UNIVERSIDAD NACIONAL DE CAJAMARCA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

ESCUELA ACADÉMICO PROFESIONAL DE EDUCACIÓN

TESIS

MODELO DE VAN HIELE Y SU INFLUENCIA EN EL DESARROLLO DE LA COMPETENCIA RESUELVE PROBLEMAS DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN, DE LOS ESTUDIANTES DEL QUINTO GRADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DE LA I.E. N° 82012 “TORIBIO CASANOVA LÓPEZ” – CAJAMARCA, 2024.

Para optar el Título Profesional de Licenciado en Educación – Especialidad “Matemática y Física”

Presentada por:

Bachiller: César Miguel Castañeda Olivares

Asesor:

M. Cs. Elmer Luis Pisco Goicochea

Cajamarca – Perú

2025

Universidad Nacional de Cajamarca
"Norte de la Universidad Peruana"

CONSTANCIA DE INFORME DE ORIGINALIDAD

1. Investigador:
César Miguel Castañeda Olivares
DNI: 75656982
Escuela Profesional/Unidad UNC:
Eswela Académico Profesional de Educación

2. Asesor:
M. Cs. Elmer Luís Pisco Goicochea
Facultad/Unidad UNC:
FACULTAD DE EDUCACIÓN

3. Grado académico o título profesional

☐Bachiller ☒Título profesional ☐Segunda especialidad

☐Maestro ☐Doctor

4. Tipo de Investigación:

☒ Tesis ☐ Trabajo de investigación ☐ Trabajo de suficiencia profesional

☐ Trabajo académico

5. Título de Trabajo de Investigación:
MODELO DE VAN HIELE Y SU INFLUENCIA EN EL DESARROLLO DE LA COMPETENCIA RESUELVE PROBLEMAS DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN, DE LOS ESTUDIANTES DEL QUINTO GRADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DE LA I.E. N° 82012 "TORIBIO CASANOVA LÓPEZ" - CAJAMARCA, 2024

6. Fecha de evaluación: 22 / 12 / 2025

7. Software antiplagio: ☒ **TURNITIN** ☐ **URKUND (OURIGINAL)** ***(*)***

8. Porcentaje de Informe de Similitud: 23 %

9. Código Documento: 3117:542234726

10. Resultado de la Evaluación de Similitud:

☒ **APROBADO** ☐ **PARA LEVANTAMIENTO DE OBSERVACIONES O DESAPROBADO**

Fecha Emisión: 22 / 12 / 2025

Firma y/o Sello
Emisor Constancia

Nombres y Apellidos Elmer Luis Pisco Goicochea
DNI: 26714773

* En caso se realizó la evaluación hasta setiembre de 2023

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CAJAMARCA

"NORTE DE LA UNIVERSIDAD PERUANA"

Facultad de Educación ¡Rumbo a la Acreditación! UNC

FACULTAD DE EDUCACIÓN
Escuela Académico Profesional de Educación

ACTA DE SUSTENTACIÓN DE TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE LICENCIADO EN EDUCACIÓN

En la ciudad de Cajamarca, siendo las 9:00 A.M. horas del día 01 de OCTUBRE del 2025; se reunieron presencialmente en el ambiente 1H-203, los miembros del Jurado Evaluador del proceso de titulación en la modalidad de Sustentación de la Tesis, integrado por:

1. **Presidente:** Dr. LUIS ENRIQUE ZELAYA DE LOS SANTOS
2. **Secretario:** Dr. JUAN EDILBERTO JULCA NOVOA
3. **Vocal:** Mg. EVER ROJAS HUAMÁN
4. **Asesor (a):** M.Cs. ELMER LUIS PISCO GOICOCHEA

Con el objeto de evaluar la Sustentación de la Tesis, titulada:

"MODELO DE VAN HIELE Y SU INFLUENCIA EN EL DESARROLLO DE LA COMPETENCIA RESUELVE PROBLEMAS DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN, DE LOS ESTUDIANTES DEL QUINTO GRADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DE LA I.E. N° 82012 "TORIBIO CASANOVA LÓPEZ" - CAJAMARCA, 2024"

presentado por: BACH. CÉSAR MIGUEL CASTAÑEDA OLIVARES

con la finalidad de obtener el Título Profesional de Licenciado en Educación en la Especialidad de MATEMÁTICA Y FÍSICA

El Presidente del Jurado Evaluador, de conformidad al Reglamento de Grados y Títulos de la Escuela Académico Profesional de Educación de la Facultad de Educación, procedió a autorizar el inicio de la sustentación.

Recibida la sustentación y las respuestas a las preguntas formuladas por los miembros del Jurado Evaluador, referentes a la exposición y al contenido final de la Tesis, luego de la deliberación respectiva, se considera: APROBADO (X) DESAPROBADO ( ), con el calificativo de: Dieciséis (16)
(Letras) (Números)

Acto seguido, el Presidente del Jurado Evaluador, informó públicamente el resultado obtenido por el sustentante.

Siendo las 10.15 a.m. horas del mismo día, el señor Presidente del Jurado Evaluador, dio por concluido este acto académico y dando su conformidad firman la presente los miembros de dicho Jurado.

Cajamarca, 01 de OCTUBRE del 2025.

Presidente Secretario Vocal Asesor

DEDICATORIA

Esta tesis se la dedico a mi madre, a mi padre y a mi hermano, quienes son la fuente de mi inspiración para superarme cada día y seguir mejorando como persona y como profesional. Gracias por su apoyo constante e inquebrantable en cada etapa de mi vida personal y académica

AGRADECIMIENTO

Hago presente mi agradecimiento a mi alma máter, la Universidad Nacional de Cajamarca, por su acogida durante mi formación profesional; también agradezco a los docentes que formaron parte de este proceso por sus enseñanzas y consejos que me brindaron.

Asimismo, agradezco a mi asesor por la paciencia y el apoyo brindados durante el desarrollo y culminación de este trabajo de investigación.

Del mismo modo, agradezco al director, plana docente y administrativa, y a la comunidad estudiantil de la I.E. N° 82012 “Toribio Casanova López”, por haberme permitido realizar mi trabajo de investigación y a la vez haber sido participes de ello, gracias por la confianza y el apoyo brindado durante este corto periodo.

ÍNDICE

ÍNDICE DE TABLAS

ÍNDICE DE FIGURAS

RESUMEN

El presente estudio de investigación trató del problema de qué influencia tiene la aplicación del modelo de Van Hiele en el desarrollo de la competencia “Resuelve problemas de forma, movimiento y localización” de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria de la I.E. N.º 82012 “Toribio Casanova López”, Cajamarca, 2024, tuvo como objetivo general determinar la influencia que tiene la aplicación del modelo de Van Hiele en el desarrollo de la competencia “Resuelve problemas de forma, movimiento y localización”. Para el proceso metodológico se usaron el método hipotético-deductivo, el método analítico, el método estadístico y el método científico; es una investigación aplicada, explicativa y longitudinal, con un enfoque cuantitativo y un diseño cuasiexperimental. La población estuvo conformada por 98 estudiantes, donde la muestra estuvo conformada por 50 estudiantes, 25 estudiantes pertenecieron al grupo experimental y 25 estudiantes al grupo de control, a quienes se les aplico como técnica, la evaluación, y el instrumento para la recolección de datos fue una prueba escrita, conformado por 20 preguntas, funcionando para el pre-test y post-test de la investigación. Los resultados confirman que la intervención con el modelo de Van Hiele tuvo un impacto estadísticamente significativo ($p < 0,05$), con valores de t altamente positivos que indican mejoras sustanciales en el postest. Por lo tanto, la aplicación del modelo Van Hiele tiene una influencia positiva en el desarrollo de la competencia “Resuelve problemas de forma, movimiento y localización” de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria de la I.E. N.º 82012 “Toribio Casanova López”, Cajamarca, 2024.

Palabras clave: Modelo de Van Hiele, Competencia, Capacidades, Aprendizaje

ABSTRACT

This research study addressed the problem of what influence the application of the Van Hiele model has on the development of the competence "Solve problems of shape, movement and location" of fifth-grade secondary school students at I.E. No. 82012 "Toribio Casanova López", Cajamarca, 2024, had as general objective to determine the influence that the application of the Van Hiele model has on the development of the competence "Solve problems of shape, movement and location". For the methodological process, the hypothetical-deductive method, the analytical method, the statistical method and the scientific method were used; it is an applied, explanatory and longitudinal research, with a quantitative approach and a quasi-experimental design. The population consisted of 98 students, where the sample consisted of 50 students, 25 students belonged to the experimental group and 25 students to the control group, to whom the technique was applied, the evaluation, and the instrument for data collection was a written test, consisting of 20 questions, functioning for the pre-test and post-test of the research. The results confirm that the intervention with the Van Hiele model had a statistically significant impact ($p < 0.05$), with highly positive t values indicating substantial improvements in the post-test. Therefore, the application of the Van Hiele model has a positive influence on the development of the competence "Solves problems of shape, movement and location" of fifth grade secondary education students of I.E. No. 82012 "Toribio Casanova López", Cajamarca, 2024.

Keywords: Van Hiele Model, Competence, Abilities, Learning

INTRODUCCIÓN

Dentro del Currículo Nacional de Educación Básica (CNEB), la geometría se aborda a través de la competencia "Resuelve problemas de forma, movimiento y localización". Esta competencia implica que el estudiante sea capaz de orientarse y describa la posición y el movimiento de objetos y de sí mismo en el espacio, visualizando, interpretando, relacionando y construyendo objetos con formas geométricas bidimensionales y tridimensionales, utilizando instrumentos, estrategias y procedimientos de construcción y medida. Esta competencia se compone de cuatro capacidades interrelacionadas que los estudiantes deben desarrollar. El desarrollo de estas capacidades fomenta la creatividad y la autorregulación del aprendizaje, permitiendo a los estudiantes abordar situaciones problemáticas con mayor eficacia y desarrollar una comprensión más profunda de la geometría aplicada en contextos reales.

