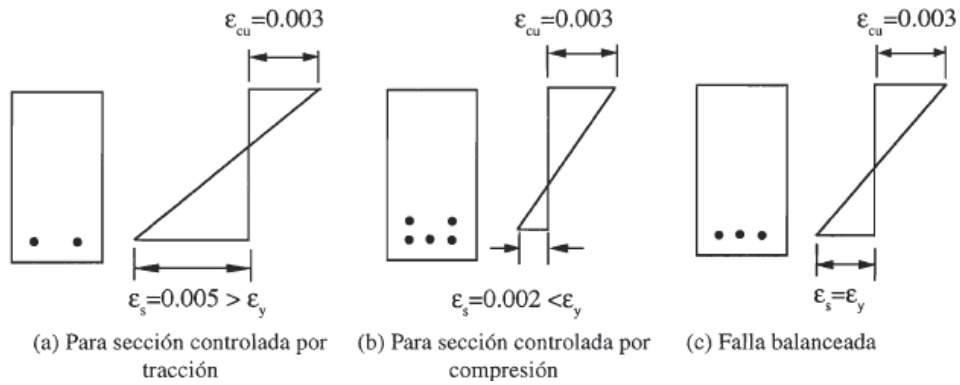


Figura 2.13 Distribución de deformaciones para los diversos tipos de fallas en flexión (Harmsen, 2017)

En la figura 2.12 se muestra la distribución de deformaciones en cada uno de los tres tipos de falla y en la figura el diagrama momento vs curvatura para cada caso. En este último se puede apreciar la ductilidad que desarrollan las secciones sub-reforzadas y la mayor capacidad resistente de las secciones sobre-reforzadas

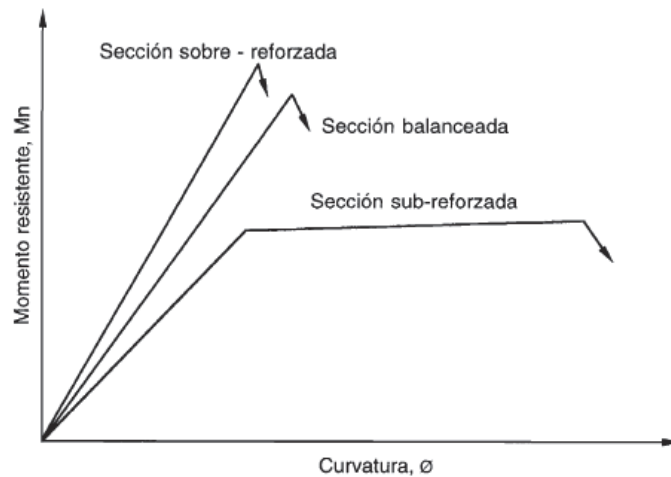


Figura 2.14 Diagrama momento – curvatura para los diversos tipos de fallas en flexión (Harmsen, 2017)

Se dice que una viga tiene una proporción balanceada de acero cuando el acero a tensión empieza a ceder al mismo tiempo que las fibras extremas de concreto a compresión alcanzan una deformación unitaria de 0.003. Si un miembro se diseña de manera que la deformación unitaria del concreto alcanza los 0.003 antes que el acero de refuerzo empiece a ceder, se dice que está controlado a *compresión*. En este caso puede fallar repentinamente sin previo aviso, puesto que el concreto queda expuesto a grandes presiones. A estos miembros se les conoce como *miembros frágiles* y son los que hay que evitar. (McCormac & Brown, 2018)

El código ACI-318-19 (2019) en la sección 21.2.2, establece que, si las deformaciones unitarias de los miembros sometidos a tensión son mayores o iguales a 0.005 al mismo tiempo que la deformación del concreto es de 0.003, se dice que está controlada a *tensión*. En este caso el acero en el lado a tensión cede antes que el lado a compresión se aplaste, avisando a los usuarios de una falla inminente. Además, se considera que los elementos con deformaciones unitarias mayores a 0.005 son totalmente dúctiles

2.2.4.5. Análisis de una sección rectangular con comportamiento dúctil

Las pruebas que se han hecho en vigas de concreto reforzado demuestran que las deformaciones unitarias varían en proporción a la distancia del eje neutro, en las fibras a tensión y aún cerca a las cargas últimas. Los esfuerzos a compresión varían linealmente hasta aproximadamente $0.5f'_c$. (McCormac & Brown, 2018)

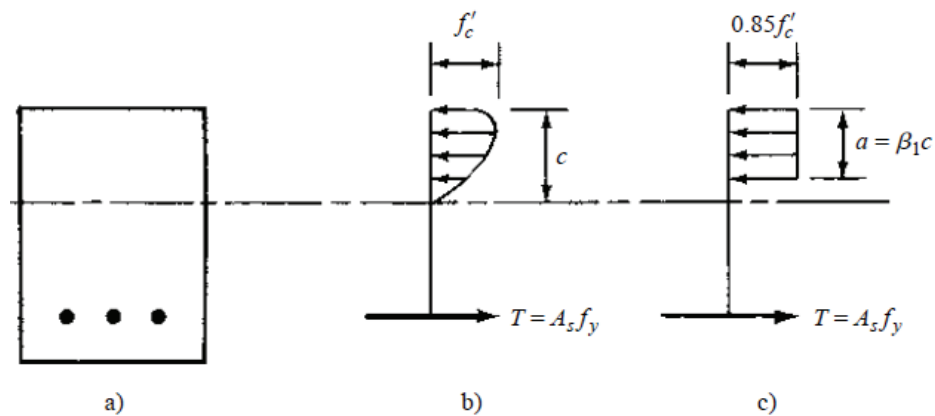


Figura 2.15 Distribución de esfuerzos de una sección rectangular sometida a flexión
(McCormac & Brown, 2018)

Los esfuerzos a compresión varían desde cero en el eje neutro hasta un valor máximo en la fibra más alejada o cerca de ella. Se supone que el concreto se aplasta con una deformación unitaria de 0.003 y que el acero empieza a ceder cuando llega a f_y , con esto es posible obtener las fórmulas para vigas sin conocer la distribución exacta de los esfuerzos; sin embargo, es necesario conocer el valor de la compresión total y su centroide Whitney reemplazó el bloque curvo de esfuerzos con un bloque rectangular equivalente de intensidad $0.85f'_c$ y altura $a = \beta_1 c$ como se muestra en la figura 2.14.c). El área del bloque curvo y el área del bloque rectangular deben coincidir y también los centroides. Se obtiene la altura del bloque rectangular mediante valores establecidos a β_1 . (McCormac & Brown, 2018)

Según la Norma NTE E 0.60 (2009) para valores entre 17 y 28 Mpa, β_1 debe tomar el valor de 0.85. Para $f'c$ mayores a 56 Mpa, β_1 debe tomar el valor de 0.65. Para $f'c$ entre 28 y 56 Mpa se debe interpolar linealmente entre 0.85 y 0.65. El Momento Último (Mu) es menor o igual al Momento Resistente Teórico o Momento Nominal (Mn) multiplicado por un factor de reducción ϕ

$$Mu \leq \phi Mn \quad (Ec. 2.15)$$

Partiendo de la distribución de esfuerzos mostrada en la figura 2.14c) se establece la condición de equilibrio

$$0.85f'c \cdot a \cdot b = As \cdot fs \quad (Ec. 2.16)$$

Donde:

- $f'c$: resistencia a compresión del concreto
- a : altura del bloque rectangular de esfuerzos de compresión en el concreto
- b : ancho de la sección de la viga
- As : áreas de acero del refuerzo a tensión
- fs : esfuerzo a la fluencia del acero

Despejando “a” se tiene:

$$a = \frac{Asfy}{0.85f'c \cdot b} \quad (Ec. 2.17)$$

Dado que el acero de refuerzo está limitado a cierta cantidad que lo hace ceder, antes de que el concreto empiece a fracturarse. El Momento Nominal (Mn) puede calcularse de la siguiente manera:

$$Mn = T \left(d - \frac{a}{2} \right) = As \cdot fy \left(d - \frac{a}{2} \right) \quad (Ec. 2.18)$$

Reemplazando el valor de “a” en la ecuación del momento último se tendría lo siguiente:

$$Mu = \phi As \cdot fy \left(d - \frac{As \cdot fy}{2 * 0.85f'c \cdot b} \right) \quad (Ec. 2.19)$$

Despejando el área de acero (As) de la ecuación (2.15) se obtiene la fórmula final para el cálculo de acero

$$A_s = \frac{0.85f'_c \cdot b}{f_y} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2Mu}{\phi 0.85f'_c \cdot b \cdot d^2}} \right) \quad (\text{Ec. 2.20})$$

Donde:

- A_s : áreas de acero del refuerzo a tensión
- f'_c : resistencia a compresión del concreto
- b : ancho de la sección de la viga
- M_u : momento último
- d : peralte efectivo
- ϕ : factor de reducción

2.2.4.6. Reducción de la Resistencia o factores ϕ

Los factores de reducción de resistencia se usan para tener en cuenta la incertidumbre respecto a la resistencia de los materiales, inexactitudes en las ecuaciones de diseño, las aproximaciones del análisis, las variaciones posibles en las dimensiones de las secciones de concreto y la colocación del refuerzo. La norma NTE E.060 (2009) en el capítulo 9, en el ítem 9.3.2 nos da algunos valores de ϕ para algunos casos:

- Flexión sin carga axial: 0.90
- Carga axial y carga axial con flexión
 - Carga axial de tracción con o sin flexión: 0.90
 - Carga axial de compresión con o sin flexión
 - Elementos con refuerzo en espiral: 0.75
 - Otros elementos: 0.70
- Cortante y torsión: 0.85
- Aplastamiento en el concreto: 0.70
- Zonas de anclaje de postensado: 0.85

2.2.4.7. Porcentaje mínimo de acero

La norma NTE E.060 (2009) en el capítulo 10, ítem 10.5.2 nos dice que el área de acero en tracción será la necesaria para que la resistencia de diseño de la sección sea por lo menos 1.2 veces el momento de agrietamiento de la sección bruta ($\phi M_n \geq 1.2M_{cr}$)

$$A_{S_{\min}} = \frac{0.7\sqrt{f'c}}{f_y} bw d \quad (\text{Ec. 2.21})$$

Donde:

- $A_{S_{\min}}$: área de acero mínimo en la sección de la viga
- $f'c$: resistencia a compresión del concreto
- f_y : resistencia a la fluencia del acero de refuerzo
- bw : ancho del alma de la viga
- d : peralte de la sección de la viga

2.2.4.8. Cuantía balanceada

La cuantía balanceada se refiere al porcentaje de acero de refuerzo a tracción cuando ocurre la falla dúctil y la falla frágil al mismo tiempo, con las ecuaciones vistas anteriormente se puede obtener la siguiente expresión:

$$\rho_b = \frac{0.85f'c\beta_1}{f_y} \left(\frac{6000}{6000 + f_y} \right) \quad (\text{Ec. 2.22})$$

Donde:

- ρ_b : cuantía balanceada
- $f'c$: resistencia a compresión del concreto
- f_y : resistencia a la fluencia del acero de refuerzo
- β_1 : coeficiente que depende de $f'c$

Porcentaje máximo de acero

La norma NTE E.060 (2009) en el capítulo 10, ítem 10.3.4 nos indica el porcentaje de la cuantía balanceada para garantizar su falla por ductilidad

$$\rho_{\max} = 0.75\rho_b \quad (\text{Ec. 2.23})$$

Morales (2006), indica que para zonas sísmicas la cuantía máxima debe ser el 50% de la cuantía balanceada

$$\rho_{\max} = 0.5\rho_b \quad (\text{Ec. 2.24})$$

2.2.5. Esfuerzo cortante

2.2.5.1. Esfuerzos cortantes en Vigas de concreto

Hoy en día las estructuras se diseñan para que sean dúctiles y puedan dar aviso a las fallas incipientes. Las normas hacen que los factores de seguridad ante fallas por cortante sean mayores que los de fallas por flexión, dado que las fallas por cortante ocurren repentinamente, sin previo aviso. Por tal motivo las cargas de diseño en las vigas para fallar por flexión son considerablemente mayores que las cargas que se usan para fallar por cortante; en consecuencia, los miembros fallan dúctilmente (McCormac & Brown, 2018)

En las vigas ocurren dos tipos de esfuerzos de flexión (f) y cortante (V), y se calculan con las siguientes expresiones

$$f = \frac{M \cdot c}{I}, v = \frac{V \cdot Q}{I \cdot b} \quad (\text{Ec. 2.25})$$

Donde:

- M : momento actuante
- c : longitud medida desde el esfuerzo actuante hasta el eje neutro
- I : momento de inercia
- V : cortante
- b : base de la sección de la viga

Cualquier elemento de una viga que no se encuentre en la fibra extrema o en el eje neutro está sujeta a esfuerzos de flexión y cortante, estos esfuerzos se combinan para producir esfuerzos inclinados llamados esfuerzos principales (f_p), tales esfuerzos se pueden calcular de la siguiente manera:

$$f_p = \frac{f}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{f}{2}\right)^2 + v^2} \quad (\text{Ec. 2.26})$$

La dirección se puede calcular con la siguiente fórmula, donde " α " viene a ser la inclinación del esfuerzo principal con respecto al eje de la viga

$$\tan 2\alpha = \frac{2v}{f} \quad (\text{Ec. 2.27})$$

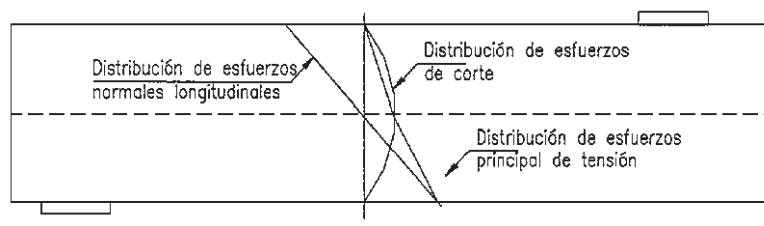


Figura 2.16 Distribución de esfuerzos en una sección de la viga (Harmsen, 2017)

En la figura 2.15 se observa lo siguiente:

- En el eje neutro solo actúa el esfuerzo de corte por lo tanto $\alpha = 45^\circ$
- El esfuerzo de tensión es menor que v por encima del eje neutro y mayor, por debajo de él
- En el borde superior del elemento, el esfuerzo de corte es nulo y el esfuerzo principal es de compresión y este se presenta paralelo al eje del elemento
- En el borde inferior ocurre lo mismo que el caso anterior. El esfuerzo cortante es nulo y el esfuerzo de tracción es paralelo al eje del elemento, en este último caso $\alpha = \pm 90^\circ, \pm 180^\circ$

2.2.5.2. Agrietamiento del concreto por esfuerzos cortantes

Según Harmsen (2017) se pueden distinguir tres tipos de grietas en la sección de las vigas de concreto armado:

- Grietas por Flexión: se producen en el tercio central de la sección de la viga debido a los esfuerzos por flexión y si la viga es continua aparecen también en los extremos. En estas vigas la fuerza cortante es pequeña en comparación con el momento flector, (figura 2.16a)
- Grietas por Tracción diagonal: aparecen cerca de la mitad de la altura de las secciones donde los momentos son pequeños y las fuerzas cortantes son grandes, también se localizan en zonas de inflexión en vigas continuas y cerca de los apoyos simples. La magnitud de esta fuerza cortante es aproximadamente $0.93\sqrt{f'c} bw d$, (figura 2.16b)
- Grietas por Flexo-tracción: Se presentan comúnmente en vigas esbeltas, Cuando aparecen las primeras fisuras por flexión el área resistente al corte se reduce, esta zona está afectada por esfuerzos de corte y compresión, ocasionando que las fisuras

se empiecen a inclinar formando un ángulo de 45° con respecto al eje de la viga, (figura 2.16c)

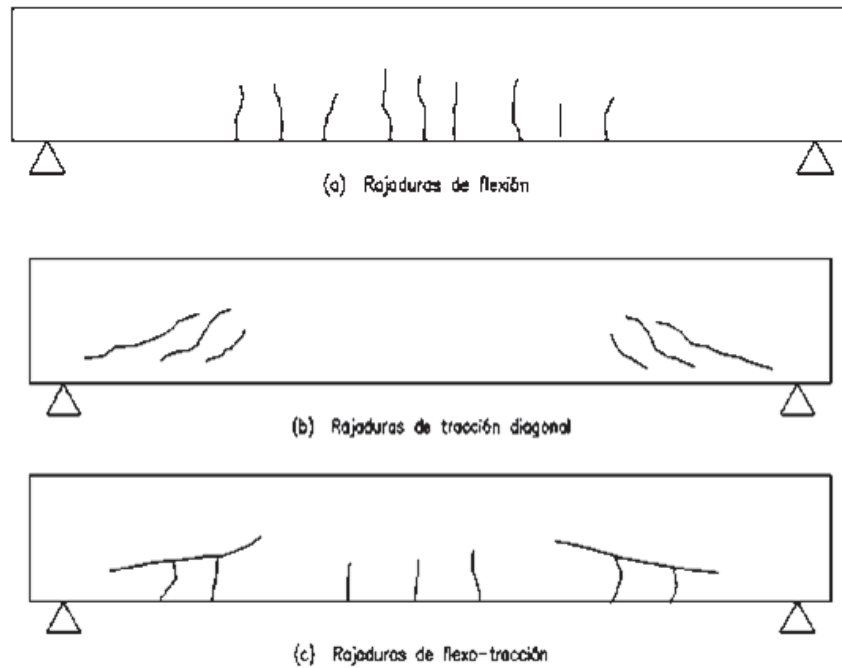


Figura 2.17 Tipos de fisuras que presentan las vigas de concreto armado (McCormac & Brown, 2018)

2.2.5.3. Resistencia del concreto a la fuerza cortante

Las ecuaciones básicas están en términos de fuerzas cortantes y no de esfuerzos cortantes, para ello a los esfuerzos cortantes se los multiplica por el área efectiva para obtener la fuerza cortante. En este análisis la fuerza resistente nominal al corte (V_n) es provista por el concreto (V_c) y por el refuerzo de acero (V_s). (McCormac & Brown, 2018)

$$V_n = V_c + V_s \quad (Ec. 2.28)$$

La resistencia de diseño se calcula será $\phi V_n = \phi(V_c + V_s)$, y debe ser al menos igual a la fuerza cortante última (V_u):

$$V_u \leq \phi V_n \quad (Ec. 2.29)$$

La Norma E.060 en el capítulo 11 en el ítem 11.1.1.1 nos indica que la resistencia del concreto al corte sometido únicamente a cortante y flexión se calcula de la siguiente manera:

$$V_c = 0.53\sqrt{f'_c} b w d \quad (Ec. 2.30)$$

También la norma NTE E.060 (2009) en el capítulo 21 en el ítem 21.5.4.1 nos indica como calcular la fuerza cortante última de diseño la cual deberá determinarse a partir de la suma de fuerzas cortantes asociado al desarrollo de resistencias probables en flexión ($M_{pr}=1.25M_n$) en los extremos de la luz del elemento y la fuerza cortante calculada para las cargas de gravedad amplificadas

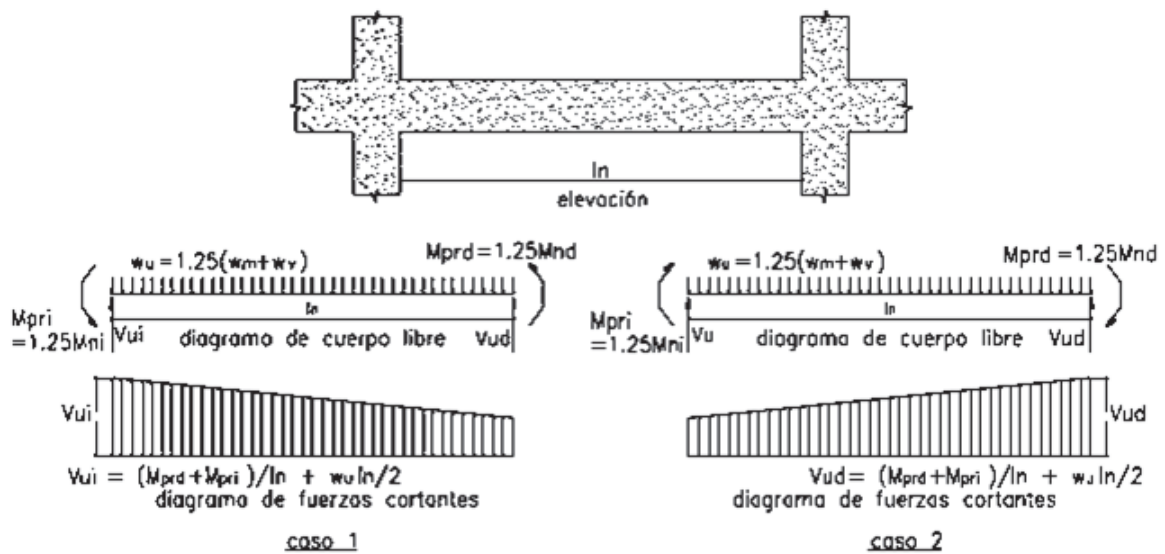


Figura 2.18 Fuerza cortante última de diseño en vigas (Norma E.060)

2.2.6. Torsión

Hace algunos años los factores de seguridad de los códigos de diseño era mucho mayores para el diseño por cortante y flexión, por esa razón la torsión se podría despreciar. Pero en la actualidad los factores de seguridad son más pequeños que antes y los elementos son de menor tamaño, por tal motivo la torsión se ha convertido en un problema más común (McCormac & Brown, 2018)

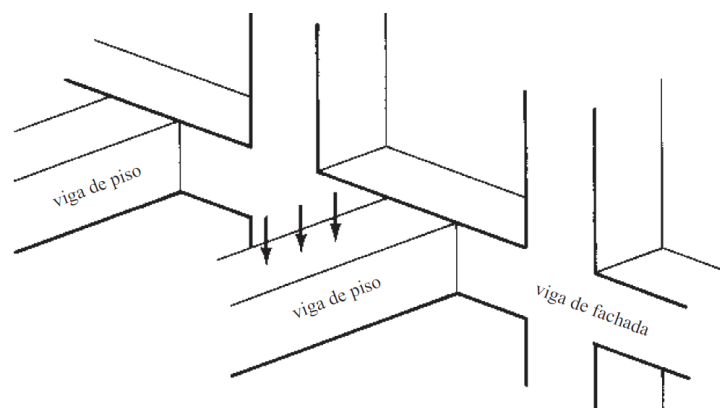


Figura 2.19 Torsión en vigas de fachada (McCormac y Brown, 2018)

2.2.6.1. Momentos para el diseño por torsión

McCormac & Brown (2018) nos indica que en una estructura estáticamente indeterminada si un elemento cede, la fuerza particular que se esté aplicando a este elemento también disminuye produciéndose una redistribución de fuerzas. Pero no ocurre lo mismo en una estructura estáticamente determinada. Esto ocurre con los momentos de torsión llamados torsión de equilibrio y torsión de compatibilidad respectivamente:

- Torsión de Equilibrio: En una estructura estáticamente determinada existe una sola trayectoria por la cual el momento de torsión se puede transmitir a los soportes. En este caso el momento de torsión no puede reducirse por medio de una redistribución de fuerzas internas

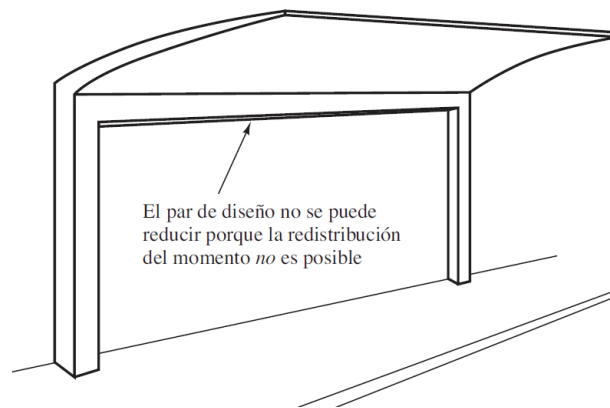


Figura 2.20 Torsión de equilibrio (McCormac y Brown, 2018)

- Torsión de Compatibilidad: El momento de torsión en una estructura estáticamente indeterminada se puede reducir considerablemente si esa parte de la estructura cede, se agrieta o gira. El resultado será una redistribución de fuerzas en la estructura

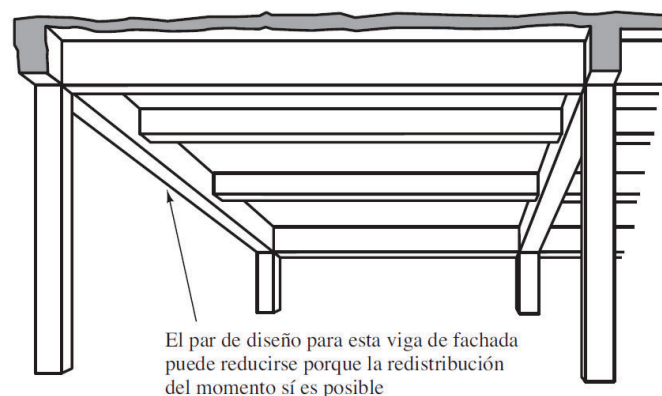


Figura 2.21 Torsión de compatibilidad (McCormac y Brown, 2018)

2.2.6.2. Inestabilidad lateral de vigas

Según Park y Paulay (1983) La inestabilidad de una viga esbelta se presenta como pandeo lateral y torsión, esto ocurre cuando dicha viga carece de apoyos laterales. Esta situación se podría dar cuando se izan elementos y se colocan antes que sus apoyos laterales

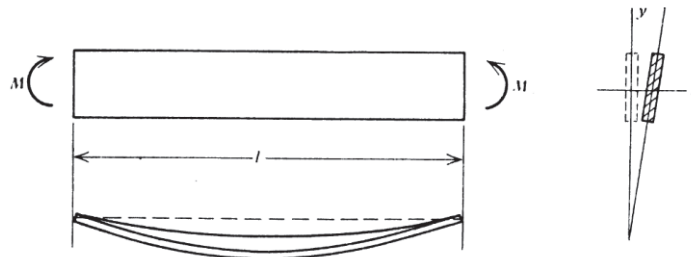


Figura 2.22 Inestabilidad lateral de viga (Park y Paulay, 1983)

Para evitar el efecto de inestabilidad lateral se siguen las siguientes relaciones entre la luz libre (l) y la base (b):

- Para vigas simplemente apoyadas y continuas:

$$\frac{l}{b} < 60 \quad (\text{Ec. 2.31})$$

- Para voladizos con restricciones laterales en los apoyos:

$$\frac{l}{b} < 25 \quad (\text{Ec. 2.32})$$

2.2.6.3. Diseño por torsión

- Casos en los cuales se puede ignorar la torsión

La norma NTE E.060 (2009) en el capítulo 11, en el ítem 11.6.4.1 nos indica que se puede ignorar la torsión cuando el momento torsor amplificado sea la menor a la torsión umbral (T_{th}), que viene a ser la cuarta parte del momento torsor de agrietamiento (T_{cr}). Es decir, el momento torsor, para elementos no presforzados, tiene que ser menor que:

$$\phi T_{th} = \phi 0.27 \lambda \sqrt{f'c} \left(\frac{A_{cp}^2}{P_{cp}} \right) \quad (\text{Ec. 2.33})$$

Donde:

- T_{th} : Umbral de torsión

- A_{cp} : área encerrada de la sección transversal del concreto
- P_{cp} : perímetro de la sección transversal de concreto
- $f'c$: resistencia a la compresión del concreto

- Cálculo del momento torsor amplificado

La norma NTE E.060 (2009) en el capítulo 11, en el ítem 11.6.5.2 nos indica que en estructuras estáticamente indeterminadas se puede reducir el momento torsor máximo (T_u) a al valor de ϕT_{cr} definido por:

$$\phi T_{cr} = \phi 1.1 \sqrt{f'c} \left(\frac{A_{cp}^2}{P_{cp}} \right) \quad (Ec. 2.34)$$

Donde:

- T_{cr} : torsión de agrietamiento
- A_{cp} : área de la sección transversal del concreto
- P_{cp} : perímetro de la sección transversal de concreto
- $f'c$: resistencia a la compresión del concreto

- Resistencia a la torsión

La norma NTE E.060 (2009) en el capítulo 11, ítem 11.6.6.5 nos indica que las dimensiones transversales deben cumplir con la siguiente expresión

$$\sqrt{\left(\frac{V_u}{b_w d} \right)^2 + \left(\frac{T_u P_h}{1.7 A_{oh}^2} \right)^2} \leq \phi \left(\frac{V_c}{b_w d} + 2.1 \sqrt{f'c} \right) \quad (Ec. 2.35)$$

Donde:

- V_u : cortante última
- b_w : es la longitud del alma
- d : peralte efectivo
- T_u : torsión última
- A_{oh} : área encerrada por el eje del refuerzo transversal cerrado más externo
- P_h : perímetro del eje de refuerzo transversal cerrado
- V_c : resistencia a la cortante proporcionada por el concreto
- $f'c$: resistencia a la compresión del concreto