No obstante, la geometría es considerada como una disciplina abstracta y, al mismo tiempo, es fundamental para el desarrollo de habilidades de pensamiento espacial y crítico en los estudiantes. Tradicionalmente, la geometría se ha enseñado de manera abstracta, generando dificultades y desafíos significativos en la comprensión de los alumnos, en ciertos casos, un desinterés tanto en estudiantes como en docentes. Esta situación ha llevado a la necesidad de implementar nuevas estrategias didácticas que permitan un desarrollo más efectivo del razonamiento geométrico. De ahí que la presente investigación se centra en la aplicación del Modelo de Van Hiele a la competencia "Resuelve problemas de forma, movimiento y localización", pues dicho modelo se fundamenta en que el desarrollo del pensamiento geométrico es secuencial y jerárquico; además, permite identificar patrones de razonamiento, obstáculos conceptuales y la eficacia de las estrategias pedagógicas.

La presente tesis comprende cuatro capítulos:

Capítulo 1. Problema de investigación: Se hace referencia al planteamiento de la problemática en estudio que consiste en describir y formular el problema general: ¿Qué influencia tiene la aplicación del modelo de Van Hiele en el desarrollo de la competencia "Resuelve problemas de forma, movimiento y localización" de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria de la I.E. N.° 82012 "Toribio Casanova López", Cajamarca, 2024?, y, los problemas derivados, justificar la investigación en lo teórico, práctico y metodológico, delimitar espacial y temporalmente el estudio, redactar el objetivo general: Determinar la influencia que tiene la aplicación del modelo de Van Hiele en el desarrollo de la competencia "Resuelve problemas de forma, movimiento y localización" de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria de la I.E. N° 82012 "Toribio Casanova López", Cajamarca, 2024, y finalmente, los objetivos específicos.

Capítulo 2. Marco teórico: Se enfoca en el marco teórico de la investigación, conformado por los antecedentes internacionales, nacionales y locales; el marco teórico o el marco conceptual y la definición de términos básicos.

Capítulo 3. Marco metodológico: Se trata de la caracterización y contextualización de la investigación. La hipótesis general: La aplicación del modelo Van Hiele tiene una influencia positiva en el desarrollo de la competencia "Resuelve problemas de forma, movimiento y localización" de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria de la I.E. "Toribio Casanova López", Cajamarca, 2024, y las hipótesis específicas, las variables de investigación, la matriz de operacionalización de variables, población y muestra, unidad de análisis, métodos, tipo de investigación, diseño de investigación, técnicas e instrumentos de recolección de datos, técnicas para el procesamiento y análisis de los datos, validez y confiabilidad.

Capítulo 4. Resultados y discusión: Se presentan los resultados de las variables de estudio, análisis y discusión de los resultados y prueba de hipótesis. En este capítulo también se incluyen las conclusiones, sugerencias, referencias, apéndices y anexos que muestran los documentos necesarios y utilizados en el presente estudio de investigación.

CAPÍTULO I

PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1. Planteamiento del problema

La matemática es una de las ciencias que ocupa un lugar preponderante en el currículo escolar global. A lo largo de su historia, se mencionan diversas estructuraciones cuyo fin es consolidar su desarrollo, enseñanza y aprendizaje. Por esta razón, la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas constituyen un tema fundamental en educación por las dificultades que se presentan en el aula (…) y la poca aceptación de esta ciencia por parte de los estudiantes (Sánchez, 2017, p. 7). Es por este motivo que el aprendizaje matemático tradicionalmente es un problema para muchos estudiantes debido al nivel de abstracción que representa.

Por esta razón, existen programas educativos internacionales y nacionales que muestran datos estadísticos sobre el avance y desarrollo de aprendizajes de los estudiantes. En el plano internacional, tenemos el Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes (PISA, por sus siglas en inglés, Programme for International Student Assessment) aplicado por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE). La prueba PISA se aplica cada tres años y busca conocer en qué medida los estudiantes de 15 años son capaces de usar los aprendizajes adquiridos en la escuela para enfrentar situaciones y desafíos de las sociedades actuales; estos estudiantes son seleccionados al azar, además de cursar la educación básica en instituciones públicas y privadas de todas las regiones.

La prueba PISA se aplica en todos los países y nuestro país no es ajeno a ello, pues el Perú viene participando desde el año 2000. En 2009, el Perú ocupó los últimos lugares en Lectura, Ciencias y Matemática, obteniendo un puntaje de 370, 369 y 365, respectivamente; muy por debajo del puntaje obtenido por los países hermanos como Chile con 449 puntos en Lectura y 447 en Ciencias, o Uruguay con 427 en Matemática. No obstante, en el año 2018 el Perú obtuvo los siguientes puntajes: 401 en Lectura, 404 en Ciencias y 400 en Matemáticas;

en comparación con los años anteriores, obtuvo puntajes mayores. La prueba PISA más reciente fue en 2022, en la que el Perú tuvo los siguientes resultados: en Lectura subió siete puntos, de 401 a 408; en Ciencias subió cuatro puntos, de 404 a 408. Sin embargo, en matemática no mantuvo su rendimiento y disminuyó en nueve puntos, de 400 a 391. Pese a esta caída, los resultados obtenidos por los estudiantes peruanos reflejan un desempeño positivo tanto en esta competencia como en las otras.

En el plano nacional, el Ministerio de Educación (MINEDU), a través de la Unidad de Medición de Calidad de Aprendizajes (UMC) y la Prueba de Evaluación Censal de Estudiantes (ECE), instancias responsables de diseñar e implementar evaluaciones de logros de aprendizaje, con el fin de informar el avance académico de los estudiantes peruanos. Según el Informe de los resultados de la ECE 2019, los resultados a nivel nacional, regional y por Institución Educativa en Matemática son: A nivel nacional, en las zonas rurales el 45,2% se encuentra en previo al inicio, el 42,9 % en inicio, el 9,5 % en proceso y el 2,4 % en satisfactorio; mientras que, en la zona urbana el 14,3% se encuentra en previo al inicio, el 41,9 % en inicio, el 27,8 % en proceso y el 16 % en satisfactorio, estos resultados muestra la notable diferencia que aún existe entre los estudiantes de zonas rurales y urbanas.

A nivel regional, en Cajamarca, la última prueba de la ECE respecto a Matemática obtuvo que un 38,6 % se encuentra en previo al inicio, el 33,9 % en inicio, un 15,5 % en proceso y el 1 % en nivel satisfactorio. Del mismo modo, a nivel local, la ECE dio a conocer los datos respecto a cada Unidad de Gestión Educativa Local (UGEL) perteneciente a la región, en la cual se obtuvo que el 29,8 % se encuentra en previo al inicio, el 33,7 % en inicio, el 18,8 % en proceso y el 17,7 % en satisfactorio.

Conforme a los datos estadísticos tanto nacional como internacional, y con el desarrollo de las concepciones psicológicas y pedagógicas influenciadas, además, por la tecnología, han provocado que resurja el concepto de competencia y cambie el paradigma de evaluación; es decir, de una evaluación conductista literal pasamos a una evaluación más enfocada en los desempeños del estudiante, donde la resolución de problemas se torna como actividad fundamental de desarrollo. A pesar de esta nueva concepción del conocimiento, a partir de las competencias y su enfoque evaluativo, la problemática en el rendimiento académico en el área de matemática seguirá siendo una fuente de preocupaciones que impliquen la búsqueda de diversas estrategias para mejorar el rendimiento académico, en forma masificada.

De manera similar, el MINEDU a través del Currículo Nacional de la Educación Básica (CNEB) ha considerado fundamental el desarrollo de las competencias matemáticas con un enfoque centrado en la resolución de problemas, por lo que la enseñanza de las matemáticas se encuentra relacionada con las actividades cotidianas de los estudiantes y con problemas que les conciernen. Como parte de las competencias que el MINEDU busca desarrollar en los estudiantes de educación básica, está la denominada: Resuelve problemas de forma, movimiento y localización, que se relaciona con los campos de la geometría y la trigonometría. Esta competencia se organiza en cuatro capacidades que emulan la propuesta del enfoque de resolución de problemas de Pólya (1989).

Lo más importante es la necesidad de comprender la presencia de dificultades en el aprendizaje de las competencias matemáticas, así como de las posibilidades que otorga el enfoque de resolución de problemas para practicar diferentes estrategias que familiaricen a los estudiantes con las matemáticas. De eso se desprende el interés por investigar modelos o estrategias que permitan superar estas dificultades de aprendizaje con opciones de nuevos modelos, como la aplicación del modelo Van Hiele, modelo desarrollado por la pareja de esposos Pierre Van Hiele y Dina Van Hiele-Geldof en la década de 1950.

De acuerdo con el Modelo de Van Hiele, el aprendizaje de la geometría se asimila pasando por diferentes escalas de pensamiento, las cuales no están asociadas con la edad del individuo, sino que para alcanzar un nivel “n” debe haber pasado un nivel previo “n-1”. En efecto, el modelo de Van Hiele involucra el desarrollo y la representación del raciocinio geométrico, así como la sugerencia pedagógica para la enseñanza-aprendizaje de la geometría (Chavarria, 2020, p. 86).

Aunado a esto, el docente del área de matemática en su proceder didáctico-metodológico debe dotar al educando de realidades de aprendizaje que le permitan comprender el carácter y la naturaleza de los sistemas axiomáticos; asimismo, demuestre, formule y proporcione justificaciones lógicas fundadas en el método inductivo y deductivo para señalar hipótesis o conjeturas que impliquen elementos geométricos como las líneas, ángulos, figuras y otros. En tal sentido, un docente de matemática debe saber: cómo enseñar, cuándo enseñar y para qué evaluar. Además, debe ser competente no solo en el conocimiento de las matemáticas sino en la metodología que utilice, para que el estudiante sea autónomo en la construcción de su propio conocimiento y logre así un aprendizaje significativo (Hernández, 2015, p. 5).

La I.E. N.º 82012 “Toribio Casanova López” reconoce que el mundo se encuentra viviendo cambios múltiples, cambios significativos en la economía, la educación, la ciencia y la tecnología, los cuales influyen en el desarrollo de los pueblos. Por eso, busca mejorar la calidad educativa y los servicios que brinda, anhelando principalmente mejorar el aprendizaje de los estudiantes, considerando los perfiles y enfoques pedagógicos pertinentes, así como los objetivos y estrategias institucionales a mediano y largo plazo.

Por estas consideraciones, la investigación pretende determinar si el logro de la competencia “Resuelve problemas de forma, movimiento y localización” se debe al impacto que tiene el modelo de Van Hiele. Mediante una metodología experimental se pretenderá responder a los problemas de investigación que se formulan a continuación.

2. Formulación del problema

2.1. Problema general

¿Qué influencia tiene la aplicación del modelo de Van Hiele en el desarrollo de la competencia “Resuelve problemas de forma, movimiento y localización” de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria de la I.E. N.º 82012 “Toribio Casanova López”, Cajamarca, 2024?

2.2. Problemas derivados

¿Cuál es el nivel de desarrollo de la competencia “Resuelve problemas de forma, movimiento y localización” de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria de la I.E. N.º 82012 “Toribio Casanova López”, antes de la aplicación del modelo de Van Hiele?

¿Cuál es el nivel de desarrollo de la competencia “Resuelve problemas de forma, movimiento y localización” de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria de la I.E. N.º 82012 “Toribio Casanova López”, después de la aplicación del modelo de Van Hiele?

¿Cuáles son las diferencias significativas en el desarrollo de la competencia “Resuelve problemas de forma, movimiento y localización” entre los estudiantes del grupo experimental y el grupo de control, luego de la aplicación del modelo de Van Hiele?

3. Justificación de la investigación

3.1. Teórica

El presente estudio es teórico; propone la manera en que las secuencias didácticas de Van Hiele permiten una influencia positiva en los logros de aprendizaje con respecto al desarrollo del pensamiento geométrico. Además de estar ligada a las teorías psicológicas del constructivismo y la teoría del desarrollo de Piaget.

3.2. Práctica

El estudio es práctico; forma parte de la base curricular de forma, movimiento y localización en los escolares de educación secundaria. Además, el uso del modelo de razonamiento de Van Hiele ayuda a mejorar la competencia, permitiendo a los docentes contar con una metodología aplicada en diferentes contextos educativos con resultados beneficiosos en el aprendizaje de los estudiantes.

3.3. Metodológica

El presente estudio es metodológico porque dispone y brinda tanto a los docentes como a los estudiantes una serie de estrategias metodológicas que les permiten resolver problemas matemáticos gradualmente. Además, es un método eficaz que permite desarrollar las competencias matemáticas en los estudiantes a través de la comprensión de los problemas de la realidad mediante el proceso de indagación y solución.

4. Delimitación de la investigación

4.1. Espacial

Esta investigación se realizó en la I.E. N.º 82012 “Toribio Casanova López” de Cajamarca, precisamente con 50 estudiantes que cursan el 5.º grado de educación secundaria, 25 estudiantes pertenecieron al grupo experimental y 25 al grupo de control. Esta institución está ubicada en la localidad de Cajamarca y atiende a una población aproximada de 931 estudiantes en los niveles de primaria y secundaria en las jornadas de mañana (primaria) y tarde (secundaria).

4.2. Temporal

Esta investigación abarcó un periodo comprendido entre junio y diciembre de 2024; durante este periodo se presentó una serie de etapas consecutivas de corte cuantitativo y se vinculó con el marco metodológico presentado. Estas etapas iniciaron desde la primera instancia de una idea que se delimita, problema propuesto, formulación de objetivos y preguntas de investigación, desarrollo bibliográfico del marco teórico, diseño metodológico, análisis y medición de las variables para sacar conclusiones en base a los resultados obtenidos

5. Objetivos de la investigación

5.1. Objetivo general

Determinar la influencia de la aplicación del modelo de Van Hiele en el desarrollo de la competencia "Resuelve problemas de forma, movimiento y localización" de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria de la I.E. N.º 82012 "Toribio Casanova López", Cajamarca, 2024.

5.2. Objetivos específicos

Determinar el nivel de desarrollo de la competencia "Resuelve problemas de forma, movimiento y localización" de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria de la I.E. N.º 82012 "Toribio Casanova López", antes de la aplicación del modelo de Van Hiele.

Determinar el nivel de desarrollo de la competencia "Resuelve problemas de forma, movimiento y localización" de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria de la I.E. N.º 82012 "Toribio Casanova López", después de la aplicación del modelo de Van Hiele.

Determinar las diferencias significativas en el desarrollo de la competencia "Resuelve problemas de forma, movimiento y localización" entre los estudiantes del grupo experimental y el grupo de control, luego de la aplicación del modelo de Van Hiele.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

1. Antecedentes de la investigación

Ámbito Internacional

Zapata (2018) en su tesis de grado titulada *Modelo de Van Hiele y su incidencia en el desarrollo de razonamiento en el componente de geometría para resolver problemas de forma, movimiento y localización en estudiantes de secundaria de los institutos nacionales de educación básica INEP del Municipio de Santa Cruz de Quiché, Guatemala,* tuvo como objetivo determinar la incidencia del modelo de Van Hiele en el desarrollo de razonamiento en el componente de geometría en los estudiantes de primero básico de Institutos Nacionales de Educación Básica INEB del municipio de Santa Cruz del Quiché, como muestra tomó a estudiantes de primero de ambos sexos para el grupo control y grupo experimental, a quienes aplicó una prueba constituida por 17 ítems con problemas de conocimiento, comprensión, análisis y utilización sobre problemas de figuras planas. Siendo esta una investigación cuantitativa de diseño cuasiexperimental con preprueba y posprueba, utilizando la metodología estadística para la presentación de los resultados, la prueba t de Student. Para finalmente concluir, la utilización del modelo de Van Hiele en el aula como herramienta para el aprendizaje y la enseñanza del componente de geometría a través del proceso de los niveles y fases es efectiva para el desarrollo del razonamiento espacial de los estudiantes.

Sará y Míguez (2018) en su artículo científico titulado *Una experiencia de aprendizaje basada en el Modelo de Van Hiele,* evaluaron la efectividad del Modelo de Van Hiele en el aprendizaje de los contenidos Triángulos y Cuadriláteros. La metodología fue explicativa con un diseño cuasiexperimental. Para su estudio tomaron una población censal debido a que las muestras eran pequeñas, incluyendo a 40 estudiantes, quienes conformaron todos los elementos de la población. Para el diseño de su instrumento se basaron en los tres primeros niveles de

Van Hiele y se aplicó a dos grupos de estudiantes del primer año de Educación Media. Se diagnosticó el nivel de razonamiento geométrico y se sometió el grupo experimental a las fases de aprendizaje propuestas en el Modelo para los dos primeros niveles. Se compararon los promedios de ambos grupos y el análisis reflejó que el grupo experimental exhibió mayores habilidades en los niveles de razonamiento. Entre las conclusiones más relevantes está la efectividad que tiene el Modelo para diagnosticar el nivel de razonamiento geométrico que exhiben los estudiantes en un determinado momento y para construir unidades didácticas que guíen el razonamiento geométrico del estudiante de un nivel a otro.

Hernández, Useche y Mariño (2021), en su artículo científico titulado *Explorando los conceptos de polígonos y poliedros desde el modelo de Van Hiele*, sostienen que su estudio tuvo como objetivo analizar los niveles de razonamiento manifestado por un grupo de estudiantes de secundaria cuando resuelven problemas que involucre los conceptos de polígonos y poliedros siguiendo el modelo de Van Hiele. Para el desarrollo de su investigación, tuvo un enfoque cuantitativo, con un alcance descriptivo. Además, en las técnicas para recolectar la información tuvieron que diseñar e implementar un banco de preguntas, utilizando el software educativo Viaje por la Geometría. Sus resultados les permitieron evidenciar un buen nivel de razonamiento alcanzado por los estudiantes al reconocer, analizar, clasificar, calcular el número de diagonales de un polígono y utilizar el teorema de Euler para establecer la relación entre el número de caras, vértices y aristas del poliedro. Pero en el proceso de razonamiento de deducción formal correspondiente al nivel cuatro no fue alcanzado por la gran mayoría de los estudiantes debido a la dificultad de realizar los cálculos algebraicos para calcular la apotema de un polígono en función de su lado; asimismo, presentaron dificultad al calcular la diagonal del paralelepípedo. Para terminar, proponen realizar un estudio que profundice los procesos de desarrollo en la resolución de problemas de los conceptos de polígonos y poliedros utilizando herramientas tecnológicas para que los estudiantes logren alcanzar la capacidad de entender la naturaleza axiomática de las matemáticas realizando deducciones lógicas y formales las cuales justifiquen las proposiciones planteadas en el contexto del aprendizaje de la geometría.

Ámbito Nacional

Ybañez (2022) en su tesis para optar el grado de licenciado en educación titulada *Modelo de Van Hiele para mejorar la Competencia Resuelve Problemas de Forma, Movimiento y Localización en Educación Secundaria*, tuvo como principal objetivo determinar que el Modelo de Van Hiele mejora significativamente la competencia Resuelve Problemas de Forma, Movimiento y Localización en el área de Matemática, en estudiantes de segundo grado de Educación Secundaria de la institución educativa N.º 81014 "Pedro Mercedes Ureña", Trujillo – 2020. La investigación fue aplicada, con diseño cuasiexperimental, de tipo cuantitativo. Su población estuvo conformada por 219 estudiantes del segundo grado de Educación Secundaria, donde la muestra fue de 60 estudiantes: 30 de la sección C y 30 de la sección D, que pertenecieron al grupo control y al grupo experimental, respectivamente. Con los resultados que obtuvo concluyó que el Modelo de Van Hiele mejoró significativamente la competencia Resuelve Problemas de Forma, Movimiento y Localización debido a que al aplicar la prueba T de Student en el post test, la media del grupo control fue menor que la del experimental y p-valor $< 0.001 < 0.05$, demostrando así la eficacia del modelo.