Si el momento torsor (Tu) excede a la cuarta parte del momento torsor crítico (Tcr), entonces el diseño de basarse en lo siguiente:

$$\phi Tn \geq Tu \quad (Ec. 2.36)$$

La norma NTE E.060 (2009) en el capítulo 11, ítem 11.6.3.6 nos muestra cómo debe calcularse la torsión nominal (Tn)

$$Tn = \frac{2 \cdot Ao \cdot At \cdot fyt}{s} \cot\theta \quad (Ec. 2.37)$$

Donde:

- Ao : se considera como 0.85 de Aoh
- At : es el área del refuerzo transversal
- fyt : es la resistencia a la fluencia del acero de refuerzo transversal
- S : es el espaciamiento del refuerzo transversal

También en el ítem 11.6.3.7 de la norma E.060 (2009), muestra la fórmula la calcular el refuerzo longitudinal a torsión

$$Al = \frac{At}{s} Ph \left(\frac{fyt}{fy} \right) \cot^2\theta \quad (Ec. 2.38)$$

Donde:

- Al : área de la sección del refuerzo longitudinal
- At : área de la sección del refuerzo transversal
- S : espaciamiento del refuerzo transversal
- Ph : perímetro del eje de refuerzo transversal cerrado
- fyt : resistencia a la fluencia del acero transversal
- fy : resistencia a la fluencia del acero longitudinal

Así se obtendría la siguiente expresión para el cálculo del refuerzo longitudinal:

$$Al = Tu \cdot \frac{Ph}{\phi \cdot 2 \cdot Ao \cdot fy \cdot \cot\theta} \quad (Ec. 2.39)$$

Donde:

- Al : área de la sección del refuerzo longitudinal
- Tu : torsión última
- Ph : perímetro del área confinada

- A_o : considera como 0.85 de A_{oh}
- f_y : resistencia a la fluencia del acero

Esta área de acero debe añadirse a área de acero por flexión en todo el perímetro de la sección de la viga

2.2.7. Diseño de vigas rectangulares

2.2.7.1. Factores de Carga

McCormac & Brown (2018) nos menciona que los factores de carga se usan para compensar cierta incertidumbre involucrados con la estimación de magnitudes. La norma E.060 del Reglamento Nacional de Edificaciones nos presenta los factores de carga y las combinaciones que se deben usar para el diseño de concreto armado y son las que siguen:

$$U = 1.4CM + 1.7CV \quad (Ec. 2.40)$$

$$U = 1.25(CM + CV) \pm CS \quad (Ec. 2.41)$$

$$U = 0.9CM \pm 1.25CS \quad (Ec. 2.42)$$

Donde:

- CM: Carga Muerta
- CV: Carga Viva
- CS: Carga de Sismo

2.2.7.2. Alcances para el Diseño de Vigas Rectangulares

Antes de ingresar al diseño propiamente dicho se deben abordar algunos de los siguientes temas asociados con el diseño de vigas rectangulares:

- Dimensiones de la viga: Salvo que la arquitectura defina las dimensiones de una viga, la relación más económica de “d” a “b” tiene el valor de entre 1 ½ a 2. Las dimensiones de las vigas generalmente se seleccionan en múltiplos de 5. (McCormac & Brown, 2018)
- Deflexiones: La Norma NTE E.060 (2017) nos brinda la tabla 2.1 en la cual están los peraltes mínimos de vigas y losas para las cuales no se requiere el cálculo de deflexiones

Tabla 2.1. Peraltes de vigas no presforzadas

	Espesor o peralte mínimo, h			
	Simplemente apoyados	Con un extremo continuo	Ambos extremos continuos	En voladizo
Elementos	Elementos que no soporten o estén ligados a divisiones u otro tipo de elementos no estructurales susceptibles de dañarse debido a deflexiones grandes.			
Losas macizas en una dirección	$\frac{\ell}{20}$	$\frac{\ell}{24}$	$\frac{\ell}{28}$	$\frac{\ell}{10}$
Vigas o losas nervadas en una dirección	$\frac{\ell}{16}$	$\frac{\ell}{18,5}$	$\frac{\ell}{21}$	$\frac{\ell}{8}$

- c. Estimación del peso de la viga: Para estimar el peso de la viga se puede tomar un peralte mínimo que está relacionada con la luz ($h=L/10$ ó $h=L/12$) y se estima un ancho como la mitad del peralte ($h/2$). El peso de la viga será la multiplicación de su altura, ancho, longitud y el peso específico
- d. Selección de las varillas: Después de haber calculado el área de acero, la selección de las varillas será de tal manera que se pueda utilizar el mismo diámetro, aunque no siempre se logra esto
- e. Recubrimiento: El acero de refuerzo debe estar protegido del fuego y la corrosión. Para lograr esto el acero de refuerzo se coloca a una cierta distancia de la superficie del concreto de tal manera que haya una capa protectora a la que se le llama *recubrimiento*. La norma NTE E.060 (2017) en el capítulo 7, en el ítem 7.7.1 nos da el recubrimiento mínimo para vigas y columnas de 40 mm
- f. Separación mínima entre varillas: La norma NTE E.060 (2017) nos indica que la distancia libre entre varillas paralelas de una capa debe ser igual al diámetro de la varilla, pero no menos de 25 mm. Cuando el refuerzo se coloque en 2 capas, la capa superior debe estar exactamente sobre a inferior con una distancia libre entre capas no menor de 25 mm. Esto ocurre con el fin de garantizar que el concreto pueda ingresar entre las varillas.
- g. Longitud de desarrollo: La varilla de refuerzo debe sobre salir apreciablemente en ambas direcciones desde su punto máximo de esfuerzo, de tal manera que pueda desarrollar su esfuerzo mediante la adherencia del concreto. La longitud más corta en la que el esfuerzo de una varilla puede aumentar de 0 a f_y se llama *longitud de desarrollo* o *longitud de anclaje*. (McCormac & Brown, 2018)

El proceso de diseño de la sección de una viga inicia con la elección de las dimensiones y la calidad del concreto. Para estimar el peralte efectivo Harmsen (2017) nos brinda unas recomendaciones, al final del diseño el peralte efectivo se tiene que verificar

- Para vigas con una capa de refuerzo $d=h-6$
- Para vigas con 2 capas de refuerzo $d=h-9$
- Para losas..... $d=h-3$

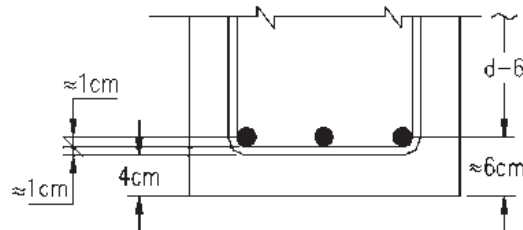


Figura 2.23 Criterio para estimar el peralte efectivo de una viga (Harmsen 2017)

2.2.7.3. Disposiciones para el diseño sísmico

La norma E.060 (2009) nos brinda ciertas consideraciones sismorresistentes de acuerdo al sistema estructural, es este caso abordaremos los requisitos en las vigas para sistemas resistentes a fuerzas laterales de pórticos y dual tipo II

- La fuerza amplificada de compresión axial en el elemento (P_u), no debe exceder de $0.1 \cdot f'c \cdot A_g$
- La luz libre del elemento no debe ser menor que cuatro veces su peralte
- El ancho del elemento, no debe ser menor a 0.25 veces su peralte ni menor de 250mm
- Con respecto al refuerzo longitudinal deberá existir un refuerzo continuo a todo lo largo de la viga, constituido por 2 barras tanto en la cara superior como en la cara inferior, con un área de acero no menor a lo especificado en el ítem 10.5.2 y la cuantía no debe exceder de 0.025
- La resistencia a momento positivo en la cara del nudo no debe ser menor que la mitad de la resistencia a momento negativo proporcionada en esa misma cara.
- La resistencia a momento positivo o negativo en cualquier sección a lo largo del elemento, no debe ser menor que un cuarto de la resistencia máxima a momento proporcionada en las caras de los nudos

2.3. DEFINICIÓN DE TÉRMINOS BÁSICOS

- **Carga de servicio:** Es la carga sin amplificar especificada en la norma E.020 del Reglamento Nacional de Edificaciones (NTE E.060, 2009)
- **Carga amplificada o factorizada:** Es la carga multiplicada por los factores de carga apropiados, que se usan para el diseño de elemento utilizando el método de resistencia (Norma NTE E.060, 2009)
- **Concreto:** Mezcla de cemento portland o cualquier otro cemento hidráulico, agregado fino, agregado grueso y agua, con o sin aditivo (NTE E.060, 2009)
- **Concreto armado:** Es una combinación entre concreto y acero, en la que el refuerzo de acero proporciona la resistencia a la tensión de la que carece el concreto (McCormac & Brown, 2018)
- **Resistencia de diseño:** Resistencia nominal multiplicado por el factor de reducción de resistencia (NTE E.060, 2009)
- **Resistencia nominal:** Resistencia de un elemento o una sección transversal calculada con las disposiciones e hipótesis del método de diseño por resistencia, antes de aplicar el factor de reducción (NTE E.060, 2009)
- **Viga:** Elemento estructural que trabaja fundamentalmente a flexión y corte (NTE E.060, 2009)
- **Peralte efectivo:** Distancia medida desde la última fibra en compresión hasta el centroide del refuerzo longitudinal sometido a tracción. (NTE E.060, 2009)
- **Refuerzo corrugado:** Son barras de acero corrugado, mallas, alambre o refuerzo electrosoldado que cumplan con las especificaciones del capítulo 3 de la norma E.060. (NTE E.060, 2009)
- **Pórtico resistente a momentos:** Pórtico en el cual sus elementos y nudos con los encargados de resistir las cargas a través de la flexión, cortante y fuerza axial. (NTE E.060, 2009)
- **Momento flector:** El momento flector es una medida del momento o torque interno que se genera en una sección de una viga cuando está sometida a una carga transversal. Es la tendencia de una fuerza aplicada a hacer que la sección de la viga se doble o flexione alrededor de un eje. El momento flector varía a lo largo de la longitud de la viga dependiendo de cómo se aplican las cargas y cómo está soportada la viga. (McCormac & Brown, 2018)

- **Esfuerzo Cortante:** El esfuerzo cortante es una medida de la fuerza interna que actúa de manera paralela o tangencial a la sección transversal de una viga. Se genera cuando las cargas transversales intentan hacer que una parte de la viga se deslice sobre otra. Los esfuerzos cortantes tienden a causar deformaciones en forma de corte en la sección de la viga. (McCormac & Brown, 2018)
- **Torsión:** La torsión se refiere a la deformación o giro que sufre una viga cuando se le aplica un momento de torsión o par alrededor de su eje longitudinal. Este momento torsor genera esfuerzos internos que tienden a torcer la sección transversal de la viga. En otras palabras, la torsión es la resistencia de una viga a girar o torcerse bajo la acción de fuerzas aplicadas. (McCormac & Brown, 2018)
- **Resistencia requerida:** Resistencia que debe tener un elemento o una sección ante las cargas amplificadas y o momentos y fuerzas internas. (NTE E.060, 2009)
- **Precio unitario:** indica la cantidad de obra a ejecutar y un precio por unidad de medida (Ramos, 2018)
- **Análisis de Precios Unitarios:** Constituye un método de estimación de los precios unitarios, lo descompone en sus componentes de materiales, equipos, mano de obra y expresa la incidencia de estos componentes en la producción de una unidad de medida de una partida (Ramos, 2018)
- **Optimización de Costos:** uso responsable de los recursos disponibles para garantizar un desarrollo de la sociedad desde el punto de vista económico, social y medioambiental (Casado, 2022)

CAPÍTULO III: MATERIALES Y MÉTODOS

3.1 UBICACIÓN GEOGRÁFICA

La Investigación se realizó en:

- País: Perú
- Departamento: Cajamarca
- Provincia: Cajamarca
- Distrito: Cajamarca

3.2 ÉPOCA DE LA INVESTIGACIÓN

La Investigación se desarrolló desde el mes de diciembre del 2022 hasta el mes de agosto del 2024

3.3 METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

3.3.1 Tipo, nivel, diseño y método de la investigación

3.3.1.1 Tipo de investigación

De acuerdo al fin que persigue, el presente trabajo es una investigación Aplicada, porque se utiliza el conocimiento de anteriores investigadores para dar solución a la necesidad de estructuras óptimas (menor costo) utilizando técnicas de optimización.

3.3.1.2 Nivel de investigación

Según el alcance de la investigación es Descriptiva, porque se describe el procedimiento para la optimización en el costo de las vigas de concreto armado.

3.3.1.3 Diseño de investigación

Esta investigación es cuantitativa, ya que maneja datos de entrada y de salida para elaborar un modelo matemático acordes a dichos datos.

3.3.1.4 Método de investigación

Se trata de una investigación no experimental puesto que sólo nos basamos en la observación de la variables y subvariables para llegar a las conclusiones

3.3.2 Población de estudio

La población está constituida por todas las vigas de concreto armado

3.3.3 Muestra

La muestra está constituida por las vigas del edificio ficticio de 3 niveles

3.3.4 Unidad de estudio

La unidad de estudio es cada elemento que conforma la sección de la viga de concreto armado

3.3.5 Unidad de observación

La unidad de observación es todo lo que se puede observar como los momentos, esfuerzo cortante, torsión, deformaciones.

3.3.6 Técnicas e instrumentos de recolección de información

3.3.5.1 Técnicas

Se empleó las siguientes técnicas:

- Análisis Documental:

Se trabajó en base al análisis de información de fuentes documentales (tesis, libros, artículos, etc) tomada de otros investigadores para desarrollar el código en Matlab propuesto en esta tesis para la optimización del costo de vigas de concreto armado.

- Modelamiento:

Se ha modelado 1 edificio ficticio de 3 niveles en el software Etabs V.21.0.1 para poder realizar el análisis estructural y extraer los momentos flectores, cortante y torsión

- Análisis comparativo:

Se hizo la comparación de las secciones de vigas de concreto armado sin optimizar con las secciones de las vigas optimizadas con el lenguaje de programación Matlab

3.3.5.2 Instrumentos

Se utilizaron los siguientes instrumentos:

- Software Adobe PDF: Para facilitar la lectura de fuentes documentales (tesis, libros, artículos, etc)
- Software Etabs V.21.0.1: para realizar del análisis estructural y extraer los datos para el diseño de las vigas de concreto armado
- Software Matlab V.2020a: para la formulación del código optimización

3.4 PROCEDIMIENTO

3.4.1. Procedimiento de la Investigación

El procedimiento que se siguió para realizar esta investigación es el que se resume en el siguiente diagrama de flujo:

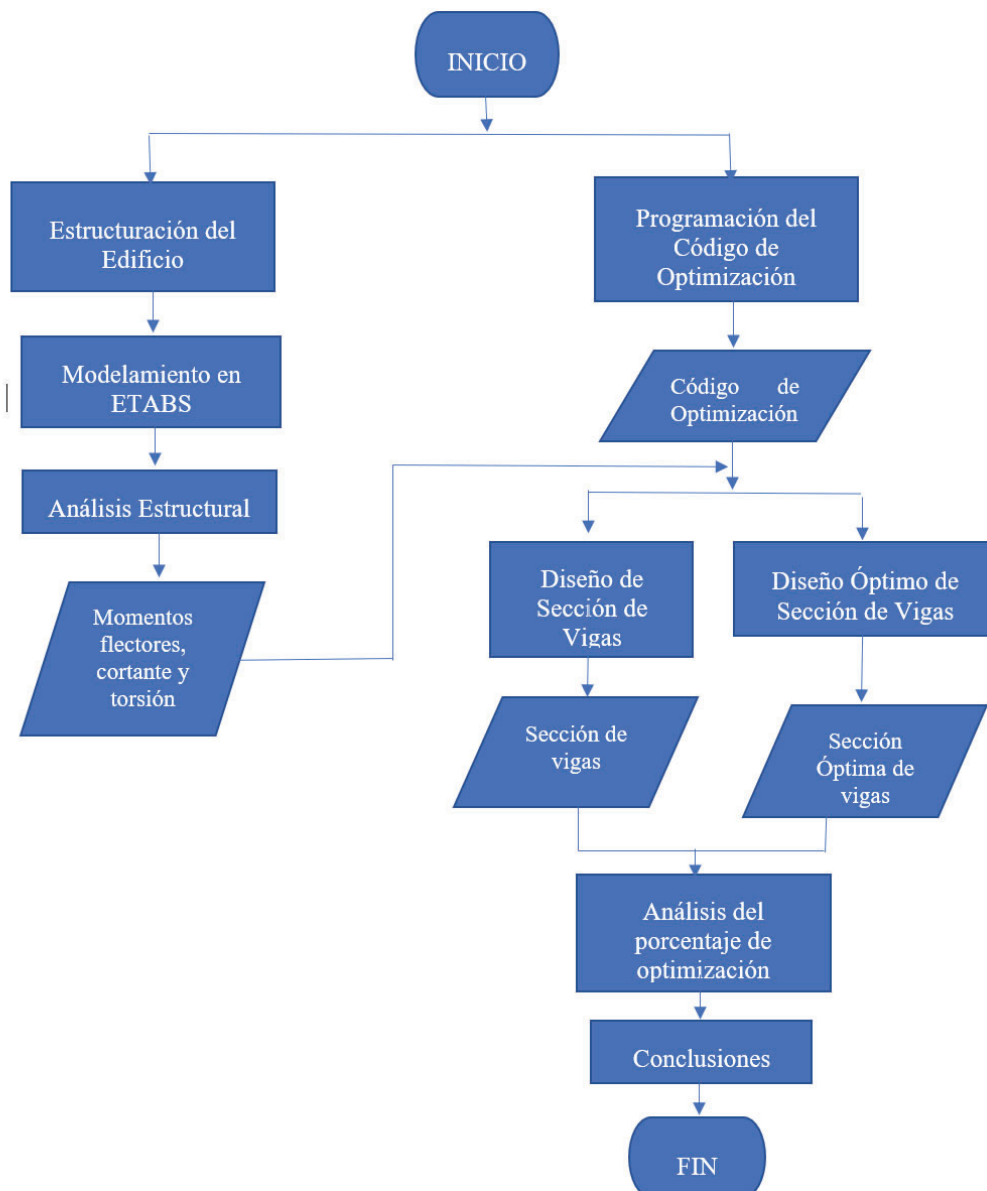


Figura 3.1. Diagrama de flujo para el trabajo de investigación

3.4.1.1 Estructuración del edificio

- Descripción del edificio

Tabla 3.1. Características del edificio ficticio

ÍTEM	DESCRIPCIÓN
Ubicación	Cajamarca – Cajamarca – Cajamarca
Área total	142.80 m ²
Número de pisos	2 pisos
Altura de entre piso	2.8 m

- Materiales y elementos estructurales

Tabla 3.2. Propiedades de los materiales

TIPO	DESCRIPCIÓN	VALOR
MATERIAL	Resistencia del Concreto ($f'c$)	210 kg/cm ²
	Módulo de Elasticidad (E)	217370.65 kg/cm ²
	Esfuerzo de fluencia del acero (f_y)	4200 kg/cm ²
	Peso unitario del concreto (γ)	2400 kg/cm ³
	Módulo de Poisson (σ)	0.15

Tabla 3.3. Elementos estructurales

ELEMENTO ESTRUCTURAL	EJES	DIMENSIONES (cm)
VIGAS	1-1 y 3-3	(30x50)
	2-2	(25x50)
	A-A, B-B, C-C, D-D	(25x35)
COLUMNAS	A-A, B-B, C-C, D-D	(30x50)
	Esquineras	(60x30x60)
LOSA ALIGERADA	espesor	20 ccm

Material Property Data

General Data

Material Name:

Material Type: Concrete

Directional Symmetry Type: Isotropic

Material Display Color: Change...

Material Notes:

Material Weight and Mass

Specify Weight Density Specify Mass Density

Weight per Unit Volume: kgf/m³

Mass per Unit Volume: kg/m³

Mechanical Property Data

Modulus of Elasticity, E: kgf/mm²

Poisson's Ratio, U:

Coefficient of Thermal Expansion, A: 1/C

Shear Modulus, G: kgf/mm²

Design Property Data

Advanced Material Property Data

Modulus of Rupture for Cracked Deflections

Program Default (Based on Concrete Slab Design Code)

User Specified

Figura 3.3 Definición del concreto

Material Property Data

General Data

Material Name:

Material Type: Rebar

Directional Symmetry Type: Uniaxial

Material Display Color: Change...

Material Notes:

Material Weight and Mass

Specify Weight Density Specify Mass Density

Weight per Unit Volume: kgf/m³

Mass per Unit Volume: kg/m³

Mechanical Property Data

Modulus of Elasticity, E: kgf/mm²

Coefficient of Thermal Expansion, A: 1/C

Design Property Data

Advanced Material Property Data

Figura 3.4 Definición del acero

- Elementos estructurales

Antes de definir las secciones de los elementos estructurales, se modificaron las dimensiones de las barras de acero que vienen por defecto. Para lo cual, se abrió la ventana “Define > Section Properties > Reinforcing Bar Sizes”. Luego, dando clic en Add Common Bar Set... y en la ventana Select Common Rebar Set, usando la U.S. Customary dando clic en “OK”. Con lo cual, se modificó la nomenclatura y dimensiones de las barras

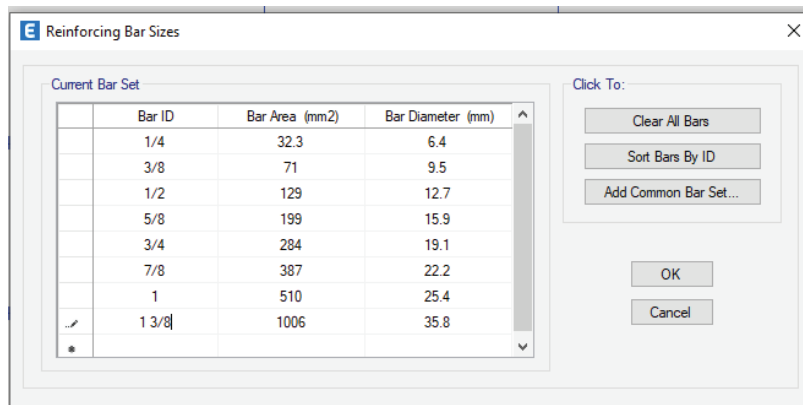


Figura 3.5 Áreas de barras de acero

Para definir las vigas y columnas estructurales se siguió la ruta “Define/Section Properties > Frame Sections...”. Después, haciendo clic en Add New Property se seleccionó una sección rectangular de concreto. En datos generales colocamos el nombre a las columnas, en las dimensiones de las secciones escribimos en Depth 60 cm y en Width 30 cm.

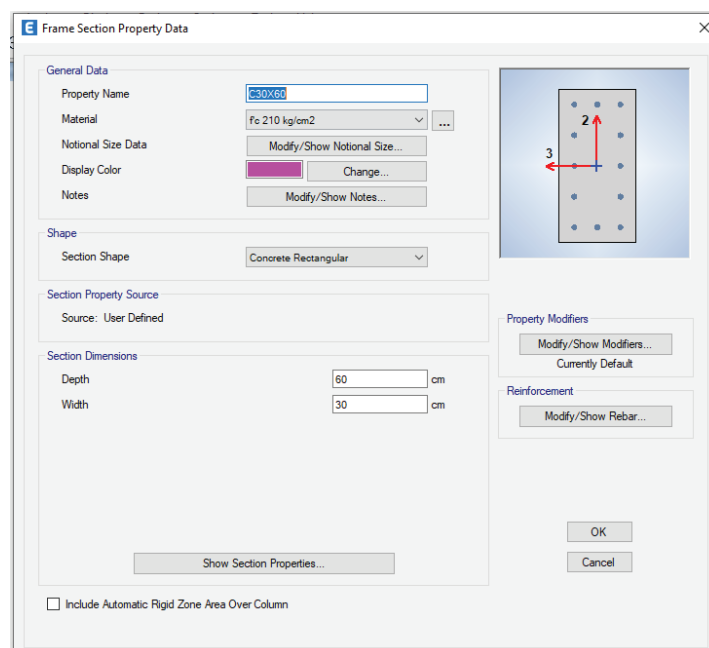


Figura 3.6 Definición de la sección de columnas

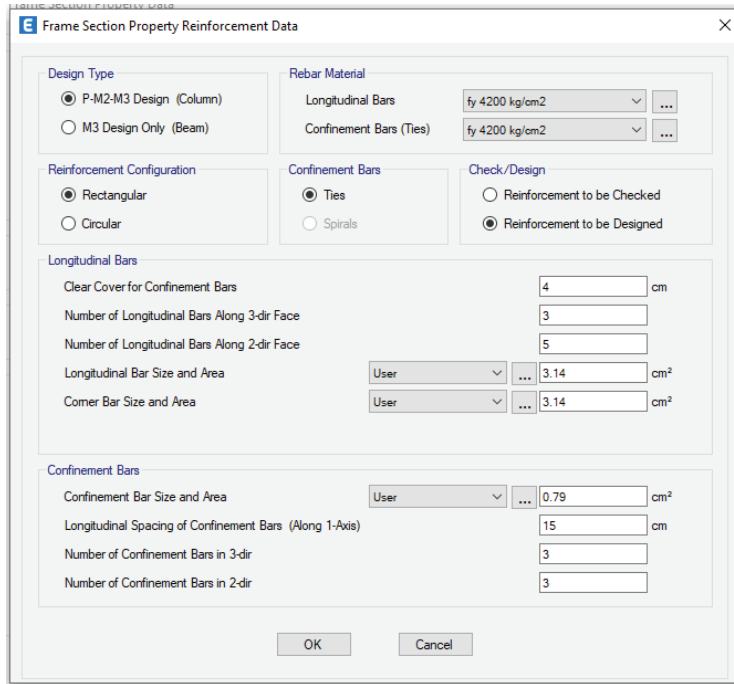


Figura 3.7 Definición del tipo de diseño del elemento

Para las vigas se realizó el mismo procedimiento utilizado en la definición de las columnas, en datos generales se colocó el nombre V255x25, V50x30 y V30x60 y en las dimensiones de las secciones se escribió en Depth 60 cm y en Width 35 cm; por último, en “Modify / Show Rebar...”. Para el tipo de diseño se marcó la casilla que dice “M3 Design Only (Beam)”.

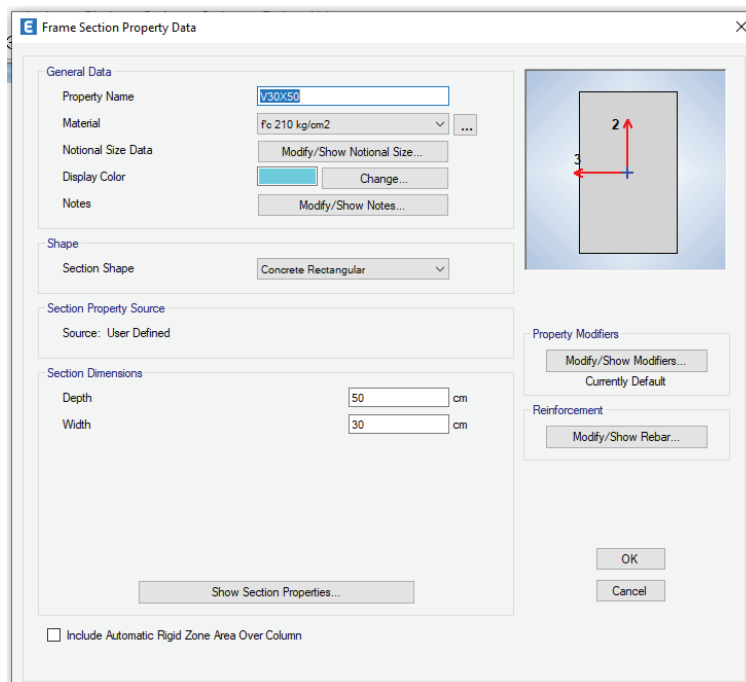


Figura 3.8 Definición de la sección de vigas

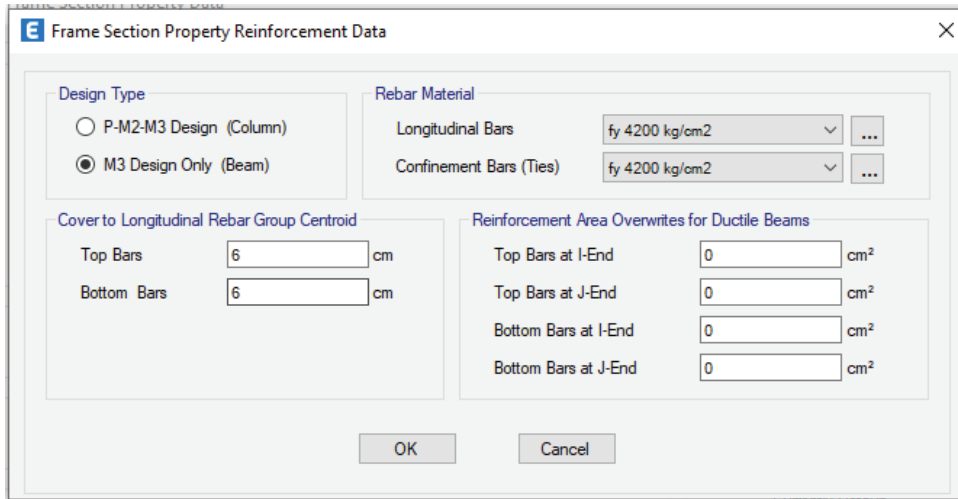


Figura 3.9 Definición del tipo de diseño del elemento

Para las losas aligeradas en dos direcciones se siguió la siguiente ruta “Define/Section Properties> Slab Sections...> Modify/ Show Property...”. En datos generales se colocó el nombre de “aligerado e=20 cm”; después, en el tipo de modelo seleccionado fue “Shell-Thin” y finalmente en propiedades de diseño se escogió el tipo “Ribbed”.

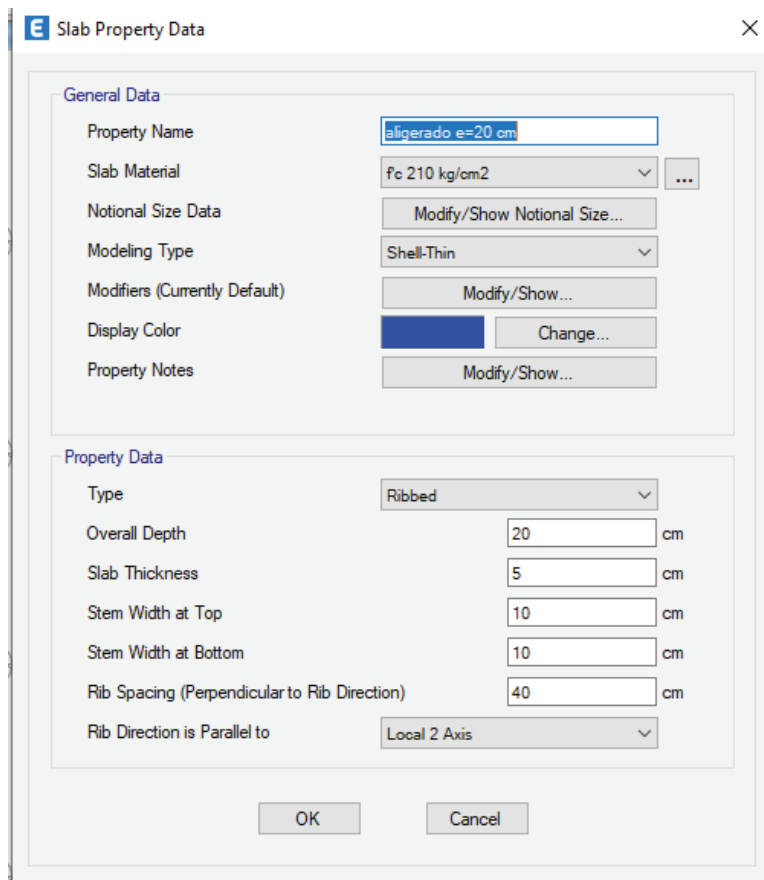


Figura 3.10 Definición de la losa aligerada

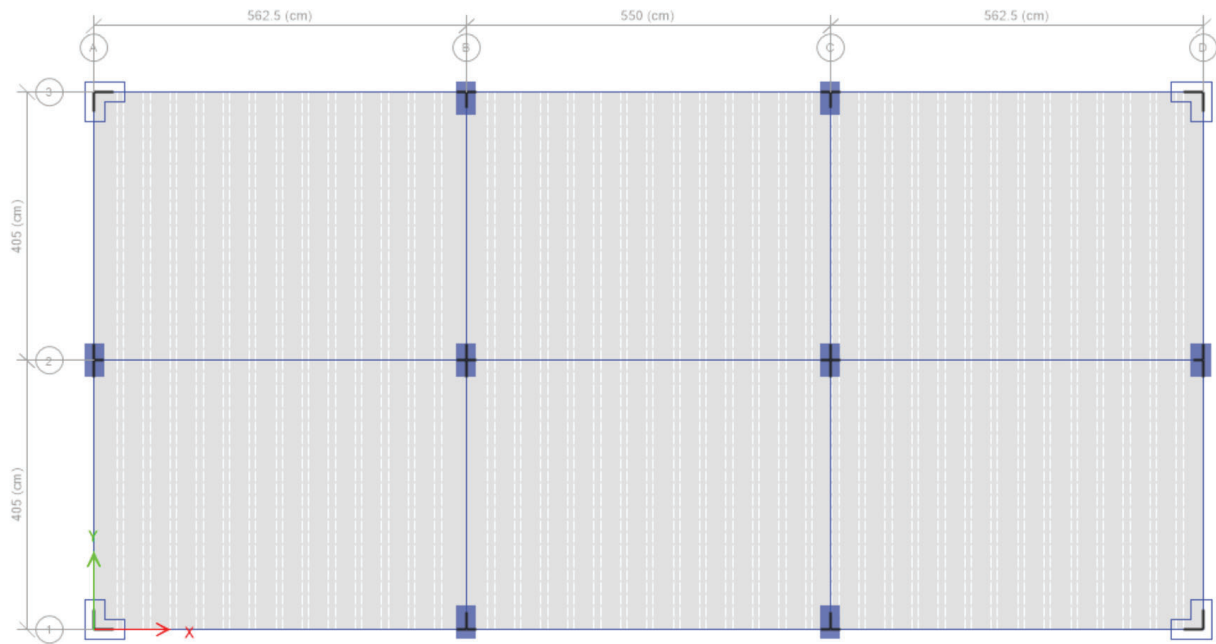


Figura 3.11 Visualización de la losa aligerada

- Restricciones en la base

Las restricciones en la base se van a considerar empotrados, para ello seguimos la siguiente ruta: “Assign > Joint > Restraints...” y seleccionamos todas las restricciones

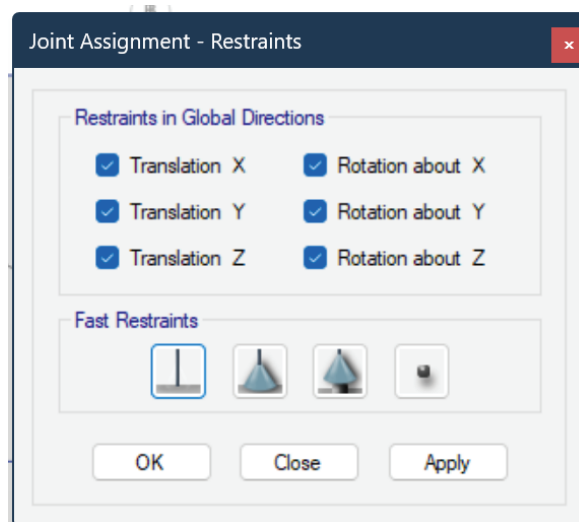


Figura 3.12 Selección de restricciones en la base

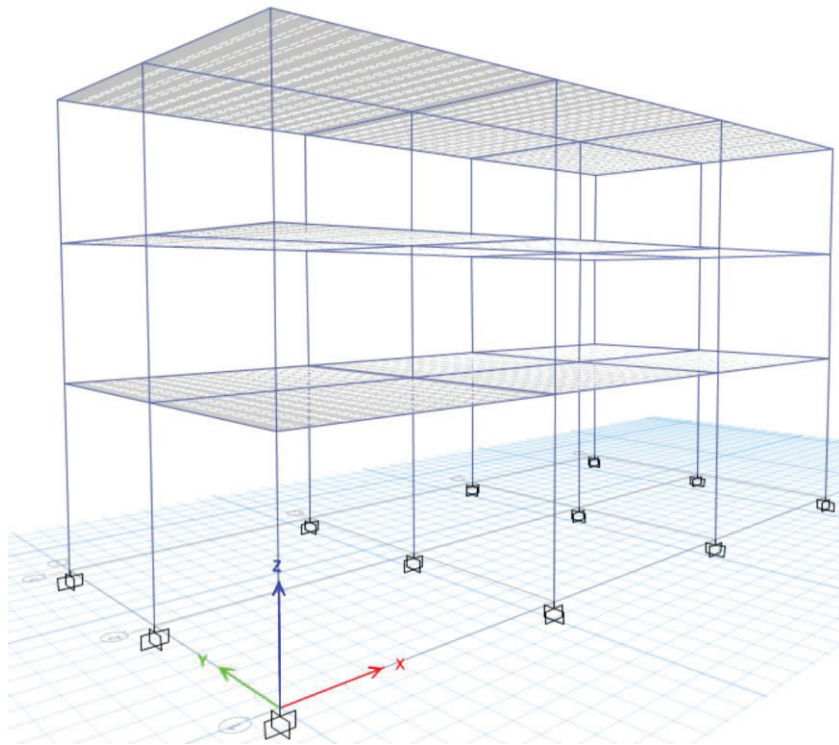


Figura 3.13 Visualización de restricciones en la base

- Diafragma rígido

Para definir los diafragmas se siguió la ruta “Assign > Shell > Diaphragms...”. Luego seleccionamos todas las losas de nivel por nivel y asignamos el diafragma D1, esto lo hacemos por cada nivel

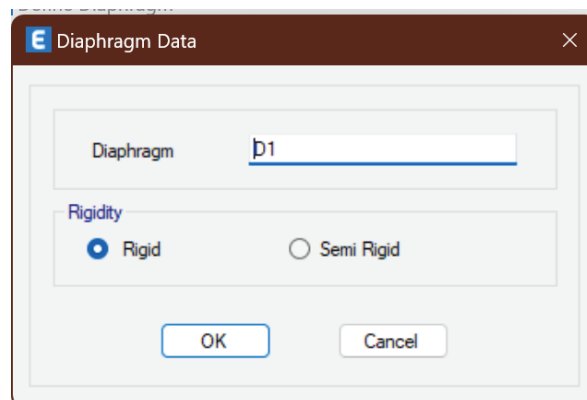


Figura 3.14 Creación de diafragma rígido

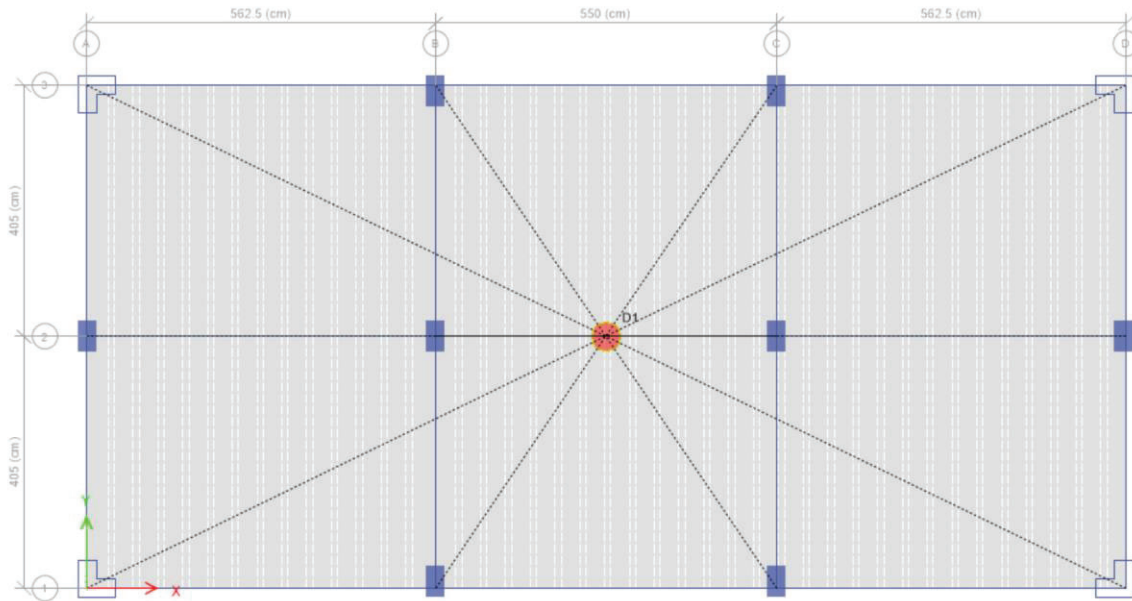


Figura 3.15 Visualización de diafragma

- Brazos rígidos

Los brazos rígidos los asignamos en todos los elementos frame siguiendo la ruta: “Assign > Frame > End Length Offsets ...”, Luego seleccionamos todos los elementos frame seleccionamos la opción Automatic from Connectivity, utilizamos un factor de 0.5 y aplicamos a todos los elementos frame seleccionados

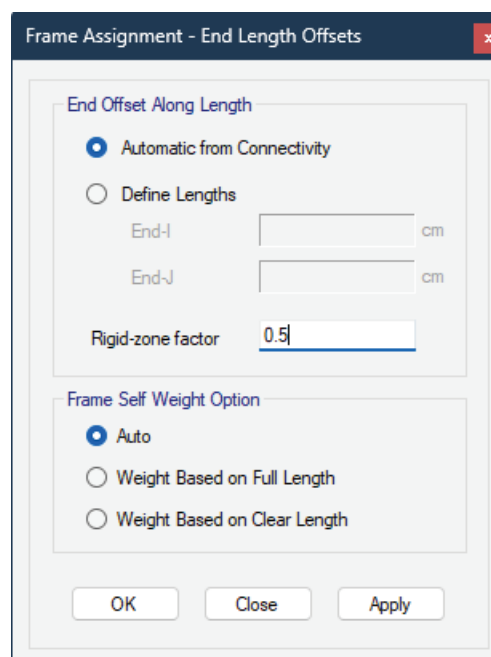


Figura 3.16 Asignación de brazos rígidos

- Discretización de elementos Shell

La discretización de elementos Shell lo haremos con la siguiente ruta: Assing > Shell >Floor Auto Mesh Options ...”, luego seleccionamos las opciones mostradas en la siguiente imagen

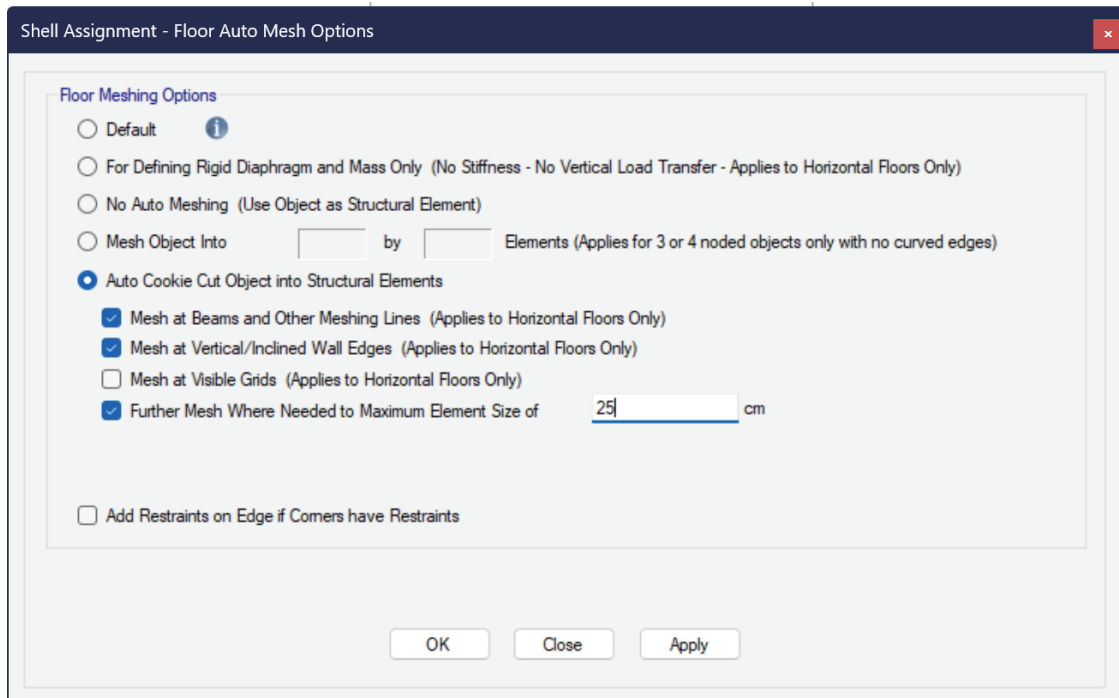


Figura 3.17 Asignación del tamaño de discretización de elementos Shell

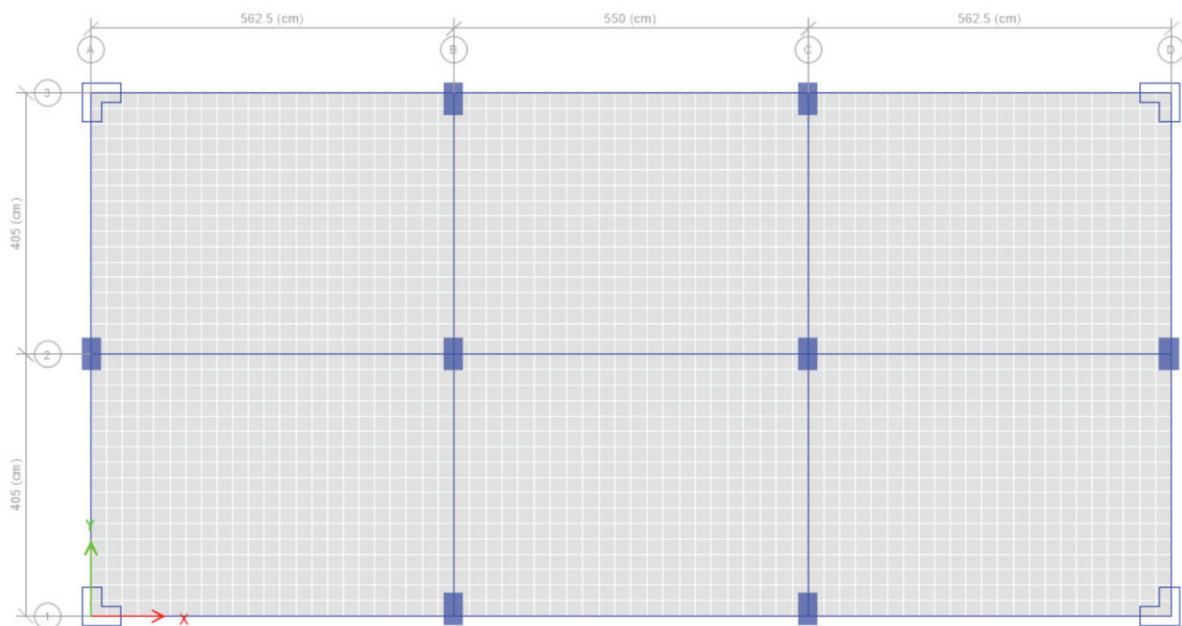


Figura 3.18 Discretización de elementos Shell

- Masa Sísmica

La masa sísmica la define la norma E.030, indicándonos que para edificaciones comunes la masa se define como el 100% de la carga muerta y el 25% de la carga viva. En el software Etabs vamos a definir la masa con la siguiente ruta: “Define > Mass Source ... > Add New Mass Source”

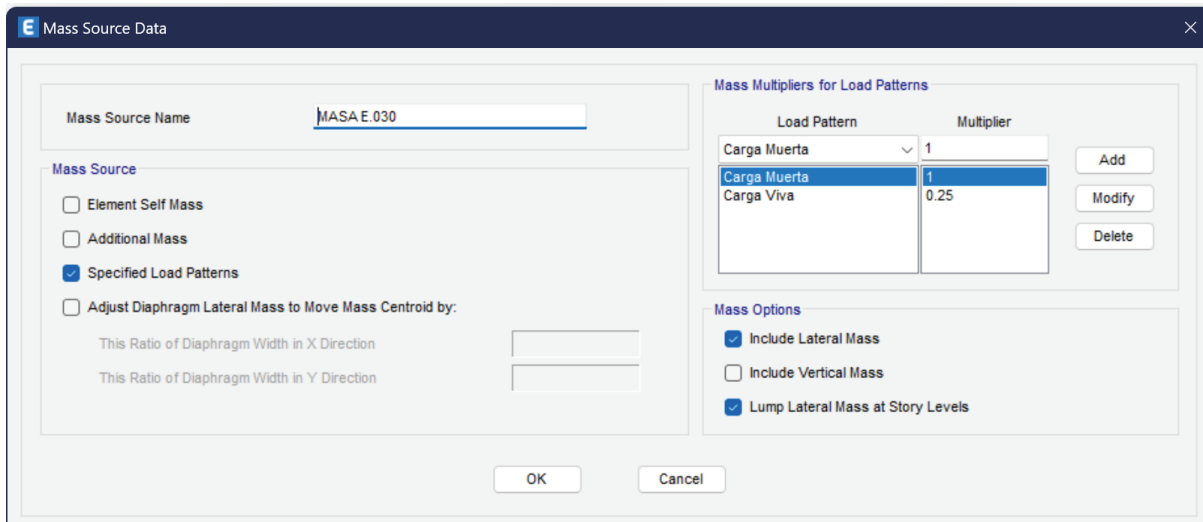


Figura 3.19 Definición de la masa sísmica

- Cargas

a) Tipos de carga

- ✓ **Peso propio:** Representa el peso de los elementos estructurales que forman parte de la estructura tales como: las vigas, columnas y losas
- ✓ **Tabiquería:** Representa los muros de albañilería presentes en la edificación, para este caso se consideró 150 kgf/m²
- ✓ **Acabados:** Se aplica a las losas únicamente y se ha considerado 100 kgf/m²
- ✓ **Carga Viva:** Representa al peso de los ocupantes, materiales, muebles, equipos y otros elementos móviles soportados por el edificio. En este caso se consideró 200 kgf/m² según la norma E.020
- ✓ **Carga de Techo:** Se consideró un valor de 100 kgf/m² según la norma E.020
- ✓ **Carga Sísmica:** Representa la carga sísmica según la norma NTE E.030, en este caso se usó el análisis estático y el análisis dinámico

a.1) Análisis estático

Para este análisis usaremos lo que indica la norma E.030 – Sismorresistente para calcular el “ZUSC/R” y el exponente “K”, teniendo en cuenta las disposiciones sísmicas que se muestran a continuación:

Tabla 3.4. Disposiciones sísmicas

Ubicación	Cajamarca
Zona Sísmica	Zona 3
Factor de Zona (Z)	0.35
Categoría de la edificación	Común (C)
Factor de Uso (U)	1.00
Sistema Estructural	Aporticado
Tipo de Suelo	S3
Factor de Suelo (S)	1.20
Periodos	$T_p=1s$ $T_L=1.6s$
Altura de la edificación (hn)	8.4 m
Coefficiente (C_T)	35
Periodo fundamental (T)	0.24s
Coefficiente de amplificación (C)	2.5
Coefficiente de Reducción Sísmica	$R_0=8$
ZUCS/R	0.131
K	1.000

El Análisis Estático que sea ha realizado es el mismo para ambas direcciones y los valores se van a ingresar a Etabs con la siguiente ruta: “Define > Load Patterns”, creamos una carga sísmica (Sex) y seleccionamos “User Coefficient”, luego click en “Modify Lateral Load”

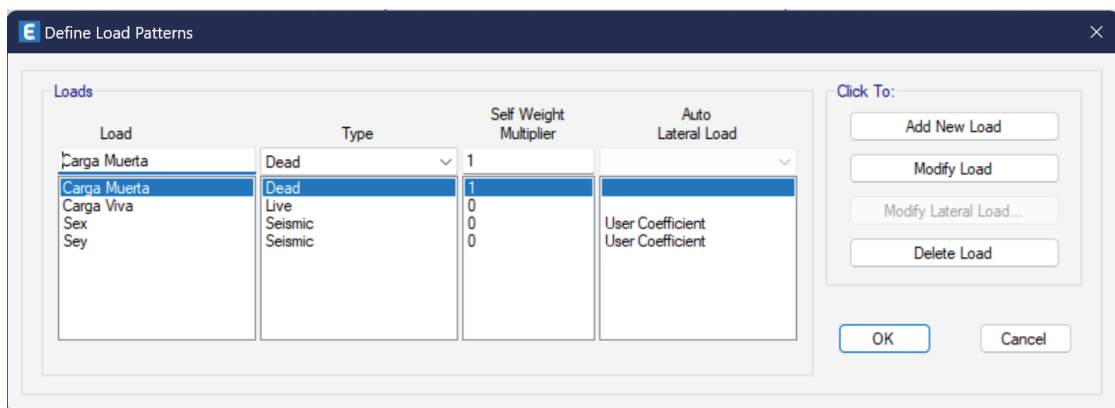


Figura 3.20 Creación del patrón de carga

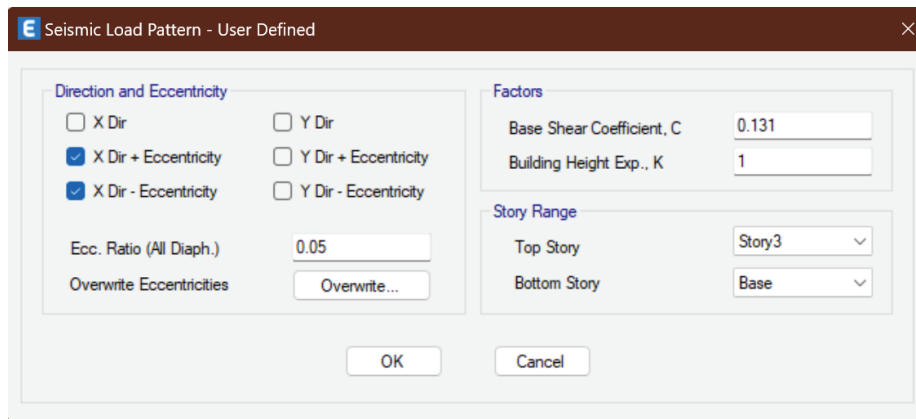


Figura 3.21 Asignación Sismo Estático en la dirección X-X

a.2) Análisis Dinámico Modal Espectral

Para este análisis se va a crear el espectro de diseño de la norma E.030 en el programa Etabs siguiendo la ruta: “Define > Functions > Response Spectrum ...”. Aquí seleccionamos el espectro de la norma E.030 - 2014 y hacemos clic en “Add New Fuction”

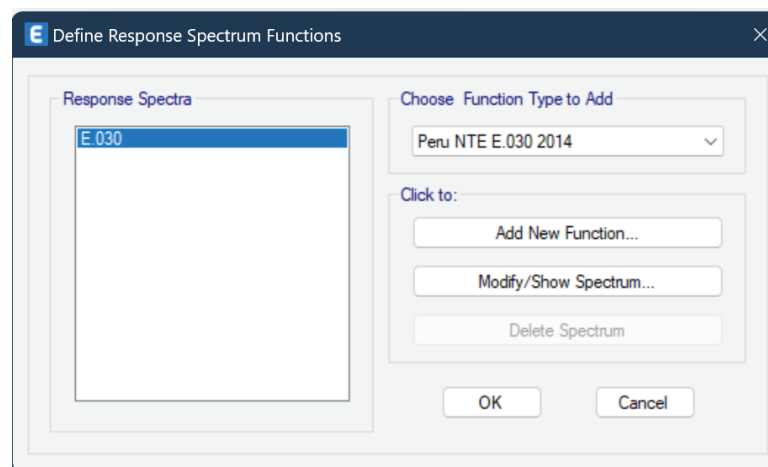


Figura 3.22 Selección del espectro de la norma E.030

A continuación, se escogen los parámetros sísmicos

Tabla 3.5. Parámetros sísmicos

Zona Sísmica	Zona 3
Categoría de la edificación	Común (C)
Tipo de Suelo	S3
Coefficiente de Reducción Sísmica	$R_0=8$

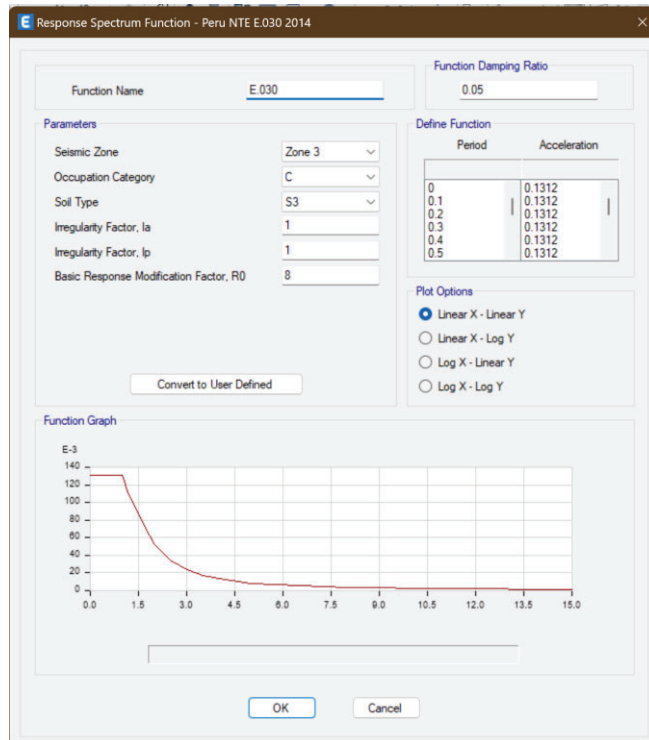


Figura 3.23 Creación del espectro de diseño

Después se crea el patrón de carga con la siguiente ruta: “Define > Load Cases>Add New Case”. Aquí se ingresa el espectro creado anteriormente, el factor de escala es la aceleración de la gravedad y se añade una excentricidad accidental del 5% según la norma E.030. El mismo procedimiento es el mismo para ambas direcciones