Pozo (2023), en su tesis para optar el grado de licenciado en educación titulada *Uso del método Van Hiele para mejorar el aprendizaje de la geometría plana en los estudiantes del tercer grado de secundaria de la Institución Educativa Privada Villa María de Barranca – 2021*, cuya investigación tuvo como objetivo precisar si el empleo del método Van Hiele incrementa el nivel de aprendizaje de la geometría plana en los escolares del tercer grado de secundaria de la I.E.P Villa María del distrito de Barranca. Su estudio tuvo una perspectiva cuantitativa y un diseño preexperimental usando un pre-test y un post-test. Su muestra estuvo constituida por 25 escolares, a quienes se les administró una prueba de entrada (pre-test) compuesta por 10 preguntas y dividida en 3 campos temáticos: triángulos, cuadriláteros y polígonos. Para el cálculo de la confiabilidad de la prueba, aplicó el coeficiente de Kuder y Richardson (KR-20), encontrando un valor de 0,825. Además, demostró que existen diferencias muy notables entre el promedio de notas del post-test (M=16,08; DE=2,27) y el promedio de notas del pretest (M=9,84; DE=2,38) en lo que concierne al aprendizaje de la geometría plana, encontrándose además que en el pretest el 60 % de los escolares se situaron en un nivel de logro en inicio y un 40,0% se ubicaron en proceso. En el post-test, un 52,0 % se ubicaron en un nivel de logro previsto, un 44,0 % presentaron un nivel destacado y un 4,0 % se hallaron en proceso. Más luego, al realizar la prueba de las hipótesis mediante la t de Student para muestras pareadas, encontró un valor $t = -9,506$ y un valor $p < 0,05$, demostrando que existe evidencia estadística suficiente para señalar que existen diferencias significativas entre las notas del pre y post-test. Finalmente, llego a la conclusión de que el uso del método Van Hiele mejora el aprendizaje de la geometría plana en los colegiales del tercer grado de secundaria de la I.E.P. Villa María de Barranca.

Shuan (2023), en su tesis para optar el grado de licenciado en educación titulada *Las secuencias didácticas de Van Hiele en los logros de aprendizajes: resuelve problemas de forma, movimiento y localización en estudiantes de I.E.P. Santa Ángela del Rosario 2022*; su estudio posee un enfoque cuantitativo, en el cual diseño las secuencias didácticas de Van Hiele, las cuales le permitieron que los estudiantes puedan resolver problemas de forma, movimiento y localización según el currículo nacional. Su estudio fue aplicado a escolares del cuarto año de secundaria, en la I.E.P. Santa Ángela del Rosario, con una muestra de 40 estudiantes; además, realizó seis sesiones con una duración de 135 minutos por clase. Asimismo, realizo una evaluación de pre-test, el cual le permitió visualizar en qué nivel de razonamiento geométrico de Van Hiele se encontraban; seguidamente, diseño sesiones de aprendizaje contemplando los niveles de Van Hiele; para finalizar con un post-test, mediante el cual verifico la influencia que dio el resultado a partir de las secuencias didácticas para los estudiantes que entendieron los elementos, características y propiedades de la pirámide.

Rosas y Oncoy (2023), en su tesis para optar el grado de licenciado en educación titulada *Modelo de van Hiele y logro de la competencia "resuelve problemas de forma, movimiento y localización" en estudiantes del primer grado de educación secundaria de la I.E. José María Arguedas de Marcará, 2022*, tuvo como propósito demostrar la influencia del modelo de Van Hiele en el logro de la competencia matemática "resuelve problemas de forma, movimiento y localización" en los educandos del primer grado de educación secundaria del Centro Educativo "José María Arguedas" de Marcará-Carhuaz en el año 2022. Epistemológicamente se sostuvo en el modelo cuantitativo. Además, su estudio se desarrolló siguiendo la metodología de un proyecto viable, utilizando un diseño cuasiexperimental con dos grupos. La población de estudio estuvo compuesta por 56 estudiantes y se seleccionó una muestra de estudio utilizando un muestreo no probabilístico de tipo intencional, que incluyó a todos los estudiantes considerados en la población. Como instrumento de acopio de información, realizaron una prueba de conocimientos de 8 ítems, evaluándose las fases del modelo de Van Hiele con las capacidades de la competencia de la geometría. Asimismo, el instrumento fue validado por profesionales expertos altamente calificados en este campo y su fiabilidad se evaluó mediante el coeficiente alfa de Cronbach, el cual arrojó un nivel de confiabilidad de 0,90, indicando que el instrumento es fiable. Finalmente, concluyeron que la implementación del modelo de Van Hiele contribuye al desarrollo de la competencia matemática de "resuelve problemas de forma, movimiento y localización".

Ámbito Local

Plasencia (2019) en su tesis para optar el grado académico de maestro en ciencias, tesis denominada *"Estrategias Metodológicas sustentadas en la Teoría de Van Hiele para mejorar el Nivel de Pensamiento Geométrico de los estudiantes del 4° "B" de la Institución Educativa*

Julio Ramón Ribeyro, La Paccha distrito y provincia de Cajamarca en el periodo 2015". Tuvo como objetivo general incrementar en los estudiantes el nivel de pensamiento geométrico, mediante la efectiva aplicación de estrategias metodológicas basadas en la teoría de Van Hiele. El diseño de su investigación fue aplicado con un enfoque cuantitativo. La población estuvo constituida por 64 estudiantes del cuarto grado "A" y "B", y la muestra constituida por 32 estudiantes de la sección "B". Asimismo, realizo una evaluación de pre-test, el cual le permitió visualizar en qué nivel de razonamiento geométrico de Van Hiele se encontraban; seguidamente, diseño sesiones de aprendizaje contemplando los niveles de Van Hiele; y finalizo con una evaluación de post-test. Llegando a la conclusión, las estrategias metodológicas basadas en la teoría de Van Hiele incrementan significativamente el nivel de pensamiento geométrico de los estudiantes de cuarto grado "B".

Villanueva (2021) en su tesis para optar el grado académico de maestro en ciencias, tesis denominada "*Pensamiento crítico y su relación con el desarrollo de la competencia forma, movimiento y localización en los estudiantes de la I.E. N° 821363 nivel secundario - Cajamarca, 2019*". Esta investigación tuvo como objetivo general determinar la relación entre sus dos variables, el nivel de pensamiento crítico y el nivel de desarrollo de la competencia resuelve problemas de forma, movimiento y localización, en estudiantes del primer año de la I.E. Nº 821363 nivel secundario – Cajamarca, 2019. Su diseño de investigación fue el descriptivo correlacional. En cuanto a las técnicas e instrumentos que utilizó, para medir el pensamiento crítico usó como técnica la evaluación de eficiencia y como instrumento el test de Watson-Glaser; y para medir la competencia, forma, movimiento y localización, usó como técnica la evaluación y como instrumento una matriz de evaluación o rúbrica. La unidad de análisis estuvo constituida por cada uno de los 17 estudiantes del primer año de secundaria de la Institución Educativa 821363 - 2019. Los resultados de su investigación muestran que logró alcanzar el objetivo general que fue determinar la relación entre sus variables. Concluyendo que existe una relación entre el nivel de desarrollo de la competencia: resuelve problemas de forma, movimiento y localización, y el nivel de pensamiento crítico de los estudiantes

2. Marco teórico-científico

2.1. Modelo de Van Hiele

2.1.1. Teorías que fundamenta el estudio de la variable independiente "Aplicación del modelo de Van Hiele"

El modelo de Van Hiele concibe como eje central del aprendizaje de la geometría al proceso en que los estudiantes puedan desarrollar su razonamiento geométrico; esto a través de cinco niveles de razonamiento, donde el estudiante progresa en una capacidad hasta la acumulación de experiencia necesaria para alcanzar un desarrollo cada vez más alto de razonamiento, el cual va ligado a la conceptualización implícita en el lenguaje utilizado, es decir, a la forma de expresarse matemática y geométricamente. En tal sentido, el modelo de Van Hiele se fundamenta en un paradigma constructivista.

Paradigma del constructivismo

El constructivismo es un paradigma pedagógico que tiene como ente principal al estudiante, donde su aprendizaje tiene que ser activo, dinámico y participativo así él mismo podrá realizar su propio aprendizaje a partir de sus experiencias y saberes previos, por otra parte, el docente también participa, actuando como facilitador, este genera las rutas y los procedimientos para que los estudiantes puedan avanzar adecuadamente. En otras palabras, el rol del maestro es ser el nexo entre los conocimientos del antes y el después; estos tienen que ser diseñados, dadas las características necesarias para abordar las tareas. Mientras que el rol del alumno es tener control de su proceso de aprendizaje, puede reconstruir objetivos antes de que se dé el propio aprendizaje.

Cabe resaltar que el aprendizaje no es el mismo para todas las personas, es tan diverso como lo son ellas, por lo que tendrá diferentes resultados dependiendo también de las condiciones de la persona que aprende (Ortiz, 2015, p. 98). Por esta razón, en el transcurso de los años, varios autores han planteado diversas teorías que son consideradas las más cercanas a los planteamientos del constructivismo. A continuación, se detallará brevemente las teorías de Piaget, de Ausubel y de Vygotsky:

- **La teoría cognitiva de Piaget**

La teoría cognitiva de Jean Piaget constituye la base fundamental para comprender la naturaleza y el desarrollo de la inteligencia humana. Más que una simple teoría del desarrollo infantil, es una epistemología genética que busca desvelar cómo el ser humano construye activamente su conocimiento desde la infancia. El postulado central es que el desarrollo intelectual es un proceso de reorganización progresiva de los procesos mentales, impulsado tanto por la maduración biológica como por la interacción continua con el entorno.