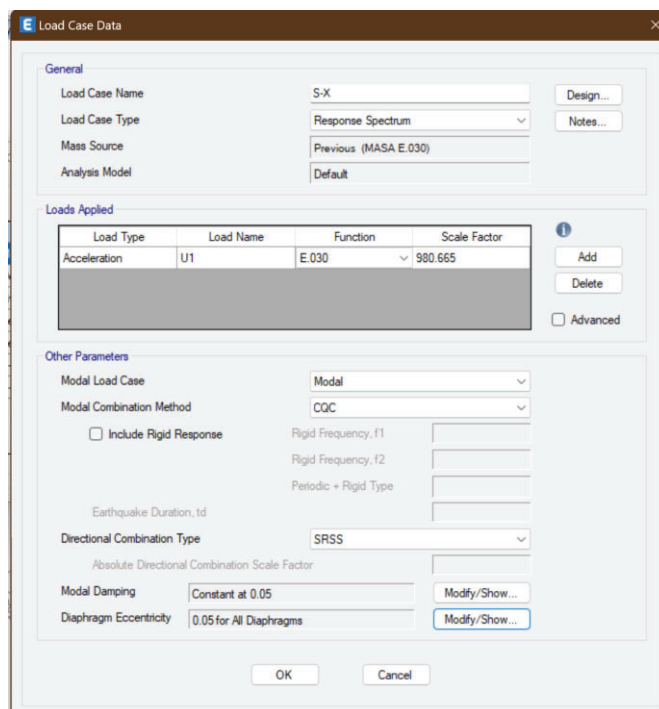


Figura 3.24 Creación de la carga sísmica dinámica

Después de correr el programa extraemos las fuerzas cortantes de los análisis estáticos y dinámicos

Output Case	Case Type	Step Type	Step Number	FX kgf	FY kgf	FZ kgf	MX kgf-cm	MY kgf-cm	MZ kgf-cm
Sex	LinStatic			-41076.8	0	0	-0.0001026	-28483247.61	18299715.12
Sey	LinStatic			0	-41076.8	0	28483247.61	9.007E-05	-37842003.49
S-X	LinRespSpec	Max		37891.76	0.001422	0	0.98	25731788.48	16880777.46
S-Y	LinRespSpec	Max		0.001422	37015.58	0	25439086.36	0.96	34100607.49

Figura 3.25 Reacciones en la base debido a cargas sísmicas

La norma E.030 nos indica que en ambas direcciones la fuerza cortante en el primer nivel no debe ser menor que el 80% de la fuerza cortante estática para estructuras regulares

Tabla 3.6. Verificación de la cortante mínima

	Sismo Estático (kgf)	Sismo Dinámico (kgf)	%
Dirección X-X	41076.8	37891.76	92.25%
Dirección Y-Y	41076.8	37015.58	90.11%

Verificamos que la carga sísmica dinámica en la dirección “X” representa el 92.25% y en la dirección “Y” representa el 90.11%, cumpliendo con lo que estipula la norma E.030 no es necesario amplificar las cargas sísmicas

b) Casos de carga

Las fuerzas que actúan en el edificio se definen mediante patrones de carga, para acceder a esta ventana se siguió la siguiente ruta “Define > Load Patterns”. Luego, colocamos los nombres de las cargas y los tipos; los cuales fueron: carga muerta (CM), carga viva (CV), sismo estático en la dirección “x” e “y”

Para definir la carga sísmica dinámica se debe seguir la siguiente ruta: “Define > Load Cases>Add New Case” en la cual se ingresa con el espectro de diseño anteriormente definido

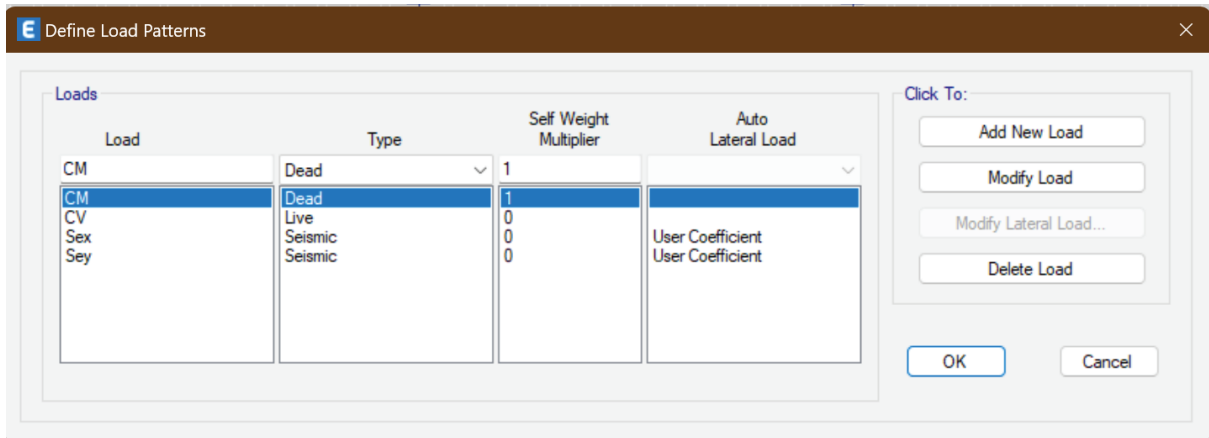


Figura 3.26 Definición de Patrones de Carga

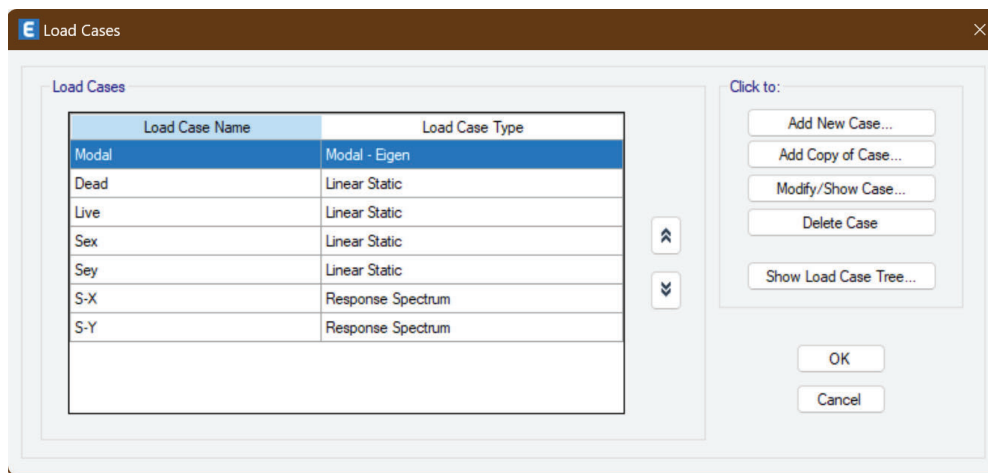


Figura 3.27 Definición de Casos de Carga

- **Modelo del edificio en Etabs**

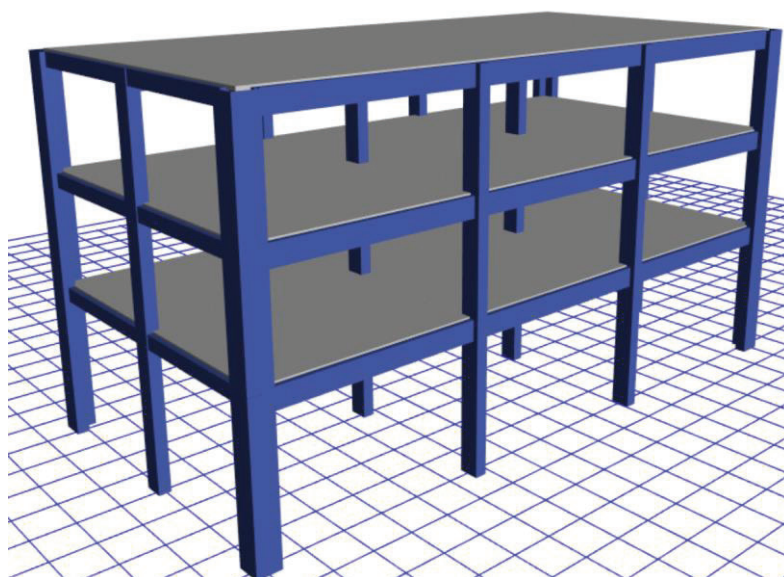


Figura 3.28 Edificio modelado

3.4.1.3 Análisis estructural

- Combinaciones de carga

En la sección 9.2 de la Norma E.060 del Reglamento Nacional de Edificaciones nos indica las combinaciones de carga usadas para el diseño de elementos estructurales.

$$U1 = 1.4CM + 1.7CV \quad (Ec. 3.01)$$

$$U2 = 1.25(CM + CV) \pm CS \quad (Ec. 3.02)$$

$$U3 = 0.9CM \pm 1.25CS \quad (Ec. 3.03)$$

Donde:

- CM: Carga Muerta
- CV: Carga Viva
- CS: Carga de Sismo

Para agregar las combinaciones de carga seguimos la siguiente ruta: “Define > Load Combinations > Add New Combination...”

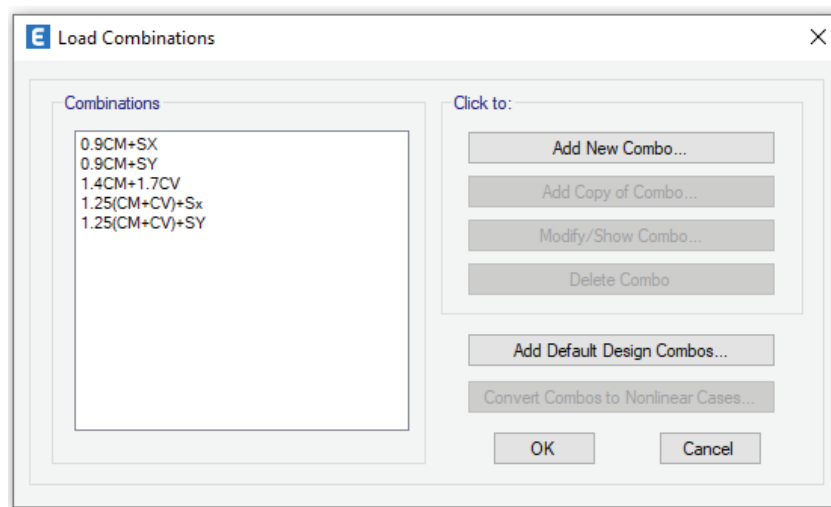


Figura 3.29 Combinaciones de Cargas

- Exportación de los datos de Etabs a Excel

Primero ingresaremos a elegir las tablas que vamos a exportar desde el Etabs, para esto se seguimos la ruta: “Display > Show Tables ...”. Luego seleccionamos las tablas que queremos exportar, en este caso son todas las fuerzas que se aplican a las vigas. Para esto seguimos la ruta: “ANALYSIS RESULTS > Element Output > Frame Output > Table: Element Forces – Beams”.

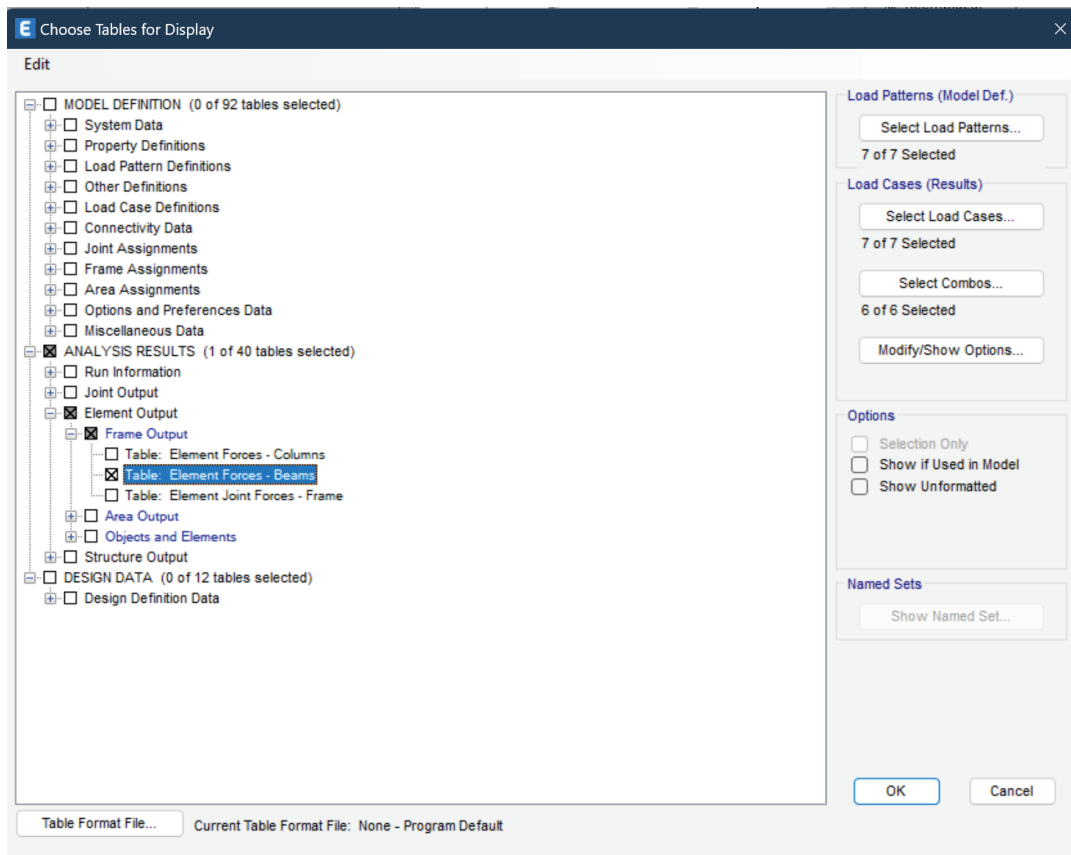


Figura 3.30 Selección de tablas a exportar a Excel

Después de esto solo queda filtrar los datos de acuerdo a las combinaciones de cargas, vigas y niveles. Vamos a exportar una tabla de datos por viga a optimizar, para esto seguimos la ruta: “File > Export Current Table > To Excel”. Con los datos exportados en Excel procedemos a ordenarlos y empezar con la optimización

Story	Beam	Unique Name	Output Case	Case Type	Step Type	Step Number	Station cm	P kgf	V2 kgf
Story1	B1	1	1.4CM+1.7CV	Combination			30	0	-1001.02
Story1	B1	1	1.4CM+1.7CV	Combination			47.5	0	-949.57
Story1	B1	1	1.4CM+1.7CV	Combination			47.5	0	-899.4
Story1	B1	1	1.4CM+1.7CV	Combination			71.25	0	-829.57
Story1	B1	1	1.4CM+1.7CV	Combination			71.25	0	-761.65
Story1	B1	1	1.4CM+1.7CV	Combination			95	0	-691.82
Story1	B1	1	1.4CM+1.7CV	Combination			95	0	-609.01
Story1	B1	1	1.4CM+1.7CV	Combination			118.75	0	-539.18
Story1	B1	1	1.4CM+1.7CV	Combination			118.75	0	-444.16
Story1	B1	1	1.4CM+1.7CV	Combination			142.5	0	-374.33
Story1	B1	1	1.4CM+1.7CV	Combination			142.5	0	-270.06
Story1	B1	1	1.4CM+1.7CV	Combination			166.25	0	-200.24
Story1	B1	1	1.4CM+1.7CV	Combination			166.25	0	-89.83
Story1	B1	1	1.4CM+1.7CV	Combination			190	0	-20
Story1	B1	1	1.4CM+1.7CV	Combination			190	0	93.45

Figura 3.31 Tabla a exportar a Excel

3.4.2. Procedimiento de Optimización

La siguiente investigación se realiza con el objetivo de optimizar el costo de las vigas de concreto armado de un edificio ficticio de 3 niveles, para ello se va a proceder a dividir las vigas en tres tramos iguales y con los datos del análisis estructural extraídos del programa Etabs se va a diseñar una sección por cada tramo tomando la combinación de cargas más desfavorable y según la Norma E.060

Luego se procederá a la optimización de tales secciones, en este punto el tamaño de las secciones no necesariamente puede ser iguales, ya que el código está diseñado para encontrar las dimensiones óptimas de la sección analizada. Por lo tanto, vamos a usar nuestro criterio para elegir la sección que cumpla con todos los requisitos y además asegurar que el costo sea el óptimo

Este criterio de basa en lo siguiente, de las secciones que nos arroje el programa se tomará el que posea mayores dimensiones tanto en la base como en peralte dado que estas estarían cumpliendo con la verificación por cortante y torsión en los 3 tramos de la viga. Además, las longitudes de esta sección deben ser múltiplos de 5 para asegurar el proceso constructivo

Con la sección óptima ya elegida se procederá a recalcular las áreas de acero, tanto por flexión como por torsión en cada tramo. Finalmente, se hará una comparación en el costo mediante porcentajes

3.4.2.1 Diseño de la Sección de una Viga

- Ingreso datos iniciales

Se ingresan los valores iniciales de los materiales, sección de la viga, momento flector, momento torsor y cortante proveniente del análisis estructural realizado por el programa Etabs. Para este caso se tomaron los siguientes datos

- Resistencia a la compresión del concreto ($f'c$)
- Resistencia a la tracción del acero (f_y)
- Peralte (h)
- Base (b)
- Momento último negativo ($M_{u_{neg}}$)

- Momento último positivo (Mu_{pos})
- Momento Torsor último (Tu)
- Cortante última (Vu)
- Luz libre (L)

- Verificación del momento positivo en la cara del nudo

La norma E.060 (2009) nos indica que para sistemas estructurales como Pórticos o Dual tipo II, en la cara del nudo la resistencia a momento positivo no debe ser menor que la mitad de la resistencia a momento negativo

$$Mu_{(+)} \geq \frac{Mu_{(-)}}{2} \quad (Ec. 3.04)$$

- Verificación del momento mínimo en la viga

La norma E.060 (2009) indica también que para sistemas estructurales como Pórticos o Dual tipo II, la resistencia a momento negativo o positivo en cualquier sección a lo largo del elemento no debe ser menor a la cuarta parte de la resistencia máxima a momento proporcionada en las caras de los nudos

$$Mu_{min} \geq \frac{Mu_{max}}{4} \quad (Ec. 3.05)$$

- Cálculo de factor β_1

Según la norma E.060 (2009) el factor β_1 toma el valor de 0.85 para un $f'c$ entre 17 y 28 Mpa. Para un $f'c$ mayor o igual a 56 Mpa, β_1 toma el valor 0.65. Para $f'c$ entre 28 y 56 Mpa se debe interpolar linealmente entre 0.85 y 0.65. Teniendo una expresión de la siguiente manera

$$\beta_1 = \begin{cases} 0.85, 17 \text{ Mpa} \leq f'c \leq 28 \text{ Mpa} \\ 0.65, f'c \geq 56 \text{ Mpa} \\ 0.85 - \frac{(f'c - 28)(0.85 - 0.65)}{56 - 28}, 26 \text{ Mpa} \leq f'c \leq 56 \text{ Mpa} \end{cases} \quad (Ec. 3.06)$$

- Cálculo del área de acero a flexión

El área de acero tanto positivo como negativo se calculará mediante la siguiente expresión

$$A_s = \frac{0.85f'_c \cdot b \cdot d}{f_y} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2Mu}{\phi 0.85f'_c \cdot b \cdot d^2}} \right) \quad (Ec. 3.07)$$

Donde

- A_s : área de acero a flexión
- f'_c : resistencia a la compresión del concreto
- b : base de la sección de la viga
- d : peralte efectivo de la sección de la viga
- f_y : resistencia a la fluencia del acero
- M_u ; momento último actuante
- $\phi = 0.90$ (flexión)

- Cálculo del área de acero a torsión

Para el cálculo de acero a torsión primero de debe verificar si el momento torsor último (T_u) es mayor la cuarta parte del momento torsor de agrietamiento, de no ser el caso la norma E.060 (2009) nos indica que se puede despreciar los efectos de dicha torsión

$$T_u \geq \phi 0.27 \lambda \sqrt{f'_c} \left(\frac{A_{cp}^2}{P_{cp}} \right) \quad (Ec. 3.08)$$

Donde:

- A_{cp} : área encerrada de la sección transversal del concreto
- P_{cp} : perímetro de la sección transversal de concreto
- f'_c : resistencia a la compresión del concreto

Si se cumple la expresión anterior entonces se procede a calcular el área de acero a torsión longitudinal con la siguiente expresión

$$A_l = T_u \cdot \frac{P_h}{\phi \cdot 2 \cdot A_o \cdot f_y \cdot \cot \theta} \quad (Ec. 3.09)$$

Donde:

- T_u : torsión última
- P_h : perímetro de la sección confinada
- A_o : área encerrada por la trayectoria del flujo de la cortante
- f_y : esfuerzo a la fluencia del acero

- θ : ángulo del refuerzo vertical con el horizontal
- A_l : área de del refuerzo longitudinal por torsión

“Ph” y “Ao” se calcularán con las expresiones:

$$Ph = 2[(h - 2r - \emptyset vh) + (b - 2r - \emptyset vh)] \quad (Ec. 3.10)$$

$$Ao = 0.85A_{oh} = 0.85(h - 2r - \emptyset vh)(b - 2r - \emptyset vh) \quad (Ec. 3.11)$$

Donde:

- h: peralte de la viga
- b: base de la viga
- r: recubrimiento de la viga
- $\emptyset vh$: diámetro del refuerzo vertical (estribos)

- Cálculo de la cuantía máxima y mínima

Morales (2006) nos indica que para zonas sísmicas se debe considerar como la cuantía máxima el 50% de la cuantía balanceada

$$\rho_{m\acute{a}x} = 0.5 \cdot \left(\frac{0.85 \cdot f'c \cdot \beta_1}{fy} \left(\frac{6000}{6000 + fy} \right) \right) \quad (Ec. 3.12)$$

La cuantía mínima ($\rho_{m\acute{i}n}$) se calcula de la siguiente manera:

$$\rho_{m\acute{i}n} = \frac{0.7\sqrt{f'c}}{fy}; \quad (Ec. 3.13)$$

- Verificación de cuantías

Para cumplir lo que dice la Norma E.060 (2009) en el capítulo 21, ítem 21.5.2.1, donde indica que para el refuerzo la cara superior e inferior no debe ser menor al acero mínimo establecido en el capítulo 10, se verificará la cuantía

$$\rho_{m\acute{i}n} \leq \rho \leq \rho_{m\acute{a}x} \quad (Ec. 3.14)$$

- Comprobación por cortante y torsión

La sección transversal debe cumplir con la relación que nos indica la Norma E.060 que es la siguiente:

$$\sqrt{\left(\frac{Vu}{bw d}\right)^2 + \left(\frac{Tu Ph}{1.7A_{oh}^2}\right)^2} \leq \phi \left(\frac{Vc}{bw d} + 2.1\sqrt{f'c}\right) \quad (Ec. 3.15)$$

Donde:

- Vu: cortante última
- bw: es la longitud del alma
- d: peralte efectivo
- Tu: torsión última
- A_{oh}: área encerrada por el eje del refuerzo transversal cerrado más externo
- P_h: perímetro del eje de refuerzo transversal cerrado
- Vc: resistencia a la cortante proporcionada por el concreto
- f'c: resistencia a la compresión del concreto

Si la sección transversal cumple con dicha relación entonces se sigue con el procedimiento de optimización, de no ser el caso se tendría que aumentar la sección de la viga

3.4.2.2 Optimización de la Sección de una Viga

Para optimizar una viga se va a trabajar con la sección de ésta, en la figura 3.31 se muestran los materiales que componen la sección

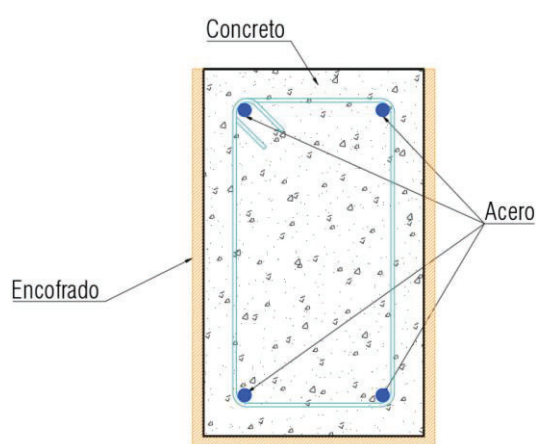


Figura 3.32 Sección de una viga de concreto armado

3.4.2.2.1. Función objetivo

La función objetivo que se busca optimizar será el costo de la sección de una viga, y este costo viene a ser la suma de: el costo del concreto, el costo del acero de refuerzo y el costo del encofrado.

$$C_T = C + S + E \quad (\text{Ec. 3.16})$$

Donde:

- C_T : costo total de la sección de la viga
- C : costo del concreto
- S : costo del acero
- E : costo del encofrado

El costo de cada uno de estos materiales está dado por el producto del precio unitario del material y el metrado correspondiente. La función objetivo sería de la siguiente manera:

$$C_T = C_c \cdot A_c + C_s \cdot A_s + C_e \cdot L_e \quad (\text{Ec. 3.17})$$

Donde:

- C_T : costo total de la sección de la viga
- C_c : precio unitario del concreto
- A_c : área de concreto en la sección de la viga
- C_s : precio unitario del acero
- A_s : área de acero en la sección de la viga
- C_e : precio unitario del encofrado
- L_e : longitud a encofrar en la sección de la viga

El área de concreto de la sección de la viga se puede representar como el producto entre el peralte (h) y la base (b) de la sección. El área de acero total en la sección de la viga es la suma del acero a flexión, positivo (A_{s1}) y negativo (A_{s2}) además del acero a torsión (A_{s3}) y por último la longitud de encofrado viene a ser la suma de la base (b) y dos veces el peralte ($2h$) de la viga. Reemplazando en la función objetivo se tendría lo siguiente:

$$C_T = C_c(b \cdot h) + C_s(A_{s1} + A_{s2} + A_{s3}) + C_e(b + 2h) \quad (\text{Ec. 3.18})$$

En este caso vamos a cambiar el área de acero en función de la cuantía usando la siguiente expresión:

$$A_s = b \cdot d \cdot \rho \quad (\text{Ec. 3.19})$$

Donde:

- A_s : área de acero de la sección de la viga
- b : base de la sección de la viga
- d : peralte efectivo de la sección de la viga
- ρ : cuantía de acero de la sección de la viga

Además, el peralte efectivo (d) según Harsem (2017) se puede estimar restando cierta cantidad al peralte total de la sección una viga según la disposición del acero. Para esta investigación se va a considerar que el acero está en una sola capa. Por lo tanto, el peralte efectivo se estimará como: $d = h - 6$. Si reemplazamos todo en la función objetivo, quedará de la siguiente manera:

$$C_T = C_c(b \cdot h) + C_s[b(h - 6)](\rho_1 + \rho_2 + \rho_3) + C_e(b + 2h) \quad (\text{Ec. 3.20})$$

Donde:

- C_T : Costo total de la sección de la viga (soles/m)
- b : base de la sección de la viga (cm)
- h : Peralte de la sección (cm)
- ρ_1 : cuantía de acero a negativo
- ρ_2 : Cuantía de acero positivo
- ρ_3 : Cuantía de acero por torsión
- C_c : Precio unitario del concreto (soles/cm²/m)
- C_s : Precio unitario del acero de refuerzo (soles/cm²/m)
- C_e : Precio unitario del encofrado (soles/cm/m)

3.4.2.2.2. Variables

Las variables de la cual depende la función objetivo son: el peralte (h), la base (b) y las cuantías de acero (ρ_1, ρ_2, ρ_3). Estas variables van a estar sujetas a restricciones de tal manera que se pueda asegurar el cumplimiento de la norma E.060 en el diseño de la viga optimizada.

$$[x] = \begin{bmatrix} h \\ b \\ \rho_1 \\ \rho_2 \\ \rho_3 \end{bmatrix} \quad (\text{Ec. 3.21})$$

3.4.2.2.3. Análisis de Precios Unitarios

Se ha realizado el análisis de precios unitarios del concreto, acero y el encofrado. De estos precios se calcularon los coeficientes de las variables para la función objetivo

A) Precio unitario del concreto (Cc)

El precio unitario del concreto se cotiza por metro cúbico (m³), para realizar dicho cálculo se ha realizado un análisis de precios unitarios, teniendo la siguiente tabla:

Tabla 3.7. Análisis de precios unitarios del concreto $f'c=210 \text{ kg/cm}^2$

1.1 CONCRETO PARA VIGAS F'C=210 KG/CM2					
Rendimiento: 20.0000 M3/DIA					
Insumo	Unidad	Unidad: M3 Cuadrilla	Cantidad	Costo Unitario: PU	457.93 Parcial
Mano de obra:					
CAPATAZ	HH	0.1000	0.0400	18.43	0.74
OPERARIO	HH	2.0000	0.8000	16.75	13.40
OFICIAL	HH	2.0000	0.8000	13.42	10.74
PEON	HH	10.0000	4.0000	12.43	49.72
				Mano de obra:	74.60
ARENA GRUESA DE RIO	M3		0.5200	85.00	44.20
PIEDRA CHANCADA DE 1/2"	M3		0.5300	80.00	42.40
CEMENTO PORTLAND TIPO I (42.5KG)	BLS		9.5000	30.51	289.85
AGUA	M3		0.1800	2.20	0.40
				Materiales:	376.85
WINCHE ELECTRICO A 2 TAMBORES	HM	0.4000	0.1600	15.89	2.54
VIBRADOR DE CONCRETO 4 HP 1.50"	HM	0.4000	0.1600	4.24	0.68
MEZCLADORA DE CONCRETO DE 9 - 11 P3	HM	0.4000	0.1600	6.36	1.02
HERRAMIENTAS MANUALES	%MO		3.0000	74.60	2.24
				Equipo:	6.48

Teniendo el costo del concreto por metro cúbico $\left(\frac{\text{S}}{\text{m}^3}\right)$, lo transformamos en una sección de un centímetro cuadrado por un metro de longitud quedando de la siguiente manera:

$$Cc = \frac{457.93}{100 * 100} = 0.045793 \text{ soles/cm}^2/\text{m}$$

B) Precio unitario del acero de refuerzo (Cs)

El precio unitario del acero de refuerzo se cotiza por kilogramo (kg), para realizar dicho cálculo se ha realizado un análisis de precios unitarios, teniendo la siguiente tabla:

Tabla 3.8. Análisis de precios unitarios del acero de refuerzo

1.2 ACERO DE REFUERZO F'Y = 4200 KG/CM2						
Rendimiento: 250.0000 KG/DIA						
Insumo		Unidad	Cuadrilla	Cantidad	Costo Unitario: PU	5.13 Parcial
Mano de obra:						
CAPATAZ		HH	0.1000	0.0032	18.43	0.06
OPERARIO		HH	1.0000	0.0320	16.75	0.54
OFICIAL		HH	1.0000	0.0320	13.42	0.43
					Mano de obra:	1.03
ALAMBRE NEGRO N° 16		KG		0.0600	5.08	0.30
ACERO CORRUGADO F'Y = 4200 KG/CM2 GRADO 60		KG		1.0700	3.52	3.77
					Materiales:	4.07
HERRAMIENTAS MANUALES		%MO		3.0000	1.03	0.03
					Equipo:	0.03

El costo del acero por kilogramo es de s/.5.80, este valor lo tenemos que transformar a soles por centímetro cuadrado por metro lineal, para ello tomaremos como base una varilla de acero de Ø5/8". Sabemos que una varilla tiene una longitud de 9m, con una sección de 199mm² y peso nominal de 1.552 kg/m; esto nos ayudará a calcular el costo de acero en soles/cm²/m

Tabla 3.9. Propiedades de las varillas de acero (Aceros Arequipa)

DIÁMETRO DE BARRA		SECCIÓN (mm ²)	PERÍMETRO (mm)	PESO NOMINAL (kg/m)
Pulg.	mm			
-	6	28	18.8	0.222
-	8	50	25.1	0.395
3/8	-	71	29.9	0.560
-	12	113	37.7	0.888
1/2	-	129	39.9	0.994
5/8	-	199	49.9	1.552
3/4	-	284	59.8	2.235
7/8	-	387	69.8	3.042
1	-	510	79.8	3.973
1 3/8	-	1,006	112.5	7.907

Teniendo el costo del acero por kilogramo $\left(\frac{s/}{kg}\right)$ al múltiplicarlo por el peso nominal $\left(\frac{kg}{m}\right)$ de la varilla, tendríamos el costo de la varilla por metro lineal $\left(\frac{s/}{m}\right)$; pero esta varilla tiene una sección en cm², entonces al dividir por este valor tendríamos el costo en *soles/cm²/m*

$$C_s = \frac{5.13 \times 1.552}{1.99} = 3.953 \text{ soles/cm}^2/\text{m}$$

C) Precio unitario del encofrado (Ce)

El precio unitario del encofrado se cotiza en metro lineal, para tal cálculo se realizó un análisis de precios unitarios, teniendo la siguiente tabla:

Tabla 3.10. Análisis de precios unitarios del encofrado normal para vigas

1.3 ENCOFRADO Y DEENCOFRADO NORMAL PARA VIGAS					
Rendimiento: 9.0000 M2/DIA		Unidad: M2		Costo Unitario:	77.44
Insumo	Unidad	Cuadrilla	Cantidad	PU	Parcial
Mano de obra:					
OPERARIO	HH	1.0000	0.8889	16.75	14.89
OFICIAL	HH	1.0000	0.8889	13.42	11.93
CAPATAZ	HH	0.1000	0.0889	18.43	1.64
				Mano de obra:	28.46
ALAMBRE NEGRO N° 8	KG		0.2100	6.78	1.42
CLAVOS PARA MADERA C/C 3"	KG		0.2400	5.08	1.22
MADERA TORNILLO	P2		6.7100	6.78	45.49
				Materiales:	48.13
HERRAMIENTAS MANUALES	%MO		3.0000	28.46	0.85
				Equipo:	0.85

Teniendo el costo del encofrado por metro cuadrado $\left(\frac{s}{m^2}\right)$, lo transformamos a una sección de centímetro lineal por metro lineal, quedando de la siguiente manera:

$$C_e = \frac{77.44}{100} = 0.7744 \text{ soles/cm/m}$$

3.4.2.2.4. Restricciones de la función objetivo

- Primera Restricción

El momento último (M_u) actuante en la sección de la viga debe ser menor al momento último resistente y este se calcula con el momento nominal (M_n) multiplicado por el coeficiente de reducción.

$$M_u \leq \phi M_n \quad (\text{Ec. 3.22})$$

Donde el momento resistente se calcula de la siguiente manera:

$$\phi M_n = \phi A_s f_y \left(d - \frac{A_s f_y}{2 * 0.85 f'_c b} \right) \quad (\text{Ec. 3.23})$$

Reemplazando en la *Ec. 3.21* y trabajando con el momento negativo y la cuantía del área de acero negativo. El área de acero lo vamos a expresar en función de la cuantía, quedando la primera restricción de la siguiente manera:

$$Mu_{(-)} - \phi \cdot \rho_1 \cdot b \cdot (h - 6) \cdot fy \left(d - \frac{\rho_1 \cdot b \cdot (h - 6) \cdot fy}{2 \cdot 0.85 \cdot f'c} \right) \leq 0 \quad (Ec. 3.24)$$

Donde:

- $Mu_{(-)}$: momento último negativo
- ϕ : coeficiente de reducción ($\phi = 0.9$)
- ρ_1 : cuantía negativa
- b : base de la sección de la viga
- h : peralte de la sección de la viga
- $f'c$: resistencia a la compresión del concreto
- fy : resistencia la fluencia del acero

- Segunda Restricción

Para la segunda restricción se usa la misma desigualdad que la primera pero esta vez utilizando el momento positivo y la cuantía de acero positiva

$$Mu_{(+)} - \phi \cdot \rho_2 \cdot b \cdot (h - 6) \cdot fy \left(d - \frac{\rho_2 \cdot b \cdot (h - 6) \cdot fy}{2 \cdot 0.85 \cdot f'c} \right) \leq 0 \quad (Ec. 3.25)$$

Donde:

- $Mu_{(+)}$: momento último positivo
- ϕ : coeficiente de reducción ($\phi = 0.9$)
- ρ_2 : cuantía positiva
- b : base de la sección de la viga
- h : peralte de la sección de la viga
- $f'c$: resistencia a la compresión del concreto
- fy : resistencia la fluencia del acero

- Tercera Restricción

Con respecto a la geometría la norma E.060 del Reglamento Nacional de Edificaciones en el capítulo 21 nos indica que el ancho no debe ser menor que 0.25 veces el peralte. Por lo tanto, la segunda restricción queda de la siguiente manera:

$$0.25h - b \leq 0 \quad (\text{Ec. 3.26})$$

Donde:

- h : peralte de la viga
- b : base de la viga

- Cuarta Restricción

Otra restricción con respecto a la geometría la hace la verificación por torsión. De acuerdo a la norma E.060 del Reglamento Nacional de Edificaciones en el capítulo 11 nos muestra la siguiente expresión:

$$\sqrt{\left(\frac{Vu}{bw d}\right)^2 + \left(\frac{Tu Ph}{1.7A_{oh}^2}\right)^2} \leq \phi \left(\frac{Vc}{bw d} + 2.1\sqrt{f'c}\right) \quad (\text{Ec. 3.27})$$

Donde:

- Vu : cortante última
- bw : es la longitud del alma
- d : peralte efectivo
- Tu : torsión última
- A_{oh} : área encerrada por el eje del refuerzo transversal cerrado más externo
- P_h : perímetro del eje de refuerzo transversal cerrado
- Vc : resistencia a la cortante proporcionada por el concreto
- $f'c$: resistencia a la compresión del concreto

La resistencia al corte (Vc) que proporciona el concreto se calcula de la siguiente manera:

$$Vc = 0.53\sqrt{f'c} bw d \quad (\text{Ec. 3.28})$$

Donde:

- V_c : cortante que proporciona el concreto
- $f'c$: resistencia del concreto
- b_w : ancho del alma de la sección
- d : peralte efectivo de la sección

Reemplazando la cortante que proporciona en concreto (V_c) en la ecuación (Ec. 3.26), quedaría de la siguiente manera:

$$\sqrt{\left(\frac{V_u}{b(h-6)}\right)^2 + \left(\frac{T_u \cdot 2[(b-8-\emptyset v h) + (h-8-\emptyset v h)]}{1.7[(b-8-\emptyset v h)(h-8-\emptyset v h)]^2}\right)^2} - \phi(2.63\sqrt{f'c}) \leq 0 \quad (\text{Ec. 3.29})$$

Donde:

- V_u : cortante última
- T_u : torsión última
- $f'c$: resistencia a la compresión del concreto
- b : base de la sección de la viga
- h : peralte de la sección de la viga
- $\emptyset v h$: diámetro de la varilla de refuerzo vertical

- Quinta restricción

El momento torsor último (T_u) debe ser menor que el momento resistente ($\emptyset T_n$) teniendo la siguiente expresión:

$$T_u \leq \emptyset T_n \quad (\text{Ec. 3.30})$$

El momento torsor nominal se calcula de la siguiente manera:

$$T_n = \frac{2 \cdot A_l \cdot A_o \cdot f_y}{P_h} \cdot \cot(\theta) \quad (\text{Ec. 3.31})$$

Donde:

- T_n : torsión nominal
- A_l : área de la sección del refuerzo longitudinal
- P_h : perímetro del área confinada

- A_o : área encerrada por la trayectoria del flujo de la cortante
- f_y : resistencia a la fluencia del acero

Reemplazando la (Ec. 3.31) en la (Ec. 3.30) obtendríamos la quinta restricción:

$$T_u - \phi \frac{2 \cdot \rho_3 \cdot (h - 6) \cdot b \cdot 0.85(b - 2r - \emptyset v h)(h - 2r - \emptyset v h) \cdot f_y}{2[(h - 2r - \emptyset v h) + (b - r - \emptyset v h)]} \cdot \cot(\theta) \leq 0 \quad (\text{Ec. 3.32})$$

Donde:

- T_u : torsión última
- ρ_3 : cuantía por torsión
- h : peralte de la sección de la viga
- b : base de la sección de la viga
- $\emptyset v h$: diámetro del refuerzo vertical
- r : recubrimiento

- Sexta restricción

La cuantía de acero tanto de la tracción como de la torsión no deben exceder la cuantía máxima ($\rho_{m\acute{a}x}$) establecido por la norma E.060, este valor es el 75% de la cuantía balanceada. Para este caso analizamos la cuantía del acero negativo (ρ_1) y la cuantía del acero por torsión (ρ_3).

$$\rho_1 + \frac{\rho_3}{2} - \rho_{m\acute{a}x} \leq 0 \quad (\text{Ec. 3.33})$$

- Séptima Restricción

La cuantía de acero tanto de la tracción como de la torsión deben ser mayor que la cuantía mínima ($\rho_{m\acute{i}n}$) establecida por la norma E.060. Para este caso analizaremos la cuantía del acero negativo (ρ_1) y la cuantía del acero por torsión (ρ_3).

$$\rho_{m\acute{i}n} - \rho_1 - \frac{\rho_3}{2} \leq 0 \quad (\text{Ec. 3.34})$$

- Octava restricción

La cuantía de acero tanto de la tracción como de la torsión no deben exceder la cuantía máxima ($\rho_{m\acute{a}x}$) establecido por la norma E.060, este valor es el 75% de la cuantía balanceada. Para este caso analizamos la cuantía del acero positivo (ρ_2) y la cuantía del acero por torsión (ρ_3).

$$\rho_2 + \frac{\rho_3}{2} - \rho_{m\acute{a}x} \leq 0 \quad (\text{Ec. 3.35})$$

- Novena Restricción

La cuantía de acero tanto de la tracción como de la torsión deben ser mayor que la cuantía mínima ($\rho_{m\acute{i}n}$) establecida por la norma E.060. Para este caso analizaremos la cuantía del acero positivo (ρ_2) y la cuantía del acero por torsión (ρ_3).

$$\rho_{m\acute{i}n} - \rho_2 - \frac{\rho_3}{2} \leq 0 \quad (\text{Ec. 3.36})$$

3.4.2.2.5. Límites de las variables

- Límites inferiores

Los mínimos valores que van a tener las variables de la función objetivo son los siguientes:

- a) El valor mínimo de la base de la sección de una viga está dado por la norma E.060 del Reglamento Nacional de Edificaciones en el capítulo 21, donde nos indica que el mínimo valor debe ser de 25 cm
- b) El valor del peralte está limitado también por la norma E.060, en el capítulo 9 en la tabla 9.1 indica valores mínimos para el peralte de la sección de una viga en la cual no se tiene que verificar las deflexiones. En este caso el mínimo valor lo establecerá la luz de la viga, considerando una viga simplemente apoyada el valor mínimo del peralte será la luz dividida entre 16 ($l/16$)
- c) El mínimo valor de la cuantía está dado por la expresión que nos brinda la norma E.060 con respecto al acero mínimo, $\rho_{m\acute{i}n} = 0.7\sqrt{f'c}/f_y$

- d) El mínimo valor que puede tomar el refuerzo longitudinal a torsión se daría cuando la torsión sea menor que la cuarta parte de la torsión crítica, en este caso ya es despreciable por lo tanto el refuerzo sería igual a cero.

$$[lb] = \begin{bmatrix} h_{min} \\ b_{min} \\ \rho_{1min} \\ \rho_{2min} \\ \rho_{3min} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l/16 \\ 25 \\ \rho_{min} \\ \rho_{min} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (Ec. 3.37)$$

- Límites Superiores

Los máximos valores que pueden tomar las variables de la función objetivo son los siguientes:

- El máximo valor del peralte se va a considerar los 90 cm, teniendo como criterio lo que nos dice la norma E.060 en el capítulo 9, donde indica que para vigas con peralte mayor a 90 cm se debe colocar refuerzo adicional con el fin de contrarrestar el agrietamiento
- La base de la sección de una viga está limitada por la columna que lo va a soportar, por lo tanto, la base será como máximo igual al lado de la columna en la cual va a descansar
- La cuantía máxima del acero a tracción está definida por la norma E.060 en el capítulo 10, donde nos dice que el acero no puede ser mayor a 0.75 el acero que produce la falla balanceada. Por tanto, la cuantía máxima será $0.75\rho_b$
- La cuantía máxima de acero a torsión la vamos a limitar con la expresión de la norma E.060 en el capítulo 10, donde nos dice que el acero no puede ser mayor a 0.75 el acero que produce la falla balanceada. Por tanto, la cuantía máxima será $0.75\rho_b$

$$[ub] = \begin{bmatrix} h_{m\acute{a}x} \\ b_{m\acute{a}x} \\ \rho_{1m\acute{a}x} \\ \rho_{2m\acute{a}x} \\ \rho_{3m\acute{a}x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 90 \\ B_{col} \\ 0.5\rho_b \\ 0.5\rho_b \\ 0.5\rho_b \end{bmatrix} \quad (Ec. 3.38)$$

3.4.2.2.6. Ensamblaje de la función “fmincon”

Tabla 3.11. Ensamblaje de la función “fmincon”

fmincon	Función Objetivo: $funobj(x)$	$C_T = Cc(b \cdot h) + Cs[b(h - 6)](\rho_1 + \rho_2 + \rho_3) + Ce(b + 2h)$ $[x] = \begin{bmatrix} h \\ b \\ \rho_1 \\ \rho_2 \\ \rho_3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} Cc \\ Cs \\ Ce \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.045793 \\ 3.953 \\ 0.7744 \end{bmatrix}$
	Límite inferior: $[lb]$	$[lb] = \begin{bmatrix} h_{min} \\ b_{min} \\ \rho_{1min} \\ \rho_{2min} \\ \rho_{3min} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l/16 \\ 25 \\ \rho_{min} \\ \rho_{min} \\ 0 \end{bmatrix}$
	Límite superior: $[ub]$	$[ub] = \begin{bmatrix} h_{máx} \\ b_{máx} \\ \rho_{1máx} \\ \rho_{2máx} \\ \rho_{3máx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 90 \\ B_{col} \\ 0.5\rho_b \\ 0.5\rho_b \\ 0.5\rho_b \end{bmatrix}$
	Restricciones no lineales de desigualdad: $[res] \leq 0$	$res(1) = Mu_{(-)} - \phi \cdot \rho_1 \cdot b \cdot (h - 6) \cdot fy \left(d - \frac{\rho_1 \cdot b \cdot (h - 6) \cdot fy}{2 \cdot 0.85 \cdot f'c} \right)$ $res(2) = Mu_{(+)} - \emptyset \cdot \rho_2 \cdot b \cdot (h - 6) \cdot fy \left(d - \frac{\rho_2 \cdot b \cdot (h - 6) \cdot fy}{2 \cdot 0.85 \cdot f'c} \right)$ $res(3) = 0.25h - b$ $res(4) = \sqrt{\left(\frac{Vu}{b(h - 6)} \right)^2 + \left(\frac{Tu \cdot 2[(b - 8 - \emptyset vh) + (h - 8 - \emptyset vh)]}{1.7[(b - 8 - \emptyset vh)(h - 8 - \emptyset vh)]^2} \right)^2} - \phi \left(2.63\sqrt{f'c} \right)$ $res(5) = Tu - \phi \frac{2 \cdot \rho_3 \cdot (h - 6) \cdot b \cdot 0.85(b - 2r - \emptyset vh)(h - 2r - \emptyset vh) \cdot fy}{2[(h - 2r - \emptyset vh) + (b - r - \emptyset vh)]} \cdot \cot(\theta)$ $res(6) = \rho_1 + \frac{\rho_3}{2} - \rho_{máx}$ $res(7) = \rho_{min} - \rho_1 - \frac{\rho_3}{2}$ $res(8) = \rho_2 + \frac{\rho_3}{2} - \rho_{máx}$ $res(9) = \rho_{min} - \rho_2 - \frac{\rho_3}{2}$

3.5 ANÁLISIS DE LOS DATOS Y PRESENTACIÓN DE LOS RESULTADOS

3.5.7 Técnicas de Procesamiento de datos

Se han utilizado programas informáticos para procesar los datos obtenidos en el presente estudio como:

- Microsoft Excel 2019: Software empleado en la elaboración de tablas y gráficas
- AutoCAD 2024: Programa utilizado para la elaboración de planos, mediciones y visualización de elementos estructurales
- Etabs v21.0.1: Programa computacional en el cual se desarrolló el análisis estructural de la edificación científica
- MatLab R2020a: Programa utilizado para la creación del código de optimización de las vigas de concreto armado

3.5.8 Análisis e interpretación de datos

Los datos han sido analizados e interpretados según los objetivos de esta investigación, por lo que se calculó el costo de la sección de una viga diseñada tradicionalmente y el costo de una viga optimizada. Para calcular esta relación se empleó la siguiente expresión

$$\Delta = \frac{|C_f - C_0|}{C_0} \times 100 \quad (\text{Ec. 3.39})$$

Donde:

C_f : es el costo optimizado de la sección de la viga

C_0 : es el costo original de la sección de la viga

La optimización se realizó a las vigas del edificio ficticio de diferentes luces y en los tres niveles. Los resultados obtenidos fueron colocados en tablas y gráficos para un mejor entendimiento

CAPÍTULO IV: ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

4.1 RESULTADOS DE LA OPTIMIZACIÓN DEL COSTO DE VIGAS

Los resultados de la optimización del costo de vigas de un edificio ficticio de 3 niveles, con sistema estructural aporticado, se ha presentado en tablas y gráficos. Cada viga se está comparando en las dos condiciones (sin optimizar y optimizado), además del costo también se comparó las secciones de las vigas y su relación con la luz libre. Los resultados han presentados por niveles para poder compararlos y extraer algunas conclusiones.

A) Optimización del Costo

Para el cálculo de la optimización del costo primero se calculó el costo de las vigas antes y después de la optimización, luego se calculó la diferencia de dichos costos y se expresó en porcentajes para poder compararlos

Tabla 4.1. Resultados de la optimización del costo de vigas del primer nivel

	Ejes	Condición	Costo	%
Viga 101	A-A y B-B	Sin optimizar	604.76	4.97%
		Optimizado	574.68	
	B-B y C-C	Sin optimizar	622.56	5.86%
		Optimizado	586.05	
	C-C y D-D	Sin optimizar	650.65	4.69%
		Optimizado	620.16	
Viga 102	A-A y B-B	Sin optimizar	589.03	0.00%
		Optimizado	589.03	
	B-B y C-C	Sin optimizar	583.36	0.00%
		Optimizado	583.36	
	C-C y D-D	Sin optimizar	590.41	0.00%
		Optimizado	590.41	
Viga 103	A-A y B-B	Sin optimizar	648.03	4.67%
		Optimizado	617.80	
	B-B y C-C	Sin optimizar	622.06	5.87%
		Optimizado	585.53	
	C-C y D-D	Sin optimizar	649.78	4.70%
		Optimizado	619.24	

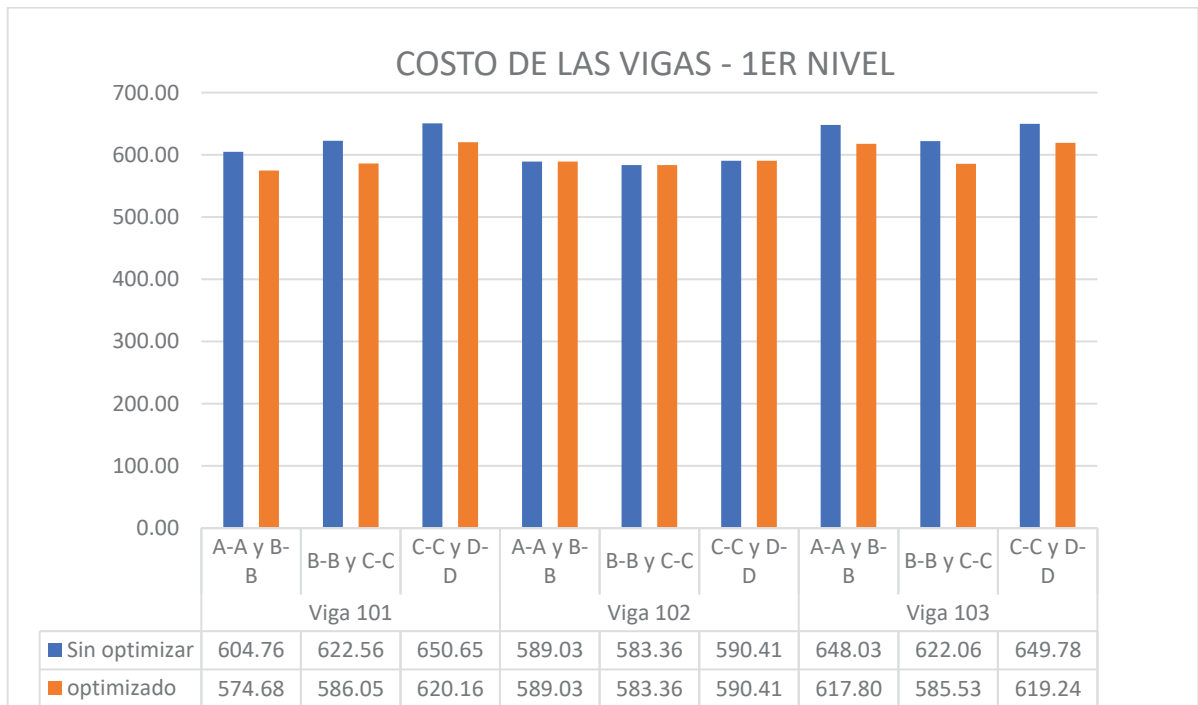


Figura 4.1. Comparación entre el costo sin optimizar y el costo optimizado de las vigas del primer nivel

El porcentaje de optimización no superó el 5% en todos los casos, siendo la viga “V-102” la que tiene menor porcentaje de optimización

Tabla 4.2. Resultados de la optimización del costo de vigas del segundo nivel

	Ejes	Condición	Costo	%
Viga 201	A-A y B-B	Sin optimizar	636.88	9.38%
		Optimizado	577.12	
	B-B y C-C	Sin optimizar	625.07	10.70%
		Optimizado	558.19	
Viga 202	C-C y D-D	Sin optimizar	636.63	9.44%
		Optimizado	576.56	
	A-A y B-B	Sin optimizar	580.93	7.15%
Optimizado		539.38		
B-B y C-C	Sin optimizar	579.04	7.43%	
	Optimizado	536.04		
C-C y D-D	Sin optimizar	582.50	7.03%	
	Optimizado	541.55		
Viga 203	A-A y B-B	Sin optimizar	634.98	9.44%
		Optimizado	575.01	
	B-B y C-C	Sin optimizar	624.46	10.72%
Optimizado		557.52		
C-C y D-D	Sin optimizar	636.15	9.45%	
	Optimizado	576.03		

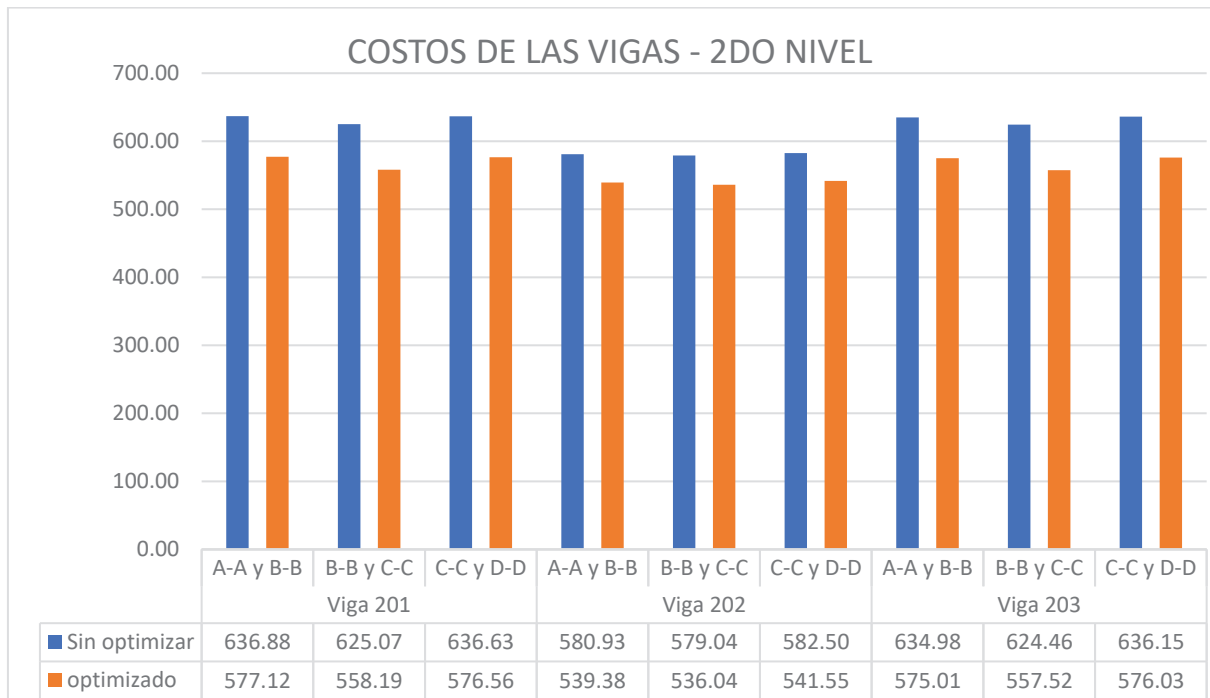


Figura 4.2. Comparación entre el costo sin optimizar y el costo optimizado de las vigas del segundo nivel