En otras palabras, se trata de un proceso paulatino y progresivo que avanza conforme el niño madura física y psicológicamente. La teoría sostiene que este proceso de maduración biológica conlleva el desarrollo de estructuras cognitivas, cada vez más complejas, lo cual facilita una mayor relación con el ambiente en el que se desenvuelve el individuo y, en consecuencia, un mayor aprendizaje que contribuye a una mejor adaptación.

La Dinámica de la Adaptación: Esquemas y Procesos

Esta teoría se basa en la idea de que la inteligencia es una forma de adaptación biológica. Para Piaget, el desarrollo intelectual es un esfuerzo continuo por lograr un equilibrio entre el individuo y su mundo, y este proceso se maneja a través de estructuras mentales y mecanismos de ajuste.

La Estructura Fundamental: El Esquema

Las estructuras básicas del pensamiento son los esquemas. Inicialmente son acciones reflejas, pero con el tiempo, se internalizan hasta convertirse en complejas operaciones mentales. Es la herramienta con la que el niño interactúa. Un esquema es una estructura o sistema de acciones u operaciones mentales que son el reflejo de una misma forma de acción general.

Los Motores del Desarrollo: Asimilación y Acomodación

El conocimiento avanza gracias a dos procesos dialécticos que operan en conjunto:

1. **Asimilación**: Cuando se encuentra con una nueva experiencia, se intenta encajarla dentro de los esquemas ya existentes. Es un proceso de incorporación. Por ejemplo, un niño que sabe que un perro tiene cuatro patas y ladra intentará asimilar un gato a ese esquema, llamándolo "perro".
2. **Acomodación**: Cuando el esquema existente no es suficiente para explicar la nueva información (cuando el niño se da cuenta de que el gato no ladra), la estructura mental debe modificarse. El esquema se ajusta a la realidad.

El motor que resuelve la tensión entre asimilación y acomodación es la equilibración, que nos lleva constantemente a estados de pensamiento más estables y lógicamente coherentes.

Etapas del desarrollo cognitivo de Piaget

Piaget demostró que el desarrollo cognitivo ocurre a través de una secuencia de etapas cualitativamente distintas, que reflejan cambios estructurales en el modo de razonamiento.

A. Etapa Sensoriomotora (Nacimiento - 2 años)

Aquí el bebé "piensa" con sus sentidos y acciones. El hito más espectacular, para mí, es la construcción de la permanencia del objeto. El niño debe dejar de creer que el mundo desaparece cuando los objetos salen de su vista.

La permanencia del objeto no es innata, sino el resultado de una construcción gradual, que se logra cuando el niño es capaz de representarse los objetos ausentes.

B. Etapa Preoperacional (2 - 7 años)

Esta es la era del simbolismo (el lenguaje y el juego de fantasía explotan), pero el razonamiento es aún ilógico. Lo que más llama la atención es el egocentrismo (no puede entender que otros ven el mundo de manera diferente) y la centración, que les impide entender la conservación (un vaso de agua estrecho y alto parece tener más agua que uno ancho y bajo).

C. Etapa de las Operaciones Concretas (7 - 11 años)

El niño se vuelve lógico, pero su lógica está anclada a lo físico, a lo concreto. Por fin domina la reversibilidad y la conservación. Pueden clasificar, seriar y entender las relaciones entre las cosas, pero si les pides que razonen sobre conceptos puramente abstractos, aún se quedan en blanco.

Las operaciones concretas son acciones mentales reversibles que permiten al niño coordinar dos dimensiones a la vez, dando lugar al dominio de la seriación y la clasificación.

D. Etapa de las Operaciones Formales (11 años en adelante)

Esta es la etapa cumbre. El adolescente ya no necesita el objeto físico; puede operar mentalmente con hipótesis, proposiciones y lo puramente abstracto. Es el surgimiento del pensamiento científico o hipotético-deductivo, capaz de considerar todas las posibilidades lógicas de un problema.

- **El aprendizaje significativo de Ausubel**

Esta teoría afirma que el sujeto relaciona las ideas nuevas que recibe con aquellas que ya tenía previamente, de cuya combinación surge una significación única y personal. Este proceso se realiza mediante la combinación de tres aspectos esenciales: aspectos lógicos, relacionados con el material educativo; aspectos cognitivos, que consideran el desarrollo de habilidades de pensamiento y el procesamiento de la información; y los aspectos afectivos, que se basan en las condiciones emocionales.

La Naturaleza del Aprendizaje Significativo

El aprendizaje significativo ocurre cuando la nueva información se relaciona de manera sustancial y no arbitraria con la estructura cognitiva del que aprende. Esta relación implica que el nuevo material se une a conceptos, ideas o proposiciones ya existentes, denominados subsumidores o ideas de anclaje.

La Relación No Arbitraria y Sustancial

Para que el aprendizaje sea significativo, deben cumplirse dos condiciones principales:

1. Potencialmente Significativo: El material de aprendizaje debe ser lógicamente significativo, es decir, debe poseer un significado intrínseco, coherente y no arbitrario. Esto depende del diseño de la instrucción (claridad, organización y no ambigüedad).

2. Actitud Significativa: El estudiante debe poseer una disposición para relacionar el nuevo material con su estructura cognitiva de forma intencional y activa. Si el estudiante simplemente memoriza de forma mecánica, el aprendizaje será memorístico o repetitivo, aun si el material es lógicamente significativo.

Tipos de Aprendizaje Significativo

Ausubel identificó tres tipos de aprendizaje significativo que operan en la integración del nuevo material con la estructura cognitiva:

1. Aprendizaje de Representaciones: Es el tipo más básico, donde el alumno aprende el significado de símbolos o palabras que representan un objeto o concepto particular. Por ejemplo, al aprender que la palabra "perro" se refiere al animal específico.

2. Aprendizaje de Conceptos: Implica aprender lo que significan los conceptos, ya sea a través de la formación de conceptos (inductiva, observando ejemplos) o la asimilación de conceptos (deductiva, recibiendo la definición y relacionándola con los ejemplos).

3. Aprendizaje de Proposiciones: Es el más complejo. Implica aprender el significado de ideas expresadas en forma de oraciones que contienen dos o más conceptos. Aquí, el significado de la proposición resulta de la interacción de todos los términos que la componen.

El Rol de los Organizadores Previos

Una de las contribuciones más distintivas y aplicadas del modelo de Ausubel es el concepto de organizadores previos. Son materiales introductorios que se presentan antes del nuevo contenido, a un nivel de abstracción y generalidad superior. Su función es servir como "puente cognitivo" entre el conocimiento que el estudiante ya tiene y el material que está a punto de aprender.

Los organizadores previos se dividen en dos categorías principales:

1. Expositivos: Se utilizan cuando el material es totalmente nuevo para el estudiante. Proporcionan los conceptos de anclaje (subsumidores) necesarios para hacer el material potencialmente significativo.

2. Comparativos: Se usan cuando el estudiante ya tiene algún conocimiento sobre el tema. Su función es integrar las ideas nuevas con las antiguas y, al mismo tiempo, diferenciar los conceptos similares para evitar confusiones.

Proceso de Asimilación y Olvido (Subsunción)

El proceso clave de interacción es la subsunción, la forma en que los nuevos conceptos se integran en los subsumidores existentes.

• **Subsunción Derivativa:** El nuevo material es un ejemplo o derivado directo de un concepto existente (el subsumidor). Esto fortalece el subsumidor.

• **Subsunción Correlativa:** El nuevo material extiende, modifica o califica el concepto subsumidor. Esto enriquece y reestructura la estructura cognitiva.

Según Ausubel, el olvido ocurre cuando el nuevo concepto, una vez integrado al subsumidor, pierde su identidad por ser absorbido completamente por la idea de anclaje (un proceso denominado asimilación obliteradora), dejando solo el significado del subsumidor. Esto es diferente al olvido por falta de uso y subraya la naturaleza jerárquica y simplificadora de la retención a largo plazo.

- **Teoría Sociocultural de Lev Vygotsky**

Sostiene que el aprendizaje es el resultado de la interacción del individuo con el medio. Cada persona adquiere la clara conciencia de quién es y aprende el uso de símbolos que contribuyen al desarrollo de un pensamiento cada vez más complejo en la sociedad de la que forma parte. En esta zona es donde se produce el aprendizaje de nuevas habilidades que el ser humano pone a prueba en diversos contextos.

El Origen Sociocultural de los Procesos Psicológicos Superiores

Vygotsky postula que la naturaleza humana se constituye a través de la interacción social mediada por la cultura. Sostiene que todos los procesos psicológicos superiores (como el pensamiento conceptual, la memoria voluntaria o la atención selectiva) tienen su origen en la vida social y se desarrollan mediante la internalización de las herramientas culturales.

Este principio se articula en la famosa Ley de la Doble Formación (o Ley Genética General del Desarrollo Cultural): "Toda función en el desarrollo cultural del niño aparece en escena dos veces, en dos planos, primero en el plano social y más tarde en el plano psicológico. Primero entre las personas, como una categoría interpsicológica, y luego en el interior del niño, como una categoría intrapsicológica".

La Mediación

El puente entre lo social y lo individual es la mediación. La actividad humana no es directa, sino mediada por instrumentos y signos.

• **Instrumentos:** herramientas técnicas dirigidas a la acción sobre el entorno.

• **Signos:** herramientas psicológicas dirigidas al interior del propio individuo para modificar o controlar su conducta y pensamiento.

El lenguaje es el signo fundamental y el vehículo primordial de la cultura. Es a través del habla que el individuo internaliza la experiencia colectiva y transforma su pensamiento primitivo en pensamiento de orden superior, como el habla privada (monólogo interior) que, para Vygotsky, es una herramienta de autorregulación, a diferencia del concepto de habla egocéntrica de Piaget.

La Zona de Desarrollo Próximo (ZDP)

El concepto más conocido y pedagógicamente relevante de la teoría de Vygotsky es la Zona de Desarrollo Próximo (ZDP). Este concepto redefine la relación entre el aprendizaje y el desarrollo. Mientras que otras teorías sugieren que el desarrollo debe preceder al aprendizaje, Vygotsky argumenta lo contrario: el aprendizaje impulsa el desarrollo.

La ZDP es el espacio dinámico y fluctuante entre dos niveles de desarrollo:

• **Nivel de Desarrollo Real (NDR):** Lo que el estudiante puede hacer por sí mismo sin ayuda de nadie.

• **Nivel de Desarrollo Potencial (NDP):** Lo que el estudiante es capaz de hacer con la guía, colaboración o apoyo de un adulto (un maestro o padre) o un compañero más capaz.

En sí, la Zona de Desarrollo Próximo es la distancia entre el nivel real de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz.

2.1.2. Definición del modelo de Van Hiele

El modelo de Van Hiele es una teoría de enseñanza y aprendizaje de la geometría, cuyo componente principal se basa en niveles de razonamiento geométrico. Este modelo fue diseñado por los profesores holandeses Pierre Marie Van Hiele y Dina Van Hiele-Geldof en la década de los cincuenta del siglo XX, en la Universidad de Utrecht, en los Países Bajos.

El modelo de van Hiele explica cómo se produce la evolución del razonamiento geométrico de los estudiantes dividiéndolo en cinco niveles consecutivos: la visualización, el análisis, la deducción informal, la deducción formal y el rigor, los cuales se repiten con cada aprendizaje nuevo. Según Fouz & De Donosti (2005) enfatizan que "el aprendizaje de la Geometría se hace pasando por unos determinados niveles de pensamiento y conocimiento, que no van asociados a la edad y que solo alcanzando un nivel se puede pasar al siguiente" (pág. 67). Dicho de otra manera, el estudiante se ubica en un nivel dado al inicio del aprendizaje y, conforme vaya cumpliendo con un proceso, avanza a un nivel superior.

Por otra parte, el modelo de van Hiele muestra la manera de apoyar a los estudiantes para mejorar la calidad de su razonamiento, puesto que proporciona pautas para organizar el currículo educativo y así ayudar al estudiante a pasar de un nivel a otro.

De acuerdo con Jaime (1993, como se citó en Vargas & Gamboa, 2013) el modelo de van Hiele abarca dos componentes basicos:

- Descriptivo: mediante este se identifican diferentes formas de razonamiento geométrico de los individuos y se puede valorar su progreso.
- Instructivo: marca pautas a seguir por los profesores para favorecer el avance de los estudiantes en el nivel de razonamiento geométrico en el que se encuentren.

En definitiva, el modelo de van Hiele es un modelo de razonamiento didáctico para la enseñanza de la geometría, contando con cinco niveles de pensamiento, secuenciales y ordenados; mientras el individuo domine un nivel, podrá avanzar al siguiente nivel.

2.1.3. Niveles de razonamiento geométrico de Van Hiele

La caracterización del modelo de van Hiele se elabora a través de 5 niveles. Para su numeración, existen dos tipos; esto depende del autor. En el primer tipo de numeración, los niveles se distribuyen del 0 al 4; mientras que en el segundo tipo de numeración, los niveles se encuentran del 1 al 5. Para efectos de la presente investigación, se consideró el segundo tipo de numeración.

Los niveles de razonamiento geométrico de van Hiele, están ordenados desde el nivel bajo hasta el nivel más alto, se desarrollan de la siguiente manera:

Nivel 1: Reconocimiento o visualización

Nivel 2: Análisis

Nivel 3: Deducción informal u orden

Nivel 4: Deducción formal

Nivel 5: Rigor

A continuación, se describe cada uno de los niveles enumerados:

Nivel 1: Reconocimiento o visualización

El individuo reconoce las figuras geométricas por su forma como un todo, pero no diferencia las partes ni los componentes de la figura. No obstante, puede producir una copia de cada figura particular o reconocerla. No es capaz de reconocer o explicar las propiedades determinantes de las figuras; las descripciones son principalmente visuales y las compara con elementos que sean familiares en su entorno. Además, no hay un lenguaje geométrico básico para referirse a figuras geométricas por su nombre correcto.

Nivel 2: Análisis

El individuo puede analizar las partes y propiedades particulares de las figuras geométricas y las reconoce a través de ellas, pero no le es posible establecer relaciones o clasificaciones entre propiedades de unas figuras y otras. Además, establece las propiedades de las figuras de forma empírica, a través de la experimentación y manipulación. Sin embargo, como muchas de las definiciones de la geometría se establecen a partir de propiedades, no se pueden elaborar definiciones.

Nivel 3: Deducción informal u orden

El individuo determina las figuras por sus propiedades y reconoce cómo unas propiedades se derivan de otras, construye interrelaciones en las figuras y entre familias de ellas. Establece las condiciones necesarias y suficientes que deben cumplir las figuras geométricas, por lo que las definiciones adquieren significado. Sin embargo, su razonamiento lógico sigue basado en la manipulación. Sigue demostraciones, pero no es capaz de entenderlas en su globalidad, por lo que no le es posible organizar una secuencia de razonamiento lógico que justifique sus observaciones. Al no poder realizar razonamientos lógicos formales ni sentir su necesidad, el individuo no comprende el sistema axiomático de las matemáticas. El individuo ubicado en el nivel 2 no era capaz de entender que unas propiedades se deducían de otras, lo cual sí es posible al alcanzar el nivel 3.

Nivel 4: Deducción formal

En este nivel, el individuo puede realizar deducciones y demostraciones lógicas y formales, pues reconoce su necesidad de justificar las proposiciones planteadas. Además, comprende y maneja las relaciones entre propiedades y formaliza en sistemas axiomáticos, por lo que puede entender la naturaleza axiomática de las matemáticas. Comprende cómo se puede llegar a los mismos resultados partiendo de proposiciones o premisas distintas, lo que permite entender que se pueden realizar distintas demostraciones para obtener un mismo resultado.

Es claro que, adquirido este nivel, al tener un alto grado de razonamiento lógico, obtiene una visión globalizadora de las matemáticas. El individuo puede desarrollar secuencias de proposiciones para deducir una propiedad de otra; percibe la posibilidad de una prueba; sin embargo, no reconoce la necesidad del rigor en los razonamientos.

Nivel 5: Rigor

El individuo está capacitado para analizar el grado de rigor de varios sistemas deductivos y compararlos entre sí. Puede apreciar la consistencia, independencia y completitud de los axiomas de los fundamentos de la Geometría, de modo que puede trabajar la Geometría de manera abstracta sin necesidad de ejemplos concretos. Este último nivel, según (Báez & Iglesias, 2007), es el nivel más avanzado y abstracto. El estudiante comprende la importancia de la precisión en el trato de la fundamentación e interrelaciones entre estructuras axiomáticas. Rara vez es alcanzado por los estudiantes escolares (pág. 75).

En este modelo de razonamiento de Van Hiele se puede observar la concordancia que poseen los diferentes niveles entre sí, además de apreciar que un individuo no puede avanzar de un nivel a otro sin dominar el nivel en el que se encuentre.

2.1.4. Fases de aprendizaje del Modelo de Van Hiele

Los Van Hiele enfatizan que "*el paso de un nivel a otro depende más de la enseñanza recibida que de la edad o madurez*" (Fouz & De Donosti, 2005, pág. 72). Por lo tanto, las fases son aquellos periodos que brindan al docente la guía del diseño y organización de sus experiencias de aprendizaje, para que pueda ayudar a los estudiantes a lograr un nivel de razonamiento superior.

Las fases correspondientes al modelo de Van Hiele son las siguientes:

Fase 1: Información

Fase 2: Orientación dirigida

Fase 3: Explicitación

Fase 4: Orientación libre

Fase 5: Integración

Descripción de las fases, según Fouz & De Donosti (2005):

Fase 1: Información

Para Ausubel (1978, como se citó en Fouz & De Donosti, 2005) afirmó: "Si tuviera que reducir toda la Psicología Educativa a un solo principio, diría lo siguiente: el factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno/a sabe. Averigüese esto y enseñese en consecuencia". Es por esta razón que, en esta fase, el docente puede descubrir en qué nivel de razonamiento se encuentran sus estudiantes respecto a un tema, mientras que al estudiante le permite conocer el tipo de trabajo que debe realizar por medio del material que le presenta el docente. Cabe resaltar que esta fase es oral y mediante las preguntas adecuadas se trata de determinar el punto de partida de los alumnos y el camino a seguir en las actividades venideras.

Fase 2: Orientación dirigida

El estudiante empieza a explorar, descubrir y aprender propiedades del campo de estudio mediante las actividades que el docente le propone; esto para facilitar el aprendizaje. Aquí es donde la importancia de la capacidad didáctica del docente será la más necesaria. Puesto que el docente es el que guía, orienta y dirige los aprendizajes de los estudiantes, cuya actividad consiste en formular preguntas que tengan una respuesta concreta, pero de forma que la búsqueda de la respuesta favorezca la reflexión y la comunicación de ideas" (Barrera & Reyes, 2015).