El porcentaje de optimización superó el 5% en todos los casos, siendo la viga “V-202” la que tiene menor porcentaje de optimización

Tabla 4.3. Resultados de la optimización del costo de vigas del tercer nivel

	Ejes	Condición	Costo	%
Viga 301	A-A y B-B	Sin optimizar	593.79	19.17%
		Optimizado	479.97	
	B-B y C-C	Sin optimizar	587.97	21.36%
		Optimizado	462.41	
Viga 302	C-C y D-D	Sin optimizar	593.79	19.67%
		Optimizado	477.00	
	A-A y B-B	Sin optimizar	534.31	17.82%
Optimizado		439.07		
B-B y C-C	Sin optimizar	536.26	18.45%	
	Optimizado	437.34		
C-C y D-D	Sin optimizar	534.31	17.54%	
	Optimizado	440.60		
Viga 303	A-A y B-B	Sin optimizar	593.07	19.36%
		Optimizado	478.23	
	B-B y C-C	Sin optimizar	587.85	21.39%
Optimizado		462.11		
C-C y D-D	Sin optimizar	593.58	19.73%	
	Optimizado	476.50		

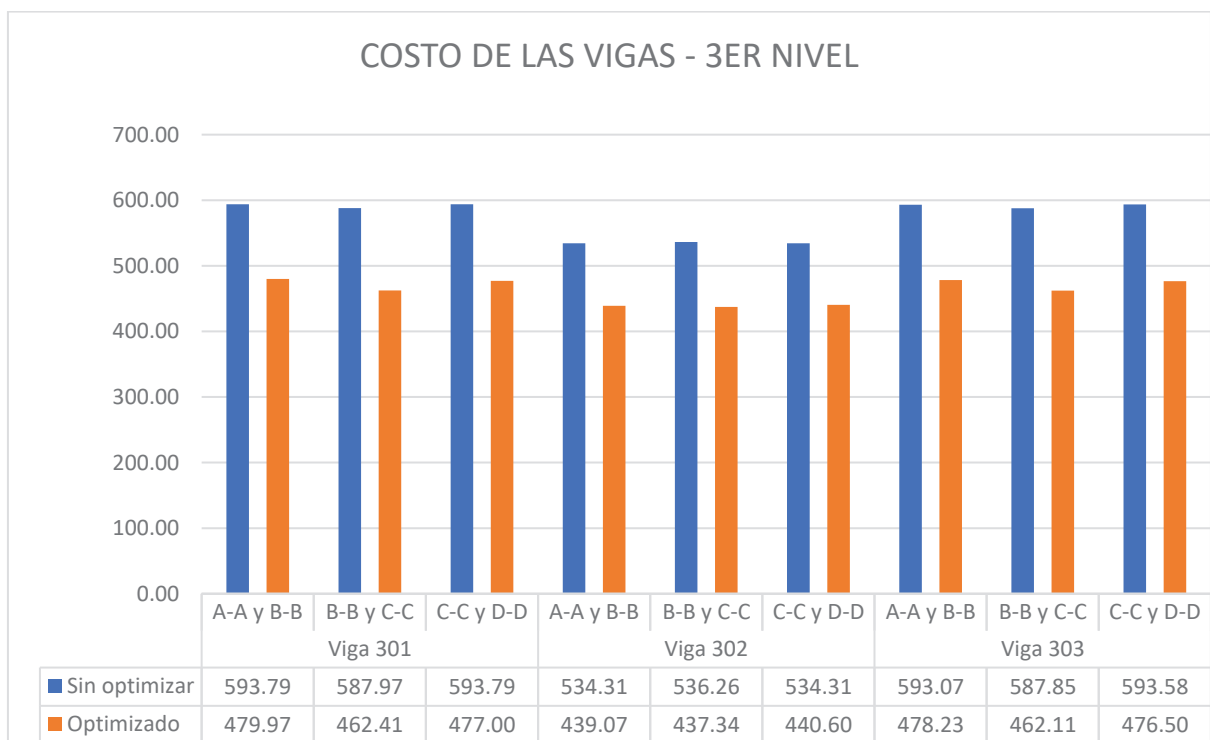


Figura 4.3. Comparación entre el costo sin optimizar y el costo optimizado de las vigas del tercer nivel

El porcentaje de optimización superó el 5% en todos los casos, siendo la viga “V-302” la que tiene menor porcentaje de optimización

Los porcentajes de optimización que se han obtenido de cada viga se han promediado para obtener un porcentaje por nivel del edificio, esto se muestra en la siguiente tabla:

Tabla 4.4. Porcentajes de optimización por nivel

	VIGAS	%	PROMEDIO
PRIMER NIVEL	Viga 101	5.18%	3.42%
	Viga 102	0.00%	
	Viga 103	5.08%	
SEGUNDO NIVEL	Viga 201	9.84%	8.97%
	Viga 202	7.20%	
	Viga 203	9.87%	
TERCER NIVEL	Viga 301	20.06%	19.39%
	Viga 302	17.94%	
	Viga 303	20.16%	

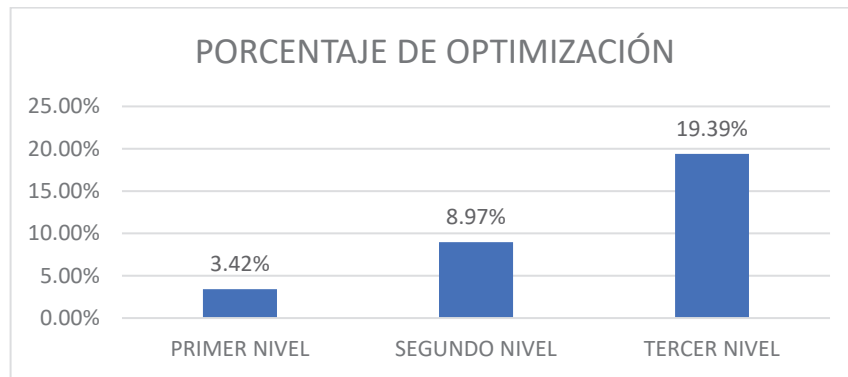


Figura 4.4. Comparación del porcentaje de optimización de las vigas en los diferentes niveles de la edificación

Según lo mostrado en la *figura 4.4* se ha obtenido mayor porcentaje de optimización en el último nivel y el menor porcentaje de optimización se dio en el primer nivel

B) Optimización de la Sección de las vigas

Para comparar la sección de las vigas antes y después de la optimización se calculó la relación entre el peralte y la base y se hizo las comparaciones respectivas como se muestra a continuación:

Tabla 4.5. Resultado de la optimización de la sección de las vigas

	Condición	b (cm)	h (cm)	b/h
Viga 101	Sin optimizar	30	50	0.60
	Optimizado	30	45	0.67
Viga 102	Sin optimizar	25	50	0.50
	Optimizado	25	50	0.50
Viga 103	Sin optimizar	30	50	0.60
	Optimizado	30	45	0.67
Viga 201	Sin optimizar	30	50	0.60
	Optimizado	30	40	0.75
Viga 202	Sin optimizar	25	50	0.50
	Optimizado	25	40	0.63
Viga 203	Sin optimizar	30	50	0.60
	Optimizado	30	40	0.75
Viga 301	Sin optimizar	30	50	0.60
	Optimizado	30	35	0.86
Viga 302	Sin optimizar	25	50	0.50
	Optimizado	25	35	0.71
Viga 303	Sin optimizar	30	50	0.60
	Optimizado	30	35	0.86

La relación b/h que se han obtenido de cada viga se han promediado para obtener una relación por nivel del edificio, esto se muestra en la siguiente tabla:

Tabla 4.6. Relación “b/h” de las secciones optimizadas

	VIGAS	b/h	PROMEDIO
PRIMER NIVEL	Viga 101	0.67	0.61
	Viga 102	0.5	
	Viga 103	0.67	
SEGUNDO NIVEL	Viga 201	0.75	0.71
	Viga 202	0.63	
	Viga 203	0.75	
TERCER NIVEL	Viga 301	0.86	0.81
	Viga 302	0.71	
	Viga 303	0.86	

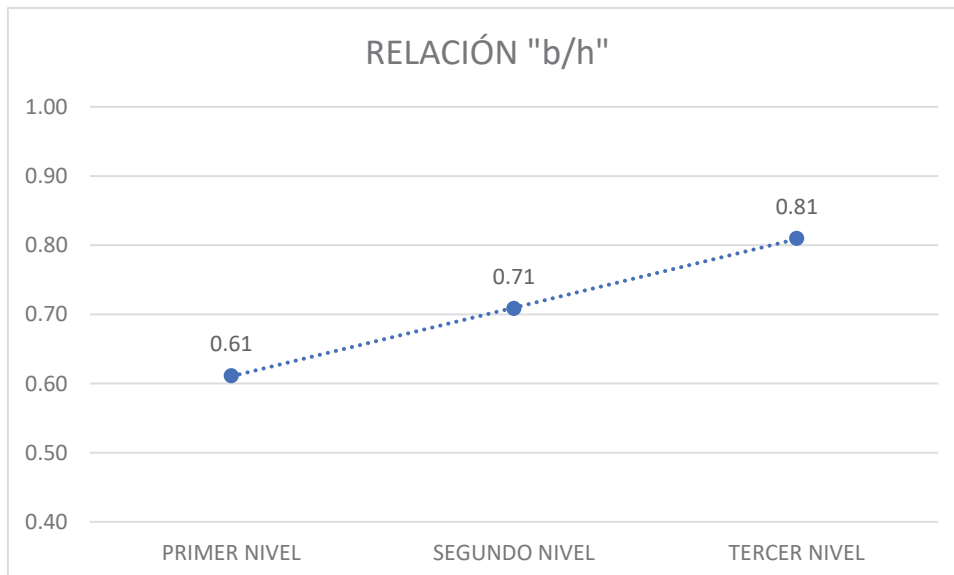


Figura 4.5. Comparación de la relación “b/h” de las vigas optimizadas en los diferentes niveles de la edificación

Según lo mostrado en la *figura 4.5* la relación “b/h” es menor en el primer nivel y mayor en el último nivel

C) Optimización del peralte de las vigas

Para comparar el peralte de la sección de las vigas antes y después de la optimización se calculó la relación entre el peralte y la luz libre y se hizo las comparaciones respectivas como se muestra a continuación:

Tabla 4.7. Resultados de la optimización del peralte de las vigas

	Condición	h (cm)	Luz Libre (m)	h/L
Viga 101	Sin optimizar	50	5	0.10
	Optimizado	45	5	0.09
Viga 102	Sin optimizar	50	5	0.10
	Optimizado	50	5	0.10
Viga 103	Sin optimizar	50	5	0.10
	Optimizado	45	5	0.09
Viga 201	Sin optimizar	50	5	0.10
	Optimizado	40	5	0.08
Viga 202	Sin optimizar	50	5	0.10
	Optimizado	40	5	0.08
Viga 203	Sin optimizar	50	5	0.10
	Optimizado	40	5	0.08
Viga 301	Sin optimizar	50	5	0.10
	Optimizado	35	5	0.07
Viga 302	Sin optimizar	50	5	0.10
	Optimizado	35	5	0.07
Viga 303	Sin optimizar	50	5	0.10
	Optimizado	35	5	0.07

La relación b/h que se han obtenido de cada viga se han promediado para obtener una relación por nivel del edificio, esto se muestra en la siguiente tabla:

Tabla 4.8. Relación “h/L” de las secciones optimizadas

	VIGAS	h/L	PROMEDIO
PRIMER NIVEL	Viga 101	0.09	0.09
	Viga 102	0.10	
	Viga 103	0.09	
SEGUNDO NIVEL	Viga 201	0.08	0.08
	Viga 202	0.08	
	Viga 203	0.08	
TERCER NIVEL	Viga 301	0.07	0.07
	Viga 302	0.07	
	Viga 303	0.07	

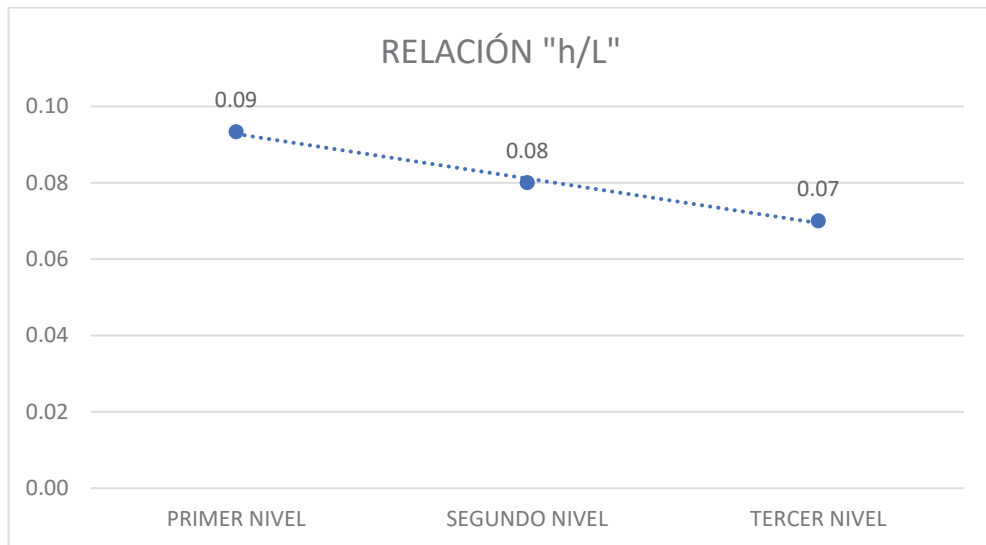


Figura 4.6. Comparación de la relación "h/" de las vigas optimizadas en los diferentes niveles de la edificación

Según lo mostrado en la *figura 4.6* la relación "h/L" es mayor en el primer nivel y va disminuyendo en los niveles superiores

CAPÍTULO V: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 CONCLUSIONES

De los resultados del desarrollo de la tesis se ha llegado a las siguientes conclusiones:

- Se realizó la optimización del costo de vigas de concreto armado usando el lenguaje de programación Matlab, con el fin de encontrar cantidades óptimas de los materiales que hagan que el costo de las vigas sea la menor posible y se comparó con el costo que produce el diseño tradicional de las vigas de concreto
- Para el proceso de optimización se usó la Técnica de Programación Cuadrática Secuencial (SQP) que está incorporado en el programa Matlab, comprobándose la confiabilidad de sus resultados al realizar manualmente la verificación del cumplimiento de las restricciones planteadas y los límites máximos y mínimos establecidos para las variables de la función objetivo, además de verificar que se encontraron los valores óptimos de las variables en estudio
- Al comparar los porcentajes de optimización obtenidos en todos los niveles, se evidencia que la optimización crece a medida que se asciende de nivel. Al comparar la relación óptima entre peralte (h) y la base (b) se obtuvieron valores mayores al valor 0.5 que se usa generalmente y la relación tiende a la unidad en los niveles superiores. La relación entre el peralte y la luz libre es menor al valor 0.1 que se usa generalmente para luces grandes y este valor disminuye en los niveles superiores
- Los valores óptimos que se encontraron de las variables no fueron homogéneos a lo largo de las vigas; por lo tanto, se tiene que hacer un ajuste adicional al final para poder asegurar que la viga tenga una sección uniforme y se asegure el proceso constructivo
- El sistema estructural interviene en gran medida en la optimización, ya que en este caso al ser un sistema aporticado, las vigas y columnas tiene un papel principal en la estructura y por ende el diseño es más exigente por las disposiciones sísmicas de la norma E.060
- La implementación de estos métodos de optimización puede llevar a diseños de estructuras más sostenibles y económicas en proyectos de construcción, beneficiando tanto a ingenieros como a contratistas y propietarios.

5.2 RECOMENDACIONES

De los resultados del desarrollo de la tesis se ha llegado a las siguientes recomendaciones:

- Antes de realizar el proceso de optimización se debe tener en cuenta el sistema estructural ya que las vigas juegan un papel principal en los sistemas aporticados, si se disminuye el área de la sección de las vigas se produciría una disminución en la rigidez de la estructura y esto ocurriría que las distorsiones de la edificación aumenten y no cumpla con los límites permisibles establecidos en la norma E.030 Sismorresistente
- Se recomienda capacitar a los profesionales en el uso de software de optimización antes de implementar las técnicas descritas en esta investigación para que puedan ser desarrolladas con éxito
- Para próximas investigaciones se podrían analizar otros elementos estructurales de concreto armado como las columnas, placas o losas. Además, se podrían optimizar en conjunto como pórticos o elementos más complejos como arcos
- Se recomienda que, en el campo de las Estructuras se continúe con el proceso de innovación tecnológica usando diferentes métodos de optimización para el diseño de elementos estructurales de concreto armado
- Se recomienda promover y fomentar el uso de prácticas de diseño estructural optimizadas y materiales sostenibles para reducir el impacto ambiental de la construcción.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- American Concrete Institute. (2019). ACI 318-19: Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary. Farmington Hills,
- Borda, J. (2010). Diseño Óptimo de Vigas de Hormigón Armado Mediante el uso de Técnicas de Programación no Lineal. Recuperado de: https://www.construccion.org/articulos/completo_bs2.php?codigo=1472
- Cantu R. (1996). Programación No Lineal (Tesis de Maestría), Universidad Autónoma de Nuevo León, México
- Casado, F. (2022). Optimización Estructural Mediante Algoritmos Computacionales Inspirados en la Naturaleza (Tesis de Maestría), Universidad Politécnica de Madrid, España
- Espinoza G. & Vásquez A. (2016). Aplicaciones de Programación no Lineal. México. Editorial OnmiaScience
- Harmsen, T. (2017), Diseño de Estructuras de Concreto Armado, Perú, Fondo Editorial de la Pontificia Universidad Católica del Perú.
- Kong, M. (2010), Investigación de Operaciones. Lima, Perú, Fondo Editorial de la Pontificia Universidad Católica del Perú
- Luévanos, A., López, S., & Medina, M (2018). Optimización de Vigas de Concreto Reforzado para Secciones Rectangulares con Experimentos Numéricos. SciELO Analytics, volumen 22, pp. 1-4
- McCormac, J. (2002), Diseño de Concreto Reforzado. México, Editorial Alfaomega
- Ministerio de Vivienda Construcción y Saneamiento (2009). NTE E.060: Concreto Armado. Lima, Perú
- Morales, R. (2006). Diseño de Concreto Armado, Lima, Perú, Fondo Editorial Instituto de la Construcción y Gerencia

Negrin, I. (2016). Optimización de Conjuntos Estructurales Considerando los Factores Usualmente Ignorados en la Modelación usando la OAPI Sap2000-Matlab (tesis de pregrado). Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas, Cuba

Negrin, I., Negrin A. & Chagoyén, E. (2019). Optimización de Pórticos Planos de Hormigón Armado Utilizando una Hibridación de Algoritmos Genéticos y el Algoritmo Nelder-Mead. SciELO Analytics, Volumen 26, pp. 2-3

Park, R. & Paulay, T. (1983), Estructuras de Concreto Reforzado, México, Editorial Limusa

Ramos, J. (2018) Análisis de Precios Unitarios en Edificaciones. Lima, Perú

ANEXO A: COTIZACIONES DE LOS MATERIALES

1. Cotización de ferretería

HALLEY GOD SRL

DISTRIBUIDOR EXCLUSIVO DE TUBERIAS NICOLL Y FERRETERIA EN GENERAL

Av. SAN MARTIN N° 1700

Telefax : 076-342457 CAJAMARCA - PERU

halleygod1@hotmail.com

COTIZACION N° 000229-2023

SRES: JHAN CARLOS MARIN CHALAN

De nuestra consideración:

Por intermedio de la presente nos es grato hacerles llegar nuestra COTIZACION

ITEM	MATERIALES	UND	CANT.	P. UNIT.
1	CLAVOS PARA MADERA C/C 3"	KG	1	6.00
2	CLAVOS PARA MADERA C/C 4"	KG	1	6.00
3	CEMENTO PORTLAND TIPO I (42.5KG)	BOL	1	36.00
4	ALAMBRE NEGRO N° 8	KG	1	8.00
5	ALAMBRE NEGRO N° 16	KG	1	6.00
6	VARILLA DE FIERRO CORRUGADO DE 5/8" X 9 M SIDER	UND	1	58.00

PRECIOS INCLUIDO IGV

MATERIALES PUESTOS EN CAJAMARCA

VALIDEZ DE LA OFERTA 30 DIAS

CAJAMARCA, 16 DE JUNIO DEL 2023

**HALLEY GOD Contratistas
y Servicios Generales S R L.**
Ing. Elizabeth Cieza Coronel
GERENTE GENERAL

Figura A.1. Cotización de insumos de ferretería

2. Cotización de agregados



CORPORACION DIACOR EIRL

VENTA DE MATERIALES DE CONSTRUCCION
CONSULTORIA DE OBRAS DE INGENIERIA

COTIZACIÓN N°83-2023

SEÑOR(ES) : MARIN CHALAN JHAN CARLOS

Por medio de la presente, nos es grato dirigirnos a Ud. a fin de hacerle llegar nuestra Cotización de Agregados.

ITEM	MATERIAL	UND.	CANTIDAD
2	PIEDRA CHANCADA DE 1/2" DE RIO	m3	S/ 80.00
3	ARENA GRUESA DE RIO	m3	S/ 85.00

- Los Costos detallados NO incluyen el 18% del I.G.V.
- Los Costos SON DESPACHADOS EN OBRA.
- Chancadora ubicada en la Carretera Los Baños del Inca – Otuzco KM 01, antes del puente Viaducto.
- Atención de agregados previo aviso mínimo de 02 días.
- Validez de la Oferta: 10 días

CORPORACION DIACOR E.I.R.L.


DIANA ISABEL AGUILAR CORO
GERENTE GENERAL

Cajamarca, 21 de agosto del 2023

Jr. Sinchi Roca N°308- Los Baños del Inca
Celular: 944 155 153
Correo: diacor.eirl@gmail.com

Figura A.2. Cotización de insumos de agregado

4. Cotización de Maquinaria liviana

COTIZACION DE ALQUILER EQUIPOS/ DÍA, MANTENIMIENTOS, AUXILIOS MECANICOS

RUC: 10453795883 CEL: 931681458 Jr. La cantuta 930



CLIENTE: JHAN CARLOS MARIN CHALAN

DNI: 73208661

CELULAR: 961823948

CONCEPTO	CANTIDAD	PRECIO	TIEMPO EN DIAS	TOTAL
MEZCLADORA DE CONCRETO DE 9-11 P3	1	60	01	60
VIBRADORA DE CONCRETO 4 HP 1.50"	1	50	01	40
WINCHE METÁLICO DE 2 TAMBORES	1	150	01	150

OBSERVACION:

El pago es con el 50% adelantado del monto total a pagar , al momento de inicial el alquiler .
El precio incluye IGV.
El precio incluye mantenimiento preventivo y capacitación a operador.
Firma de documentacion correspondiente al alquiler.


César Coronado chuquiruna
DNI:45379588

Figura A.4. Cotización de insumos de maquinaria liviana

ANEXO B: PREDIMENSIONAMIENTO DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES

A) Predimensionamiento de vigas

Tabla C.1. Predimensionamiento de vigas (Blanco, 1995)

Luz	Seccion (m x m)
$L \leq 5.5$	V25x50, V30x50
$L \leq 6.5$	V25x60, V30x60, V40x60
$L \leq 7.5$	V25x70, V30x70, V40x70, V50x70
$L \leq 8.5$	V30x75, V40x75, V30x80, V40x80
$L \leq 9.5$	V30x85, V30x90, V40x85, V40x90

Tabla C.2. Dimensiones de vigas

Elemento Estructural	Ejes	Luz (m)	Dimensiones (cm)
VIGAS	1-1 y 3-3	5.50	(30x50)
	2-2	5.50	(25x50)
	A-A, B-B, C-C, D-D	3.35	(25x35)

B) Predimensionamiento de losas

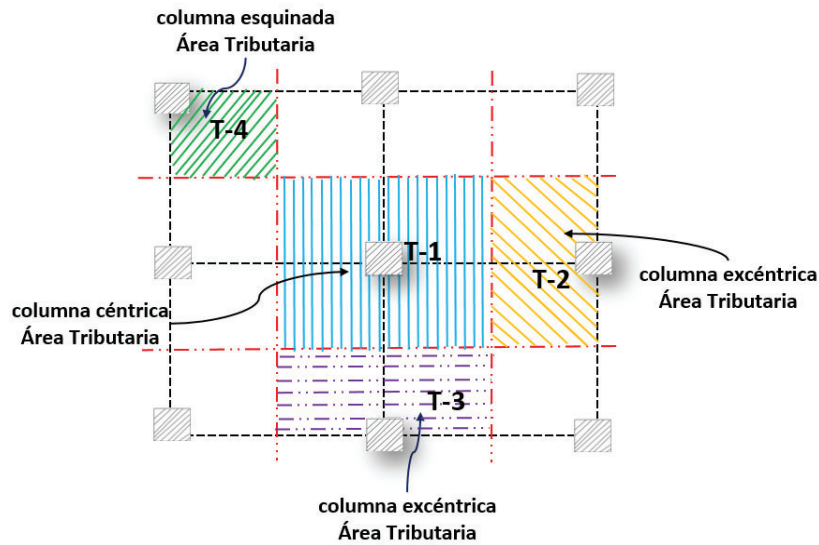
Tabla C.3. Predimensionamiento de losas (Blanco, 1995)

e_{losa} (cm)	Luz
17	Luces menores a 4m
20	Luces comprendidas entre 4 - 5.5m
25	Luces comprendidas entre 5 - 6.5m
30	Luces comprendidas entre 6 - 7.5m

Tabla C.4. Dimensiones de losa

Elemento Estructural	Luz (m)	Dimensiones (cm)
Losa aligerada unidireccional	4.05	20

C) Predimensionamiento de Columnas



$$\text{Área col} = \frac{P}{n \cdot f'c} \quad P = P_g \cdot A_t \cdot N^{\circ} \text{pisos}$$

Tabla C.5. Factores para presimensionamiento de columnas

	COL.	<i>n</i>	factor col	
<i>N</i> < 4 pisos	T1	0.3	1.1	<i>P_g</i>
<i>N</i> > 4 pisos	T1	0.25	1.1	<i>P_g</i>
	T2	0.25	1.25	<i>P_g</i>
	T3	0.25	1.25	<i>P_g</i>
	T4	0.2	1.5	<i>P_g</i>

Tabla C.6. Predimensionamiento de columna central

Categoría	C	<i>P_g</i> = 1.0
Columna	Tipo=	T1
N° pisos	N°=	3
Área Tributaria	<i>A_t</i> =	22.64 m ²
Peso (ratio)	<i>P</i> =	1000 kg/m ²
Concreto	<i>f'c</i> =	210 kg/cm ²
<i>n</i>	=	0.25
<i>P</i>	=	74712 kg
Área col	=	1423 cm ²