Fase 3: Explicitación

Permite al estudiante intercambiar sus experiencias, en cuanto a los conocimientos adquiridos, en su grupo de trabajo, además de afianzar el nuevo vocabulario correspondiente al nivel de razonamiento que está empezando a alcanzar. Fouz & De Donosti (2005) sostienen que "la interacción entre alumnos/as es importante ya que les obliga a ordenar sus ideas, analizarlas y expresarlas de modo comprensible para los demás". De modo que, en esta fase de explicitación, donde los estudiantes intercambian sus experiencias y opiniones, el docente cumple el rol de orientador, mediador y modelador del lenguaje que utilicen los escolares, permitiendo que sea un diálogo armonioso con respeto a las opiniones de los demás.

Fase 4: Orientación libre

En esta fase se pretende consolidar los aspectos adquiridos en el nivel; por lo tanto, el docente puede diseñar y asignar actividades que le permitan al estudiante aplicar los conocimientos y el lenguaje que adquirió en otras investigaciones diferentes a las anteriores, lo cual le permite la utilización y combinación de los nuevos conceptos, propiedades y formas de razonamiento. Dentro de este marco, Vargas & Gamboa (2013) sustentan que:

El profesor debe proponer a sus alumnos problemas que no sean una simple aplicación directa de un dato o algoritmo conocido, sino que planteen nuevas relaciones o propiedades, que sean más abiertos, preferiblemente con varias vías de resolución, con varias soluciones o con ninguna (pág. 85).

Esta idea obliga al estudiante a una mayor necesidad de justificar sus respuestas, utilizando un razonamiento y lenguaje cada vez más eficaces.

Fase 5: Integración

Para esta fase, el docente diseñará actividades de modo que el estudiante relacione y combine sus nuevos conocimientos con otros campos que haya estudiado anteriormente, formando o creando una nueva red de relaciones mentales, más compleja que la anterior sin el aporte de conceptos o propiedades nuevas. Para Barrera & Reyes (2015), en esta fase "el estudiante resume todo lo que ha aprendido acerca del tema, entonces reflexiona sobre sus propias acciones y obtiene una visión general de la nueva red de relaciones que se construyó durante el trabajo con las actividades de instrucción". En otras palabras, en esta fase no se trabajan contenidos nuevos, sino que solo se sintetizan los ya trabajados.

2.1.5. Propiedades del modelo de Van Hiele

El modelo de Van Hiele posee ciertas propiedades que sirven de guía a los docentes en la decisión del tipo de unidades de aprendizaje que pueden emplear para el aprendizaje de los estudiantes.

Según las investigaciones de Jaime (1993) el modelo de Van Hiele tiene las siguientes propiedades:

- **Jerarquización y Secuencialidad de los niveles de razonamiento**

Enfocándose en las teorías del desarrollo, una persona alcanza cada nivel de manera ordenada. Para alcanzar un nivel de razonamiento, es necesario haber superado de forma ordenada los niveles anteriores, puesto que cada nivel de razonamiento se apoya en el anterior a él y se produce de manera gradual; en efecto, “lo que es implícito en un nivel se convierte en explícito en el siguiente nivel” (Fouz & De Donosti, 2005, pág. 70).

- **Relación entre el Lenguaje y los niveles de razonamiento**

De acuerdo con Báez y Iglesias (2007), enfatizan que: “cada nivel de razonamiento le corresponde un tipo de lenguaje específico, pues una palabra tiene significados diferentes en los distintos niveles; es por ello que dos personas que razonan en diferentes niveles no podrían comprenderse”. En otras palabras, las diferentes capacidades de razonamiento asociadas a los niveles de Van Hiele no solo se evidencian en la forma de resolver los problemas propuestos, sino en la manera de expresarse y en el significado que se le da a determinado vocabulario. Además, esta característica expone la incomprensión existente entre dos personas que emplean lenguajes de distintos niveles; como muestra, la relación docente-alumno en la enseñanza en las aulas; donde el docente propone un problema, del cual espera una respuesta correspondiente al cuarto nivel, pero el alumno aún se encuentra en el tercer nivel o inferiores y desarrolla el problema mediante un razonamiento intuitivo. De modo que el docente debe ajustarse al nivel en el que se encuentren sus estudiantes.

- **Localidad de los niveles de razonamiento**

La localidad de los niveles se entiende que un individuo puede razonar en diferentes niveles al trabajar en distintos campos de la geometría. En líneas generales, un estudiante no posee el mismo nivel de razonamiento en los diferentes campos de la geometría, pues el aprendizaje previo y los conocimientos que tenga son elementos básicos en su habilidad de razonamiento. Una vez logrado un nivel en algún concepto o campo de la geometría, será más fácil para el individuo lograr ese mismo nivel para otros conceptos o áreas.

- **Continuidad de los niveles de razonamiento**

La continuidad hace referencia a la forma en que el individuo pasa de un nivel a otro nivel superior. Sobre el paso de nivel, según Jaime & Gutiérrez (1990), existen dos opiniones opuestas: la primera opinión es de Van Hiele, en la cual sugiere que el paso de un estudiante desde un nivel al siguiente nivel se produce de una forma brusca, como un salto. Mientras que otros autores consideran que este paso se produce de manera más pausada y continua.

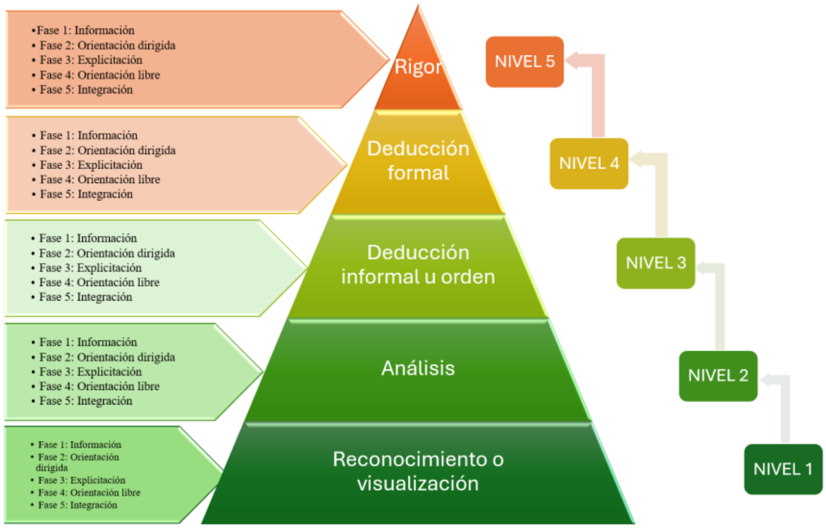
- **La Instrucción como herramienta de avance en el nivel de razonamiento**

La adquisición de los niveles sucesivos no es un aspecto biológico, pues intervienen en gran medida la instrucción recibida y la experiencia personal. De acuerdo con Van Hiele (1986, como se citó en Jaime, 1993), "la transición de un nivel al siguiente no es un proceso natural; tiene lugar bajo la influencia de un programa de enseñanza-aprendizaje". La transición no es posible sin el aprendizaje de un nuevo lenguaje. Por lo tanto, no existe una edad específica que permita identificar en qué nivel se encuentra un individuo.

A continuación, se presenta un esquema representativo de los niveles de razonamiento geométrico del modelo de Van Hiele, considerando las fases de aprendizaje y teniendo claras las propiedades del modelo.

Figura 1

Pirámide representativa de los niveles de razonamiento geométrico del modelo de Van Hiele y sus fases de aprendizaje



Nota. El esquema representa la secuencia de los niveles de razonamiento del modelo de Van Hiele; además, se indican las fases de aprendizaje en cada nivel. Elaboración propia.

2.1.6. Dimensiones del Modelo de Van Hiele

Para recalcar, el paso de un nivel a otro es un proceso complejo, el cual depende más de la enseñanza recibida que de la edad o madurez. Por ende, las dimensiones de la variable independiente, para la presente investigación, están relacionadas con las fases de aprendizaje del modelo de Van Hiele, pues estos periodos brindan al docente una guía de diseño y organización en sus experiencias de aprendizaje, fomentando que los estudiantes logren un nivel de razonamiento superior. Las fases de aprendizaje son las siguientes:

Dimensión 1: Información

En esta fase, el docente puede descubrir en qué nivel de razonamiento se encuentran sus estudiantes respecto a un tema, mientras que al estudiante le permite conocer el tipo de trabajo que debe realizar por medio del material que le presenta el docente. Cabe resaltar que esta fase es oral y mediante las preguntas adecuadas se trata de determinar el punto de partida de los alumnos y el camino a seguir en las actividades venideras.

Dimensión 2: Orientación dirigida

El estudiante empieza a explorar, descubrir y aprender propiedades del campo de estudio mediante las actividades que el docente le propone; esto para facilitar el aprendizaje. Aquí es donde la importancia de la capacidad didáctica del docente será la más necesaria. Puesto que el docente es el que guía, orienta y dirige los aprendizajes de los estudiantes.

Dimensión 3: Explicitación

En esta fase, los estudiantes intercambian sus experiencias y opiniones respecto a los conocimientos adquiridos en su grupo de trabajo, además de afianzar el nuevo vocabulario correspondiente al nivel de razonamiento que están empezando a alcanzar. Mientras tanto, el docente cumple el rol de orientador, mediador y modelador del lenguaje que utilicen los escolares, permitiendo que sea un diálogo armonioso con respeto a las opiniones de los demás.

Dimensión 4: Orientación libre

En esta fase se consolidan los aspectos adquiridos en el nivel; por lo tanto, el docente puede diseñar y asignar actividades que le permitan al estudiante aplicar los conocimientos y el lenguaje que adquirió en otras investigaciones diferentes a las anteriores, lo cual le permite la utilización y combinación de los nuevos conceptos, propiedades y formas de razonamiento. Esta idea obliga al estudiante a una mayor necesidad de justificar sus respuestas, utilizando un razonamiento y lenguaje cada vez más eficaces.