Sección C2-30x50

ANEXO C: CÓDIGO DE OPTIMIZACIÓN DE UNA VIGA EN MATLAB

```
%% OPTIMIZACIÓN DEL PRIMER TRAMO
clc
clear

%Importar datos de excel a matlab
M1=readmatrix('VIGA.xlsx','sheet','datos_entrada','range','B2:B12');
%M(1) = Momento negativo
%M(2) = Momento positivo
%M(3) = Cortante
%M(4) = Torsión
%M(5) = Luz libre
%M(6) = Peralte viga
%M(7) = Base viga
%M(8) = Descanso de la columna
%M(9) = f'c
%M(10) = fy
%M(11) = estribo

global Muneg Mupos fc fy Vu Tu Tn Avh pmax pmin
L=M1(5);
h=M1(6);
b=M1(7);
Mneg=M1(1);
Mpos=M1(2);
V=M1(3);
T=M1(4);
Bc=M1(8);
fc=M1(9);
fy=M1(10);
Avh=M1(11);
Muneg=Mneg*100000;
Mupos=Mpos*100000;
Vu=V*1000;
Tu=T*100000;
d=h-(6);

%Cálculo de Beta1
if fc>=170 && fc<=280
    beta=0.85;
else
    beta=0.85-(fc-280)*(0.85-0.65)/(560-280);
end

%Cálculo del área de acero por flexión
As1=0.85*fc*b*d/fy*(1-(1-2*Muneg/(0.9*0.85*fc*b*d^2))^0.5);
As2=0.85*fc*b*d/fy*(1-(1-2*Mupos/(0.9*0.85*fc*b*d^2))^0.5);

%Cálculo de la cuantía máxima y mínima
pmax=0.5*0.85*fc*beta/fy*(6000/(6000+fy));
pmin=0.7*(fc^0.5)/fy;

%cálculo del área de acero por torsión
Tn=Tu/0.85;
```



```

Aoh=(b-8-Avh) * (h-8-Avh) ;
Ph=2* ((b-8-Avh) + (h-8-Avh)) ;
Acp=b*h;
Pcp=2*h+2*b;
Tth=0.85*0.27*(fc^0.5) * (Acp^2)/Pcp;
if Tu<Tth
    As3=0;
    Tu=0;
else
    As3=Tn*Ph/(2*0.85*Aoh*fy);
end

%Cálculo de las cuantías
p1=As1/(b*d);
p2=As2/(b*d);
p3=As3/(b*d);

%Verificación de cuantías, cortante y torsión
if (p1+p3/2)>pmax || (p2+p3/2)>pmax
|| ((Vu/(b*d))^2+((Tu*Ph)/(1.7*(Aoh))^2)^0.5...
>0.85*(0.53*(fc)^0.5+2.1*(fc)^0.5)
    disp('Aumentar la sección de la viga');
else
    x0=[h b p1 p2 p3];
    A=[];
    B=[];
    Aeq=[];
    Beq=[];
    lb=[100*L/18 25 0 0 0];
    ub=[90 Bc 0.025 0.025 pmax];
    options = optimoptions('fmincon', 'ConstraintTolerance', 1e-
10, 'Algorithm', 'interior-point', 'MaxFunEvals', 3e10, 'MaxIter', 1e50);
    [x, costo]=fmincon(@funobj,x0,A,B,Aeq,Beq,lb,ub,@rest,options);
end

%Resultados
h_optim=x(1);
b_optim=x(2);
As1_optim=(x(1)-6)*x(2)*x(3);
As2_optim=(x(1)-6)*x(2)*x(4);
As3_optim=(x(1)-6)*x(2)*x(5);

R1=[h_optim;b_optim;As1_optim;As2_optim;As3_optim];

%Exportar los datos a excel
writematrix(R1,'VIGA.xlsx','sheet','datos_salida','range','B2')

%% OPTIMIZACIÓN DEL SEGUNDO TRAMO
clc
clear

%Importar datos de excel a matlab
M1=readmatrix('VIGA.xlsx','sheet','datos_entrada','range','C2:C13');
%M(1) = Momento negativo

```

```

%M(2) = Momento positivo
%M(3) = Cortante
%M(4) = Torsión
%M(5) = Luz libre
%M(6) = Peralte viga
%M(7) = Base viga
%M(8) = Descanso de la columna
%M(9) = f'c
%M(10) = fy
%M(11) = estribo

```

%Datos de entrada

```

global Muneg Mupos fc fy Vu Tu Tn Avh pmax pmin
L=M1(5);
h=M1(6);
b=M1(7);
Mneg=M1(1);
Mpos=M1(2);
V=M1(3);
T=M1(4);
Bc=M1(8);
fc=M1(9);
fy=M1(10);
Avh=M1(11);
Muneg=Mneg*100000;
Mupos=Mpos*100000;
Vu=V*1000;
Tu=T*100000;
d=h-(6);

```

%Cálculo de Beta1

```

if fc>=170 && fc<=280
    beta=0.85;
else
    beta=0.85-(fc-280)*(0.85-0.65)/(560-280);
end

```

%Cálculo del área de acero por flexión

```

As1=0.85*fc*b*d/fy*(1-(1-2*Muneg/(0.9*0.85*fc*b*d^2))^0.5);
As2=0.85*fc*b*d/fy*(1-(1-2*Mupos/(0.9*0.85*fc*b*d^2))^0.5);

```

%Cálculo de la cuantía máxima y mínima

```

pmax=0.5*0.85*fc*beta/fy*(6000/(6000+fy));
pmin=0.7*(fc^0.5)/fy;

```

%cálculo del área de acero por torsión

```

Tn=Tu/0.85;
Aoh=(b-8-Avh)*(h-8-Avh);
Ph=2*((b-8-Avh)+(h-8-Avh));
Acp=b*h;
Pcp=2*h+2*b;
Tth=0.85*0.27*(fc^0.5)*(Acp^2)/Pcp;
if Tu<Tth
    As3=0;
else

```

```

        As3=Tn*Ph/ (2*0.85*Aoh*fy);
end

%Cálculo de las cuantías
p1=As1/ (b*d);
p2=As2/ (b*d);
p3=As3/ (b*d);

%Verificación de cuantías, cortante y torsión
if (p1+p3/2)>pmax || (p2+p3/2)>pmax
|| ((Vu/ (b*d))^2+((Tu*Ph)/ (1.7*(Aoh)^2)^2)^0.5...
>0.85*(0.53*(fc)^0.5+2.1*(fc)^0.5)
    disp('Aumentar la sección de la viga');
else
    x0=[25 25 p1 p2 p3];
    A=[];
    B=[];
    Aeq=[];
    Beq=[];
    lb=[100*L/18 25 0 0 0];
    ub=[90 Bc 0.025 0.025 pmax];
    options = optimoptions('fmincon', 'ConstraintTolerance', 1e-
10,'Algorithm', 'interior-point','MaxFunEvals',3e10,'MaxIter',1e50);
    [x, costo]=fmincon(@funobj,x0,A,B,Aeq,Beq,lb,ub,@rest,options);

end

%Resultados
h_optim=x(1);
b_optim=x(2);
As1_optim=(x(1)-6)*x(2)*x(3);
As2_optim=(x(1)-6)*x(2)*x(4);
As3_optim=(x(1)-6)*x(2)*x(5);

R1=[h_optim;b_optim;As1_optim;As2_optim;As3_optim];

%Exportar los datos a excel
writematrix(R1,'VIGA.xlsx','sheet','datos_salida','range','C2')

%% OPTIMIZACIÓN DEL TERCER TRAMO
clc
clear

%Importar datos de excel a matlab
M1=readmatrix('VIGA.xlsx','sheet','datos_entrada','range','D2:D13');
%M(1) = Momento negativo
%M(2) = Momento positivo
%M(3) = Cortante
%M(4) = Torsión
%M(5) = Luz libre
%M(6) = Peralte viga
%M(7) = Base viga
%M(8) = Descanso de la columna
%M(10) = f'c
%M(11) = fy

```

```

%M(12) = estribo

%Datos de entrada
global Muneg Mupos fc fy Vu Tu Tn Avh pmax pmin
L=M1(5);
h=M1(6);
b=M1(7);
Mneg=M1(1);
Mpos=M1(2);
V=M1(3);
T=M1(4);
Bc=M1(8);
fc=M1(9);
fy=M1(10);
Avh=M1(11);
Muneg=Mneg*100000;
Mupos=Mpos*100000;
Vu=V*1000;
Tu=T*100000;
d=h-(6);

%Cálculo de Betal
if fc>=170 && fc<=280
    beta=0.85;
else
    beta=0.85-(fc-280)*(0.85-0.65)/(560-280);
end

%Cálculo del área de acero por flexión
As1=0.85*fc*b*d/fy*(1-(1-2*Muneg/(0.9*0.85*fc*b*d^2))^0.5);
As2=0.85*fc*b*d/fy*(1-(1-2*Mupos/(0.9*0.85*fc*b*d^2))^0.5);

%Cálculo de la cuantía máxima y mínima
pmax=0.5*0.85*fc*beta/fy*(6000/(6000+fy));
pmin=0.7*(fc^0.5)/fy;

%cálculo del área de acero por torsión
Tn=Tu/0.85;
Aoh=(b-8-Avh)*(h-8-Avh);
Ph=2*((b-8-Avh)+(h-8-Avh));
Acp=b*h;
Pcp=2*h+2*b;
Tth=0.85*0.27*(fc^0.5)*(Acp^2)/Pcp;
if Tu<Tth
    As3=0;
else
    As3=Tn*Ph/(2*0.85*Aoh*fy);
end

%Cálculo de las cuantías
p1=As1/(b*d);
p2=As2/(b*d);
p3=As3/(b*d);

%Verificación de cuantías, cortante y torsión

```

```

if (p1+p3/2)>pmax || (p2+p3/2)>pmax
|| ((Vu/(b*d))^2+(Tu*Ph)/(1.7*(Aoh)^2)^2)^0.5...
>0.85*(0.53*(fc)^0.5+2.1*(fc)^0.5)
disp('Aumentar la sección de la viga');
else
x0=[25 25 p1 p2 p3];
A=[];
B=[];
Aeq=[];
Beq=[];
lb=[100*L/18 25 0 0 0];
ub=[90 Bc 0.025 0.025 pmax];
options = optimoptions('fmincon', 'ConstraintTolerance', 1e-
10, 'Algorithm', 'interior-point', 'MaxFunEvals', 3e10, 'MaxIter', 1e50);
[x, costo]=fmincon(@funobj,x0,A,B,Aeq,Beq,lb,ub,@rest,options);

end

%Resultados
h_optim=x(1);
b_optim=x(2);
As1_optim=(x(1)-6)*x(2)*x(3);
As2_optim=(x(1)-6)*x(2)*x(4);
As3_optim=(x(1)-6)*x(2)*x(5);

R1=[h_optim;b_optim;As1_optim;As2_optim;As3_optim];

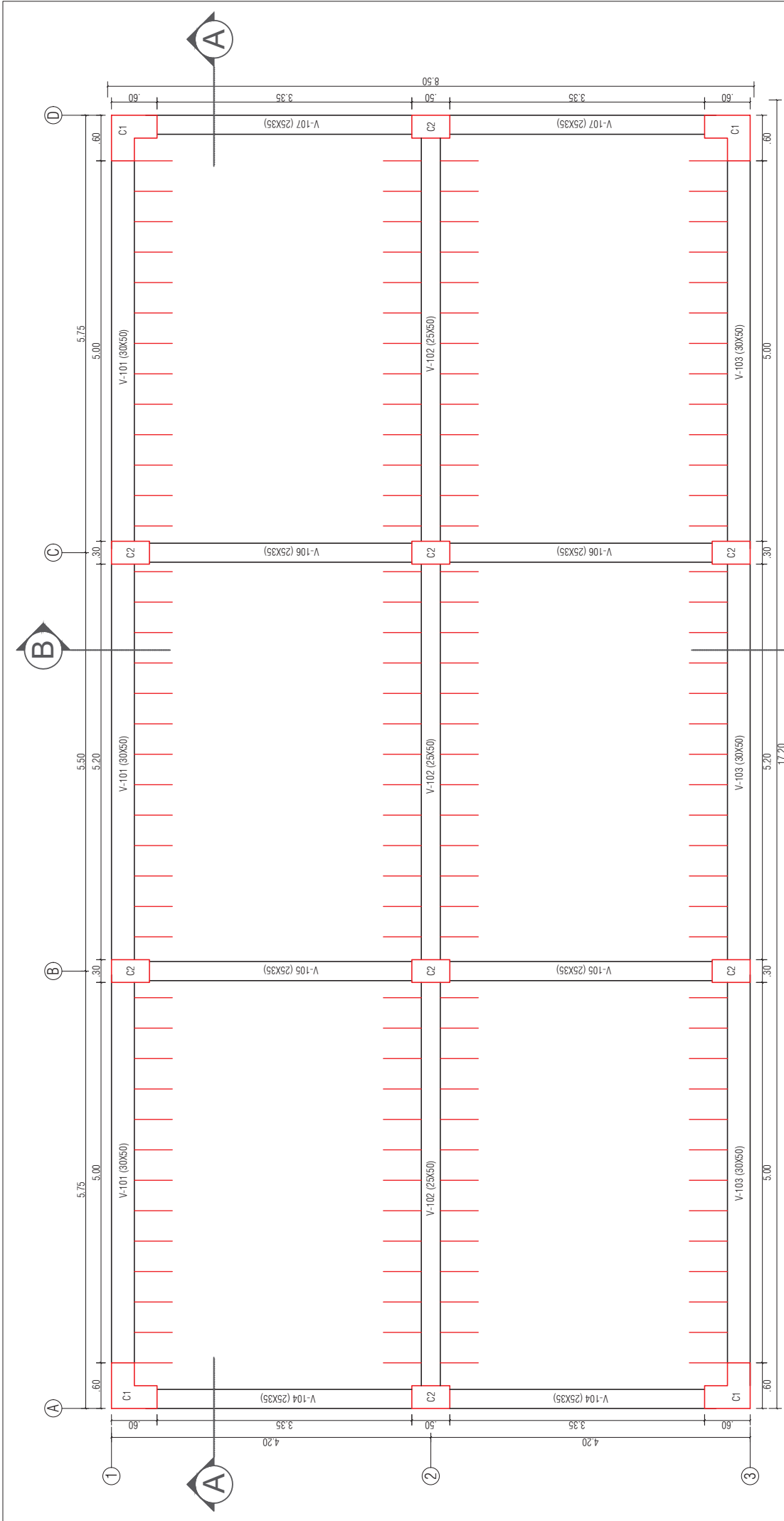
%Exportar los datos a excel
writematrix(R1, 'VIGA.xlsx', 'sheet', 'datos_salida', 'range', 'D2')

%% FUNCIÓN OBJETIVO
function [fun] = funobj(x)
fun=0.064734*x(1)*x(2)+4.52*x(2)*(x(1)-
6)*(x(3)+x(4)+x(5))+1.0515*(2*x(1)+x(2));
end

%% RESTRICCIONES
function [res, reseq]=rest(x)
global Muneg Mupos fc fy Vu Tu Avh pmax pmin
res(1)=Muneg-0.9*x(3)*x(2)*(x(1)-6)*fy*((x(1)-6-x(3)*x(2)*(x(1)-
6)*fy/(2*0.85*fc*x(2)))));
res(2)=Mupos-0.9*x(4)*x(2)*(x(1)-6)*fy*((x(1)-6-x(4)*x(2)*(x(1)-
6)*fy/(2*0.85*fc*x(2)))));
res(3)=0.25*x(1)-x(2);
res(4)=((Vu/(((x(1)-6)*x(2))))^2+(Tu*2*((x(1)-8-Avh)+(x(2)-8-
Avh))/(1.7*((x(1)-8-Avh)*(x(2)-8-Avh))^2))^2)^0.5-
0.85*2.63*(fc)^0.5;
res(5)=Tu-0.85*2*x(5)*(x(1)-6)*x(2)*0.85*(x(1)-8-Avh)*(x(2)-8-
Avh)*fy/(2*((x(1)-8-Avh)+(x(2)-8-Avh)));
res(6)=x(3)+x(5)/2-pmax;
res(7)=pmin-x(3)-x(5)/2;
res(8)=x(4)+x(5)/2-pmax;
res(9)=pmin-x(4)-x(5)/2;
reseq=0;
end


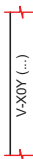

```


ANEXO D: PLANOS




NIVEL 1, 2 Y 3

ESCALA 1/50

LEYENDA	
	C1 COLUMNA DE CONCRETO
	VIGA PERALTADA X: Indica en que nivel se encuentra la viga Y (...): Indica el numero de viga y sus dimensiones
	LOSA ALIGERADA

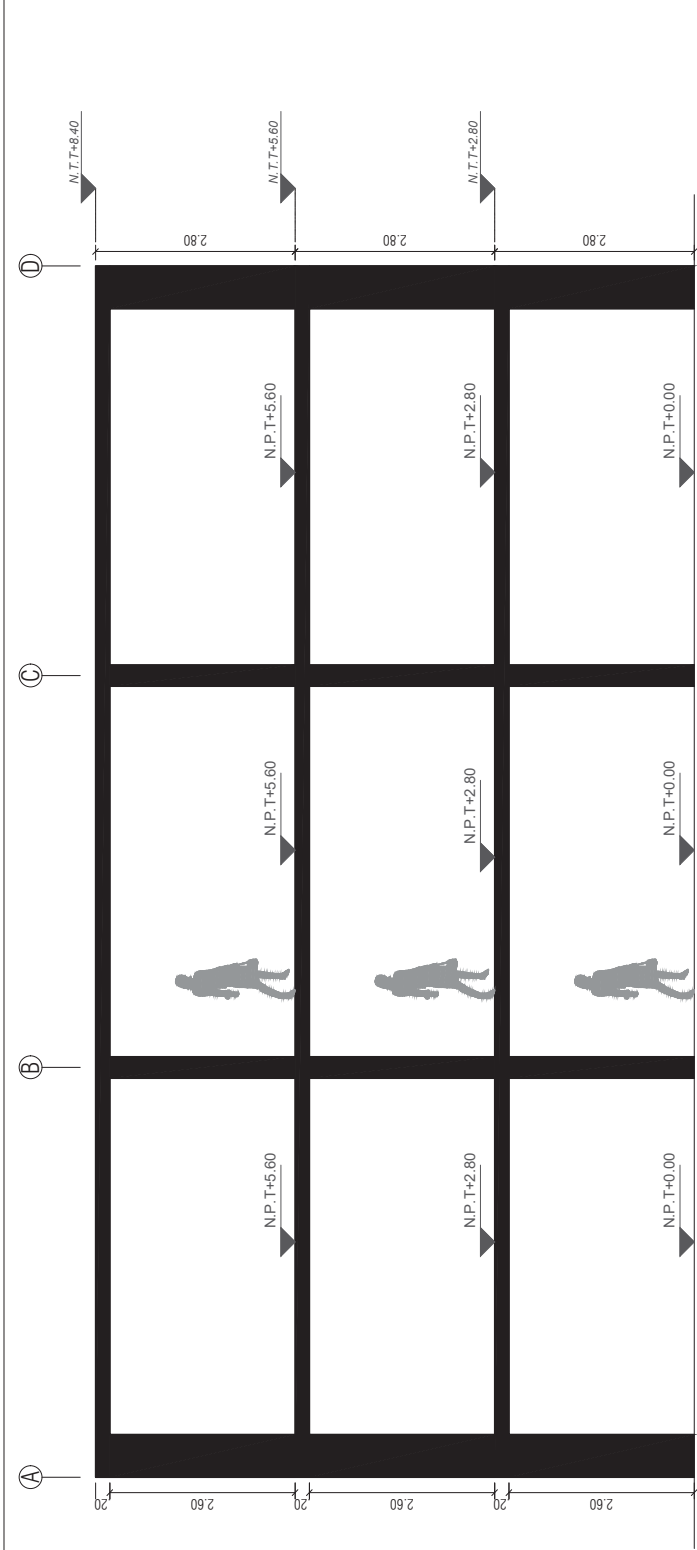


UNIVERSIDAD NACIONAL DE CAJAMARCA
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA ACADÉMICO PROFESIONAL DE INGENIERÍA CIVIL

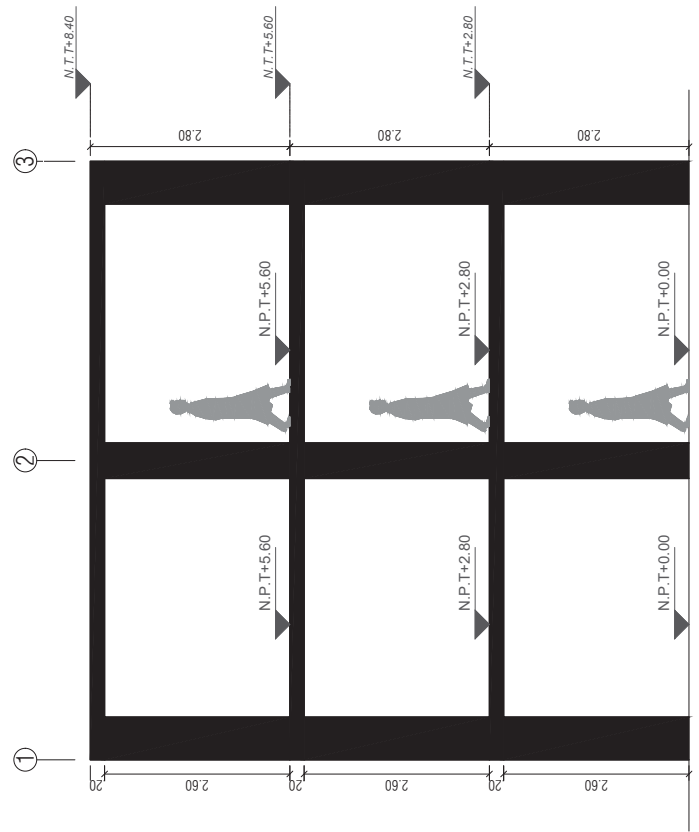


UNIVERSIDAD NACIONAL DE CAJAMARCA
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA ACADÉMICO PROFESIONAL DE INGENIERÍA CIVIL


TEEBIS: "OPTIMIZACIÓN DEL COSTO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO USANDO EL LENGUAJE DE PROGRAMACIÓN MATLAB"	
PROYECTO:	EDIFICACIÓN FICTICIA DE 3 NIVELES
PLANO:	PLANO DE ESTRUCTURACIÓN
ELABORADO POR:	Bach. Jhan Carlos Marín Chatain
FECHA:	AGOSTO 2024
ESCALA:	INDICADA
DEPARTAMENTO:	CAJAMARCA
PROVINCIA:	CAJAMARCA
DISTRITO:	CAJAMARCA
LÁMINA: P-01	




CORTE A-A
ESCALA 1/75



CORTE B-B
ESCALA 1/75



UNIVERSIDAD NACIONAL DE CAJAMARCA
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA ACADÉMICO PROFESIONAL DE INGENIERÍA CIVIL



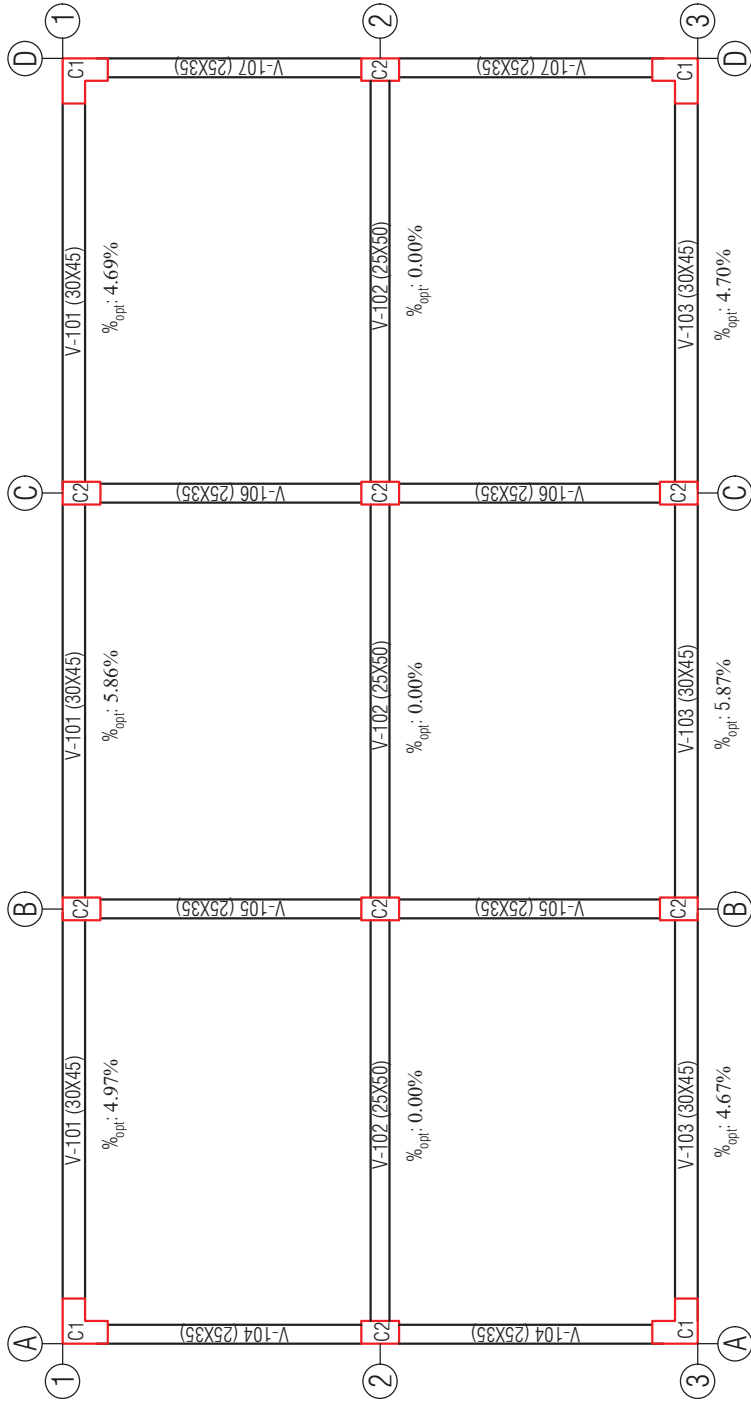
TEBIS: "OPTIMIZACIÓN DEL COSTO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO USANDO EL LENGUAJE DE PROGRAMACIÓN MATLAB"

PROYECTO: EDIFICACIÓN FICTICIA DE 3 NIVELES

PLANO: **PLANO DE ELEVACIONES**


ELABORADO POR: Bach. Jhan Carlos Marín Chatain	ESCALA: INDICADA	FECHA: AGOSTO 2024
DEPARTAMENTO: CAJAMARCA	PROVINCIA: CAJAMARCA	DISTRITO: CAJAMARCA

LÁMINA : P-02




NIVEL 1
ESCALA 1/100

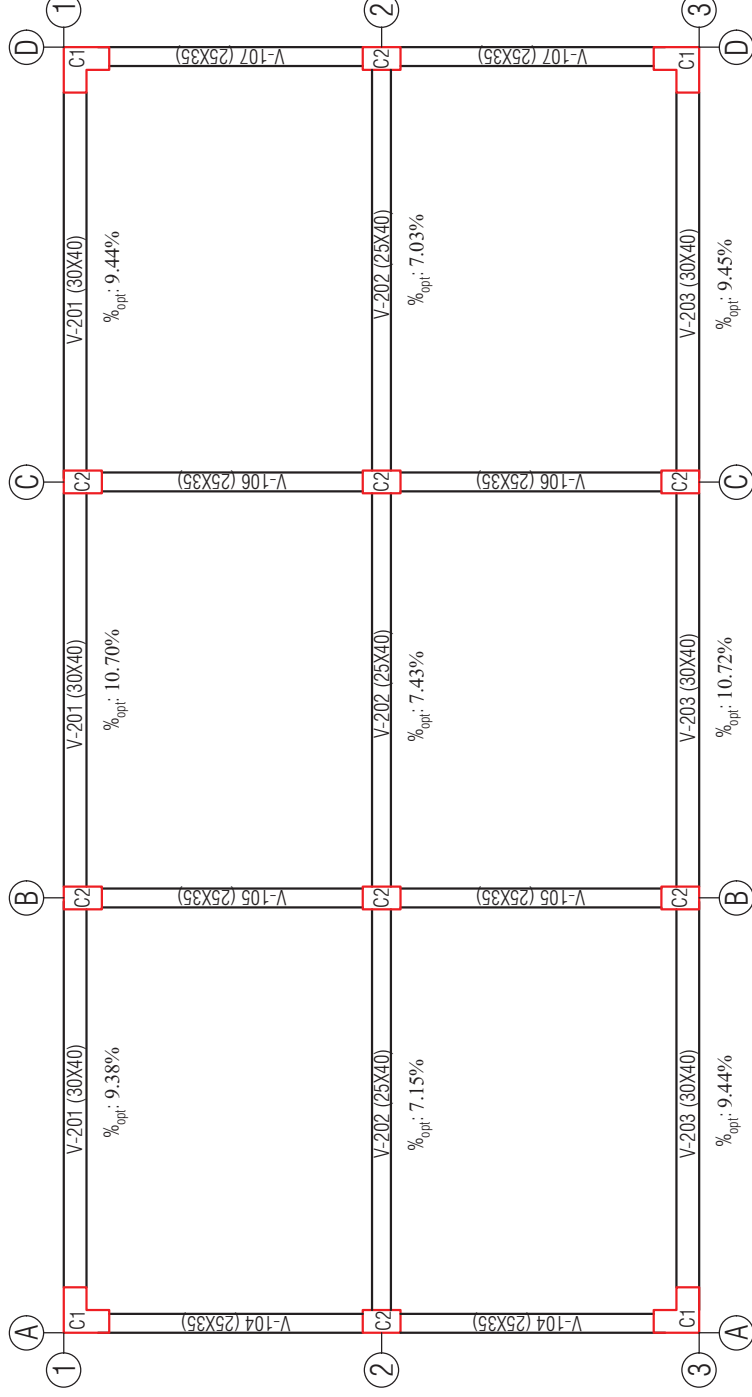
LEYENDA	
	C1 COLUMNA DE CONCRETO
	VIGA PERALTADA
X: Indica en que nivel se encuentra la viga	
Y (...): Indica el numero de viga y sus dimensiones	





UNIVERSIDAD NACIONAL DE CAJAMARCA
FACULTAD DE INGENIERIA
ESCUELA ACADÉMICO PROFESIONAL DE INGENIERIA CIVIL



TESIS: "OPTIMIZACIÓN DEL COSTO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO USANDO EL LENGUAJE DE PROGRAMACIÓN MATLAB"	
PROYECTO: EDIFICACIÓN FICTICIA DE 3 NIVELES	LÁMINA: P-03
ELABORADO POR: Bach. Jhan Carlos Marin Chalan	ESCALA: INDICADA
DEPARTAMENTO: CAJAMARCA	FECHA: AGOSTO 2024
PROVINCIA: CAJAMARCA	DISTRITO: CAJAMARCA



NIVEL 2
ESCALA 1/100

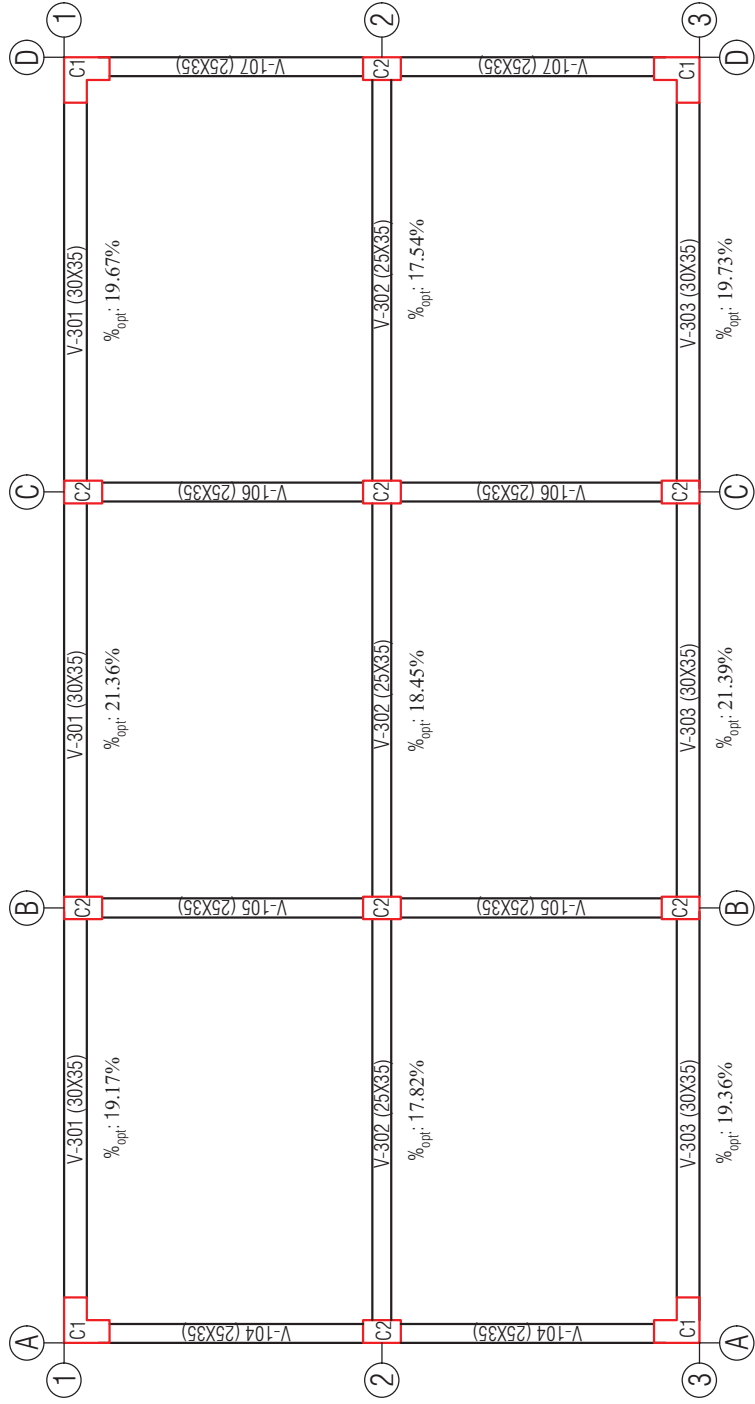
LEYENDA	
 C1	COLUMNA DE CONCRETO
 V-X0Y (...)	VIGA PERALTADA X: Indica en que nivel se encuentra la viga Y (...): Indica el número de viga y sus dimensiones





UNIVERSIDAD NACIONAL DE CAJAMARCA
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA ACADÉMICO PROFESIONAL DE INGENIERÍA CIVIL




TESIS: "OPTIMIZACIÓN DEL COSTO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO USANDO EL LENGUAJE DE PROGRAMACIÓN MATLAB"	
PROYECTO: EDIFICACIÓN FICTICIA DE 3 NIVELES	LÁMINA : P-04
PLANO: VIGAS OPTIMIZADAS - 2DO NIVEL	ESCALA: INDICADA
ELABORADO POR: Bach. Jhan Carlos Marin Chalan	FECHA: AGOSTO 2024
DEPARTAMENTO: CAJAMARCA	PROVINCIA: CAJAMARCA
	DISTRITO: CAJAMARCA




NIVEL 3
ESCALA 1/100

LEYENDA	
 C1	COLUMNA DE CONCRETO
 V-X0Y (...)	VIGA PERALTADA X: Indica en que nivel se encuentra la viga Y (...): Indica el número de viga y sus dimensiones



UNIVERSIDAD NACIONAL DE CAJAMARCA
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA ACADÉMICO PROFESIONAL DE INGENIERÍA CIVIL



TESIS: "OPTIMIZACIÓN DEL COSTO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO USANDO EL LENGUAJE DE PROGRAMACIÓN MATLAB"	
PROYECTO: EDIFICACIÓN FICTICIA DE 3 NIVELES	LÁMINA: P-05
ELABORADO POR: Bach. Jhan Carlos Marin Chalan	ESCALA: INDICADA FECHA: AGOSTO 2024
DEPARTAMENTO: CAJAMARCA	PROVINCIA: CAJAMARCA DISTRITO: CAJAMARCA

ANEXO E: PROCEDIMIENTO DE OPTIMIZACIÓN DE VIGAS

VIGA 101 Eje 1-1, entre A-A y B-B

1. DATOS INICIALES

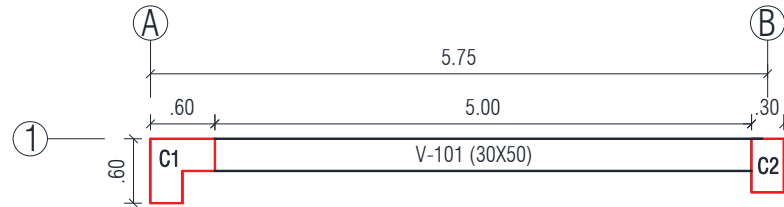


Figura B.1. Viga del primer nivel, en el eje 1-1, entre A-A y B-B

L =	5 m	Luz Libre
b =	30 cm	Base de la viga
h =	50 cm	Peralte de la viga
bc =	30 cm	Descanso de la columna
f _c =	210 kg/cm ²	Resistencia del concreto
f _y =	4200 kg/cm ²	Resistencia del acero
Ø =	0.90	Coefficiente de reducción a la flexión
Ø =	0.85	Coefficiente de reducción a la torsión

2. COMBINACIONES DE DISEÑO

Tabla B.1. Combinaciones de diseño

	PRIMER TRAMO	M (-)	M (+)	Vu	Tu
		1.4CM+1.7CV	-5.13	2.56	-6.32
	SEGUNDO TRAMO	M (-)	M (+)	Vu	Tu
		1.4CM+1.7CV	-1.38	3.37	-2.60
	TERCER TRAMO	M (-)	M (+)	Vu	Tu
		1.4CM+1.7CV	-5.54	2.49	6.21
1.25(CM+CV)+S _x	PRIMER TRAMO	M (-)	M (+)	Vu	Tu
	-10.74	5.37	-7.54	2.26	
	SEGUNDO TRAMO	M (-)	M (+)	Vu	Tu
-2.69	4.86	-4.32	0.92		
TERCER TRAMO	M (-)	M (+)	Vu	Tu	
-9.18	4.59	7.41	-1.99		
1.25(CM+CV)+S _y	PRIMER TRAMO	M (-)	M (+)	Vu	Tu
	-4.97	2.48	-5.86	3.23	
	SEGUNDO TRAMO	M (-)	M (+)	Vu	Tu
-1.31	3.07	-2.42	1.23		
TERCER TRAMO	M (-)	M (+)	Vu	Tu	
-5.24	2.62	5.66	-2.92		
0.9CM+S _x		M (-)	M (+)	Vu	Tu

	PRIMER TRAMO	-8.85	4.43	-5.22	1.28
	SEGUNDO TRAMO	M (-)	M (+)	Vu	Tu
		-2.21	3.99	-3.35	0.51
	TERCER TRAMO	M (-)	M (+)	Vu	Tu
		-7.14	3.57	5.13	-1.08
0.9CM+Sy	PRIMER TRAMO	M (-)	M (+)	Vu	Tu
		-3.07	1.54	-3.54	2.25
	SEGUNDO TRAMO	M (-)	M (+)	Vu	Tu
		-0.80	1.83	-1.45	0.83
	TERCER TRAMO	M (-)	M (+)	Vu	Tu
		-3.19	1.60	3.43	-2.00

Tabla B.2. Envoltente de diseño

COMBINACIONES		1er tramo	2do tramo	3er tramo
Envoltente	M (-)	-10.74	-2.69	-9.18
	M (+)	5.37	4.86	4.59
	Vu	-7.54	-4.32	7.41
	Tu	2.26	0.92	-1.99

3. CÁLCULO DE ÁREAS DE ACERO

Tabla B.3. Cálculo de las áreas de acero

	1er tramo	2do tramo	3er tramo
As (-)	6.88	1.64	5.82
As (+)	3.33	3.00	2.83
Ast	5.35	2.18	4.72
As Sup	9.56	3.19	8.18
As Inf.	6.00	4.09	5.19

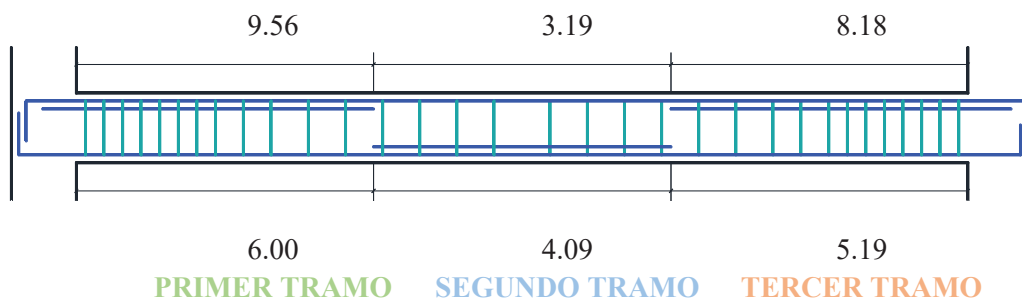


Figura B.2. Áreas de acero superior e inferior

4. OPTIMIZACIÓN DE LAS SECCIONES DE LAS VIGAS

1) Primer Tramo

- Datos iniciales

b =	30 cm	Base
h =	50 cm	Peralte
Mu (-) =	-10.74 Tn-m	Momento último negativo
Mu (+) =	5.37 Tn-m	Momento último positivo
Vu =	-7.54 Tn	Cortante última
Tu =	2.26 Tn-m	Momento torsor último

- Sección optimizada

h =	43.47 cm	Peralte optimizado
b =	28.48 cm	Base optimizada
As1 =	8.35 cm ²	Área de acero negativo
As2 =	3.97 cm ²	Área de acero positivo
As3 =	5.97 cm ²	Área de acero a torsión
As Sup =	11.34 cm ²	Área de acero superior
As inf. =	6.95 cm ²	Área de acero inferior

- Comprobación del momento a flexión

$$Mr = \phi \cdot As \cdot fy \left(d - \frac{As \cdot fy}{2 \cdot 0.85 \cdot f'c \cdot b} \right)$$

$$Mr(-) = 10.74 \text{ Tn-m} \geq Mu(-) = 10.74 \text{ Tn-m} \quad \text{'SI CUMPLE'}$$

$$Mr(+) = 5.37 \text{ Tn-m} \geq Mu(+) = 5.37 \text{ Tn-m} \quad \text{'SI CUMPLE'}$$

- Comprobación del momento torsor

Ph =	108.1 cm	Perímetro confinado de concreto
Aoh =	674.1 cm ²	Área confinada de concreto
Ao =	573 cm ²	Área bruta encerrada por flujo de cortante
Ø =	0.85	Coefficiente de reducción por torsión

$$Tr = \phi \frac{2 \cdot Ao \cdot Al \cdot fy}{Ph} \cot(\theta)$$

$$Tr = 2.26 \text{ tn-m} \geq Tu = 2.26 \text{ Tn-m} \quad \text{'SI CUMPLE'}$$

- Comprobación de la sección por cortante y torsión

$$\sqrt{\left(\frac{Vu}{b \cdot d}\right)^2 + \left(\frac{Tu \cdot Ph}{1.7 \cdot Aoh^2}\right)^2} \leq \phi(0.53\sqrt{f'c} + 2.1\sqrt{f'c})$$

$$32.40 \leq 32.40$$

'SI CUMPLE'

2) Segundo Tramo

- Datos iniciales

b =	30 cm	Base
h =	50 cm	Peralte
Mu (-) =	-2.69 Tn-m	Momento último negativo
Mu (+) =	4.86 Tn-m	Momento último positivo
Vu =	-4.32 Tn	Cortante última
Tu =	0.92 Tn-m	Momento torsor último

- Sección optimizada

h =	32.33 cm	Peralte optimizado
b =	25.00 cm	Base optimizada
As1 =	2.84 cm ²	Área de acero negativo
As2 =	5.40 cm ²	Áreas de acero positivo
As3 =	3.18 cm ²	Área de acero a torsión
As Sup =	4.43 cm ²	Área de acero superior
As Inf =	6.99 cm ²	Área de acero inferior

- Comprobación del momento a flexión

$$Mr = \phi \cdot As \cdot fy \left(d - \frac{As \cdot fy}{2 \cdot 0.85 \cdot f'c \cdot b} \right)$$

$$Mr(-) = 2.69 \text{ Tn-m} \geq Mu(-) = 2.69 \text{ Tn-m} \quad \text{'SI CUMPLE'}$$

$$Mr(+) = 4.86 \text{ Tn-m} \geq Mu(+) = 4.86 \text{ Tn-m} \quad \text{'SI CUMPLE'}$$

- Comprobación del momento torsor

Ph =	77.16 cm	Perímetro confinado de concreto
Aoh =	362.8 cm ²	Área confinada de concreto
Ao =	308.4 cm ²	Área bruta encerrada por flujo de cortante
Ø =	0.85	Coefficiente de reducción por torsión

$$Tr = \phi \frac{2 \cdot Ao \cdot Al \cdot fy}{Ph} \cot(\theta)$$

$$Tr = 0.92 \text{ tn-m} \geq Tu = 0.92 \text{ Tn-m} \quad \text{'SI CUMPLE'}$$

- Comprobación de la sección por cortante y torsión

$$\sqrt{\left(\frac{Vu}{b \cdot d}\right)^2 + \left(\frac{Tu \cdot Ph}{1.7 \cdot Aoh^2}\right)^2} \leq \phi(0.53\sqrt{f'c} + 2.1\sqrt{f'c})$$

$$30.98 \leq 32.40 \quad \text{'SI CUMPLE'}$$

3) Tercer Tramo

- Datos iniciales

b =	30 cm	Base
h =	50 cm	Peralte
Mu (-) =	-9.18 Tn-m	Momento último negativo
Mu (+) =	4.59 Tn-m	Momento último positivo
Vu =	7.41 Tn	Cortante última
Tu =	-1.99 Tn-m	Momento torsor último

- Sección optimizada

h =	40.61 cm	Peralte optimizado
b =	28.43 cm	Base optimizada
As1 =	7.73 cm ²	Área de acero negativo
As2 =	3.67 cm ²	Área de acero positivo
As3 =	5.44 cm ²	Área de acero a torsión
As Sup =	10.45 cm ²	Área de acero superior
As inf =	6.39 cm ²	Área de acero inferior

- Comprobación del momento a flexión

$$Mr = \phi \cdot As \cdot fy \left(d - \frac{As \cdot fy}{2 \cdot 0.85 \cdot f'c \cdot b} \right)$$

$$Mr(-) = 9.18 \text{ Tn-m} \geq Mu(-) = 9.18 \text{ Tn-m} \quad \text{'SI CUMPLE'}$$

$$Mr(-) = 4.59 \text{ Tn-m} \geq Mu(-) = 4.59 \text{ Tn-m} \quad \text{'SI CUMPLE'}$$

- Comprobación del momento torsor

Ph =	102.3 cm	Perímetro confinado de concreto
Aoh =	616.6 cm ²	Área confinada de concreto
Ao =	524.1 cm ²	Área bruta encerrada por flujo de cortante
Ø =	0.85	Coefficiente de reducción por torsión

$$Tr = \phi \frac{2 \cdot A_o \cdot A_l \cdot f_y}{Ph} \cot(\theta)$$

$$Tr = 1.99 \text{ tn-m} \geq Tu = 1.99 \text{ Tn-m} \quad \text{'SI CUMPLE'}$$

- Comprobación de la sección por cortante y torsión

$$\sqrt{\left(\frac{Vu}{b \cdot d}\right)^2 + \left(\frac{Tu \cdot Ph}{1.7 \cdot A_o h^2}\right)^2} \leq \phi(0.53\sqrt{f'c} + 2.1\sqrt{f'c})$$

$$32.40 \leq 32.40 \quad \text{'SI CUMPLE'}$$

5. SECCIONES ÓPTIMAS

Tabla B.4. Elección de la sección óptima

SECCIÓN	1er tramo	2do tramo	3er tramo	Sección final
h	43.47	32.33	40.61	45.00
b	28.48	25.00	28.43	30.00

Tabla B.5. Cálculo de las áreas de acero

	1er tramo	2do tramo	3er tramo
As (-)	7.92	1.86	6.68
As (+)	3.79	3.41	3.22
Ast	5.60	2.28	4.94
As Sup	10.72	3.00	9.15
As Inf.	6.59	4.55	5.69

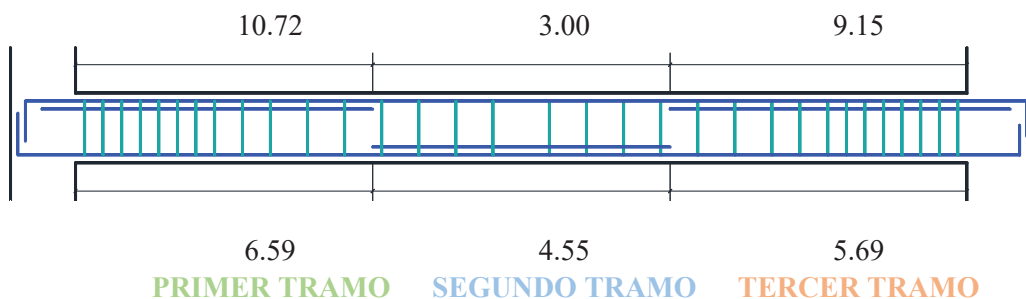


Figura B.3. Áreas de acero superior e inferior

6. COMPARACIÓN DE COSTOS

$$C_t = C_c(b \cdot h) + C_s[b(h - 6)](\rho_1 + \rho_2 + \rho_3) + C_e(b + 2h)$$

$C_c =$	0.046 soles/cm ² /m	Costo del concreto
$C_s =$	3.953 soles/cm ² /m	Costo del acero
$C_e =$	0.774 soles/cm ² /m	Costo del encofrado

C_t: costo total de la sección de la viga por m

a) Sección Inicial

SECCIÓN		1er tramo	2do tramo	3er tramo
h =	50	As Sup.	As Suup	As Suup
		9.56	3.19	8.18
b =	30	As Inf.	As Inf.	As Inf.
		6.00	4.09	5.19
COSTO		215.39	182.64	206.73
TOTAL		604.76		

b) Sección Optimizada

SECCIÓN		1er tramo	2do tramo	3er tramo
h =	45	As Sup.	As Suup	As Suup
		10.72	3.00	9.15
b =	30	As Inf.	As Inf.	As Inf.
		6.59	4.55	5.69
COSTO		207.69	169.10	197.90
TOTAL		574.68		

c) Comparación

	Costo por tramo			Costo total	Porcentaje de optimización
	1er tramo	2do tramo	3er tramo		
Viga sin optimización	215.39	182.64	206.73	604.76	4.97%
Viga optimizada	207.69	169.10	197.90	574.68	

ANEXO F: RESULTADOS DE LA OPTIMIZACIÓN DE LAS VIGAS

Resultados del Primer Nivel

1. Costo de vigas

VIGA 101 Eje 1-1, entre A-A y B-B

	Costo por tramo			Costo total	Porcentaje de optimización
	Costo por tramo	0.00	0.00		
Viga sin optimización	215.39	182.64	206.73	604.76	4.97%
Viga optimizada	207.69	169.10	197.90	574.68	

VIGA 101 Eje 1-1, entre B-B y C-C

	Costo por tramo			Costo total	Porcentaje de optimización
	1er tramo	2do tramo	3er tramo		
Viga sin optimización	214.00	194.57	214.00	622.56	5.86%
Viga optimizada	204.05	177.94	204.05	586.05	

VIGA 101 Eje 1-1, entre C-C y D-D

	Costo por tramo			Costo total	Porcentaje de optimización
	1er tramo	2do tramo	3er tramo		
Viga sin optimización	222.22	197.55	230.88	650.65	4.69%
Viga optimizada	213.39	183.59	223.18	620.16	

VIGA 102 Eje 2-2, entre A-A y B-B

	Costo por tramo			Costo total	Porcentaje de optimización
	1er tramo	2do tramo	3er tramo		
Viga sin optimización	197.17	183.62	208.23	589.03	0.00%
Viga optimizada	197.17	183.62	208.23	589.03	

VIGA 102 Eje 2-2, entre B-B y C-C

	Costo por tramo			Costo total	Porcentaje de optimización
	1er tramo	2do tramo	3er tramo		
Viga sin optimización	202.11	179.15	202.11	583.36	0.00%
Viga optimizada	202.11	179.15	202.11	583.36	

VIGA 102 Eje 2-2, entre C-C y D-D

	Costo por tramo			Costo total	Porcentaje de optimización
	1er tramo	2do tramo	3er tramo		
Viga sin optimización	208.23	183.62	198.56	590.41	0.00%
Viga optimizada	208.23	183.62	198.56	590.41	

VIGA 103 Eje 3-3, entre A-A y B-B

	Costo por tramo			Costo total	Porcentaje de optimización
	1er tramo	2do tramo	3er tramo		
Viga sin optimización	227.68	198.13	222.22	648.03	4.67%
Viga optimizada	219.83	184.59	213.39	617.80	

VIGA 103 Eje 3-3, entre B-B y C-C

	Costo por tramo			Costo total	Porcentaje de optimización
	1er tramo	2do tramo	3er tramo		
Viga sin optimización	213.50	194.57	214.00	622.06	5.87%
Viga optimizada	203.53	177.94	204.05	585.53	

VIGA 103 Eje 3-3, entre C-C y D-D

	Costo por tramo			Costo total	Porcentaje de optimización
	1er tramo	2do tramo	3er tramo		
Viga sin optimización	221.34	197.55	230.88	649.78	4.70%
Viga optimizada	212.47	183.59	223.18	619.24	

Resultados del Segundo Nivel

1. Costo de vigas

VIGA 201 Eje 1-1, entre A-A y B-B

	Costo por tramo			Costo total	Porcentaje de optimización
	1er tramo	2do tramo	3er tramo		
Viga sin optimización	223.48	195.11	218.29	636.88	9.38%
Viga optimizada	207.85	168.25	201.02	577.12	

VIGA 201 Eje 1-1, entre B-B y C-C

	Costo por tramo			Costo total	Porcentaje de optimización
	1er tramo	2do tramo	3er tramo		
Viga sin optimización	215.25	194.57	215.25	625.07	10.70%
Viga optimizada	197.10	163.98	197.10	558.19	

VIGA 201 Eje 1-1, entre C-C y D-D

	Costo por tramo			Costo total	Porcentaje de optimización
	1er tramo	2do tramo	3er tramo		
Viga sin optimización	218.29	194.86	223.48	636.63	9.44%
Viga optimizada	201.02	167.69	207.85	576.56	

VIGA 202 Eje 2-2, entre A-A y B-B

	Costo por tramo			Costo total	Porcentaje de optimización
	1er tramo	2do tramo	3er tramo		
Viga sin optimización	194.83	182.45	203.65	580.93	7.15%
Viga optimizada	182.78	160.67	195.93	539.38	

VIGA 202 Eje 2-2, entre B-B y C-C

	Costo por tramo			Costo total	Porcentaje de optimización
	1er tramo	2do tramo	3er tramo		
Viga sin optimización	199.79	179.46	199.79	579.04	7.43%
Viga optimizada	190.11	155.82	190.11	536.04	

VIGA 202 Eje 2-2, entre C-C y D-D

	Costo por tramo			Costo total	Porcentaje de optimización
	1er tramo	2do tramo	3er tramo		
Viga sin optimización	203.65	182.45	196.40	582.50	7.03%
Viga optimizada	195.93	160.67	184.94	541.55	

VIGA 203 Eje 3-3, entre A-A y B-B

	Costo por tramo			Costo total	Porcentaje de optimización
	1er tramo	2do tramo	3er tramo		
Viga sin optimización	221.58	195.11	218.29	634.98	9.44%
Viga optimizada	205.74	168.25	201.02	575.01	

VIGA 203 Eje 3-3, entre B-B y C-C

	Costo por tramo			Costo total	Porcentaje de optimización
	1er tramo	2do tramo	3er tramo		
Viga sin optimización	214.65	194.57	215.25	624.46	10.72%
Viga optimizada	196.43	163.98	197.10	557.52	

VIGA 203 Eje 3-3, entre C-C y D-D

	Costo por tramo			Costo total	Porcentaje de optimización
	1er tramo	2do tramo	3er tramo		
Viga sin optimización	217.81	194.86	223.48	636.15	9.45%
Viga optimizada	200.49	167.69	207.85	576.03	

Resultados del Tercer Nivel

1. Costo de vigas

VIGA 301 Eje 1-1, entre A-A y B-B

	Costo por tramo			Costo total	Porcentaje de optimización
	1er tramo	2do tramo	3er tramo		
Viga sin optimización	201.06	194.57	198.17	593.79	19.17%
Viga optimizada	170.61	145.73	163.63	479.97	

VIGA 301 Eje 1-1, entre B-B y C-C

	Costo por tramo			Costo total	Porcentaje de optimización
	1er tramo	2do tramo	3er tramo		
Viga sin optimización	196.70	194.57	196.70	587.97	21.36%
Viga optimizada	160.14	142.13	160.14	462.41	

VIGA 301 Eje 1-1, entre C-C y D-D

	Costo por tramo			Costo total	Porcentaje de optimización
	1er tramo	2do tramo	3er tramo		
Viga sin optimización	198.17	194.57	201.06	593.79	19.67%
Viga optimizada	163.63	142.76	170.61	477.00	

VIGA 302 Eje 2-2, entre A-A y B-B

	Costo por tramo			Costo total	Porcentaje de optimización
	1er tramo	2do tramo	3er tramo		
Viga sin optimización	177.31	175.15	181.85	534.31	17.82%
Viga optimizada	146.53	137.35	155.20	439.07	

VIGA 302 Eje 2-2, entre B-B y C-C

	Costo por tramo			Costo total	Porcentaje de optimización
	1er tramo	2do tramo	3er tramo		
Viga sin optimización	180.61	175.04	180.61	536.26	18.45%
Viga optimizada	152.03	133.29	152.03	437.34	

VIGA 302 Eje 2-2, entre C-C y D-D

	Costo por tramo			Costo total	Porcentaje de optimización
	1er tramo	2do tramo	3er tramo		
Viga sin optimización	181.85	175.15	177.31	534.31	17.54%
Viga optimizada	155.20	137.35	148.05	440.60	

VIGA 303 Eje 3-3, entre A-A y B-B

	Costo por tramo			Costo total	Porcentaje de optimización
	1er tramo	2do tramo	3er tramo		
Viga sin optimización	200.33	194.57	198.17	593.07	19.36%
Viga optimizada	168.87	145.73	163.63	478.23	

VIGA 303 Eje 3-3, entre B-B y C-C

	Costo por tramo			Costo total	Porcentaje de optimización
	1er tramo	2do tramo	3er tramo		
Viga sin optimización	196.58	194.57	196.70	587.85	21.39%
Viga optimizada	159.84	142.13	160.14	462.11	

VIGA 303 Eje 3-3, entre C-C y D-D

	Costo por tramo			Costo total	Porcentaje de optimización
	1er tramo	2do tramo	3er tramo		
Viga sin optimización	197.96	194.57	201.06	593.58	19.73%
Viga optimizada	163.13	142.76	170.61	476.50	