Dimensión 5: Integración

Para esta fase, el docente diseñará actividades de modo que el estudiante relacione y combine sus nuevos conocimientos con otros campos que haya estudiado anteriormente, formando o creando una nueva red de relaciones mentales, más compleja que la anterior sin el aporte de conceptos o propiedades nuevas. En otras palabras, en esta fase no se trabajan contenidos nuevos, sino que solo se sintetizan los ya trabajados.

2.2. Competencia “Resuelve problemas de forma, movimiento y localización”

2.2.1. Teoría que fundamenta el estudio de la variable dependiente

La competencia “Resuelve problemas de forma, movimiento y localización” busca que los estudiantes aprendan a orientarse, a describir posiciones o localizaciones. Esta competencia se evidencia cuando los estudiantes tienen la capacidad de establecer relaciones entre el objeto y el espacio o el objeto y la persona que pertenecen al entorno. Además, los estudiantes pueden alcanzar una mayor capacidad para solucionar problemas referidos a la localización cuando experimentan o exploran; es así como nuestra variable independiente está relacionada con la teoría del desarrollo de Piaget.

Teoría del desarrollo cognitivo de Piaget

La teoría del desarrollo cognitivo de Jean Piaget busca explicar cómo se origina y se construye el conocimiento humano. Postula que el desarrollo intelectual es un proceso de reorganización progresiva de las estructuras mentales, impulsado por la maduración biológica y la interacción activa del individuo con su entorno. De la Torre (2003) afirma que Piaget, con su punto de vista genético, aportó nociones importantes a la psicología experimental, con lo cual le llevó a estudiar el desarrollo de las funciones cognitivas, es decir, aquellas que proporcionan un conocimiento del mundo externo. Piaget concibió el desarrollo cognitivo del individuo como un avance gradual hacia el logro de una adaptación inteligente al entorno, que se manifiesta en un equilibrio más completo. Asimismo, afirma que dos de las nociones más fértiles introducidas por Piaget son la asimilación y el acomodamiento, que están íntimamente asociadas con los conflictos cognitivos que se presentan en los periodos de transición entre una fase dada y la siguiente.

Conceptos Fundamentales de la Inteligencia

Piaget concibió la inteligencia como una forma fundamental de adaptación que busca el equilibrio constante entre el organismo y el ambiente, proceso que se logra mediante estructuras y mecanismos dinámicos:

A. Esquemas: Los esquemas son las unidades básicas de la cognición, patrones organizados de comportamiento o pensamiento que sirven para interpretar y darle sentido a la experiencia. Son estructuras mentales que se modifican continuamente a lo largo del desarrollo.

B. Procesos de Adaptación: La dinámica de la construcción del conocimiento se explica a través de dos mecanismos complementarios que buscan la adaptación:

1. Asimilación: El proceso de integrar nuevas experiencias a los esquemas existentes. El sujeto moldea la realidad para que encaje en sus estructuras mentales actuales.

2. Acomodación: El proceso de modificar los esquemas existentes para ajustarlos a la nueva información que no puede ser asimilada. El sujeto se ajusta a las exigencias del entorno.

El equilibrio (o equilibración) es la fuerza autorreguladora que resuelve el conflicto cognitivo (desequilibrio) entre la asimilación y la acomodación, impulsando al niño hacia un modo de pensamiento más complejo y estable.

Etapas del Desarrollo Cognitivo

El desarrollo cognitivo avanza mediante una secuencia de cuatro etapas cualitativamente distintas, donde el paso de una a otra implica una reestructuración completa del sistema de pensamiento.

A. Etapa Sensoriomotora (Nacimiento - 2 años)

El conocimiento se construye a partir de la interacción física y los sentidos. El logro principal es la permanencia del objeto, la comprensión de que los objetos siguen existiendo, aunque no estén perceptibles.

B. Etapa Preoperacional (2 - 7 años)

Se desarrolla la función simbólica (lenguaje, juego de simulación). El pensamiento es intuitivo y presenta limitaciones significativas:

• Egocentrismo: dificultad para adoptar la perspectiva de otros.

• Centración: tendencia a enfocarse en un solo aspecto de un objeto o evento.

• Irreversibilidad: incapacidad para revertir mentalmente una secuencia de acciones.

C. Etapa de las Operaciones Concretas (7 - 11 años)

El niño comienza a razonar lógicamente sobre eventos y objetos concretos y observables. Adquiere habilidades clave como la conservación (comprender que la cantidad se mantiene a pesar de los cambios de forma), la clasificación y la seriación. El razonamiento es lógico, pero aún está ligado a la realidad física.

D. Etapa de las Operaciones Formales (11 años en adelante)

El individuo desarrolla la capacidad de razonar de forma abstracta, hipotética y deductiva. Puede operar con ideas, hipótesis y proposiciones sin necesidad de referentes concretos, lo que permite la planificación científica y la consideración de múltiples variables.

Para González y Hernández (2009), Piaget es el pionero que presentó el término de niveles de aprendizaje y sustentó que el paso de un grado a otro del entendimiento se daba por cambios biológicos, además de que el grado siguiente era congénito cuando los alumnos se percataban de este.

2.2.2. Estructura del Currículo Nacional de la Educación Básica

Para empezar, el MINEDU (2016), a través del Currículo Nacional de la Educación Básica (CNEB), enfatiza que la educación "está estructurada con base en cuatro definiciones curriculares clave que permiten concretar en la práctica educativa las intenciones que se expresan en el Perfil de egreso". Estas definiciones son las siguientes:

a) Competencias

La competencia se define como la facultad que tiene una persona de combinar un conjunto de capacidades a fin de lograr un propósito específico en una situación determinada. Para ser competente, supone comprender la situación que se debe afrontar y evaluar las posibilidades que se tienen para resolverla. Esto significa identificar los conocimientos y habilidades que uno posee o que están disponibles en el entorno, analizar las combinaciones más pertinentes a la situación y al propósito, para luego tomar decisiones y ejecutar o poner en acción la combinación seleccionada.

Ciertamente, el concepto de competencia es multidimensional e incluye distintos niveles como saber (datos, conceptos, conocimientos), saber hacer (habilidades, destrezas), saber ser (actitudes y valores) y saber estar (capacidades relacionadas con la comunicación interpersonal y el trabajo cooperativo). En otras palabras, la competencia es la capacidad de un buen desempeño en contextos complejos y auténticos.

b) Capacidades

Las capacidades son recursos para actuar de manera competente. Estos recursos son los conocimientos, habilidades y actitudes que los estudiantes utilizan para afrontar una situación determinada. Estas capacidades suponen operaciones menores implicadas en las competencias, que son operaciones más complejas.

Dentro de este marco, los conocimientos son las teorías, conceptos y procedimientos legados por la humanidad en distintos campos del saber. Asimismo, las habilidades hacen referencia al talento, la pericia o la aptitud de una persona para desarrollar alguna tarea con éxito. Estas habilidades pueden ser sociales, cognitivas y motoras. Mientras que las actitudes son disposiciones o tendencias para actuar de acuerdo o en desacuerdo con una situación específica, es decir, son formas habituales de pensar, sentir y comportarse de acuerdo con un sistema de valores que se va configurando a lo largo de la vida a través de las experiencias y educación recibida.

c) Estándares de aprendizaje

Son descripciones del desarrollo de la competencia en niveles de creciente complejidad, desde el inicio hasta el fin de la Educación Básica, de acuerdo con la secuencia que sigue la mayoría de los estudiantes que progresan en una competencia determinada. Estas descripciones son holísticas porque hacen referencia de manera articulada a las capacidades que se ponen en acción al resolver o enfrentar situaciones auténticas. Además, los estándares de aprendizaje tienen por propósito ser los referentes para la evaluación de los aprendizajes tanto a nivel de aula como a nivel de sistema (evaluaciones nacionales, muestrales o censales).

De este modo, los estándares proporcionan información valiosa para retroalimentar a los estudiantes sobre su aprendizaje y ayudarlos a avanzar, así como para adecuar la enseñanza a las necesidades de aprendizaje identificadas. Asimismo, sirven como referente para la programación de actividades que permitan demostrar y desarrollar competencias.

d) Desempeños

Son descripciones específicas de lo que hacen los estudiantes respecto a los niveles de desarrollo de las competencias (estándares de aprendizaje). Son observables en una diversidad de situaciones o contextos. No tienen carácter exhaustivo; más bien, ilustran actuaciones que los estudiantes demuestran cuando están en proceso de alcanzar el nivel esperado de la competencia o cuando han logrado este nivel.

En definitiva, el desempeño se describe como un resultado de lo que el estudiante está capacitado para hacer o producir al finalizar una etapa. De modo que no se evalúa al estudiante, sino el resultado o el producto final que él ha construido.

2.2.3. Área de matemática

La matemática es una actividad humana y ocupa un lugar relevante en el desarrollo del conocimiento y de la cultura de nuestras sociedades. Se encuentra en constante desarrollo y reajuste, y por ello sustenta una creciente variedad de investigaciones en las ciencias, las tecnologías modernas y otras, las cuales son fundamentales para el desarrollo integral del país. Esta área de aprendizaje contribuye a formar ciudadanos capaces de buscar, organizar, sistematizar y analizar información, entender el mundo que los rodea, desenvolverse en él, tomar decisiones pertinentes y resolver problemas en distintos contextos de manera creativa (MINEDU, 2016, pág. 137).

2.2.3.1. Enfoque del área de Matemática

En esta área, el marco teórico y metodológico que orienta la enseñanza-aprendizaje corresponde al enfoque Centrado en la Resolución de Problemas. Dicho enfoque se nutre de tres fuentes: la teoría de situaciones didácticas, la educación matemática realista y el enfoque de resolución de problemas. En ese sentido, es fundamental entender las situaciones como acontecimientos significativos, dentro de los cuales se plantean problemas cuya resolución permite la emergencia de ideas matemáticas. Estas situaciones se dan en contextos, los cuales se definen como espacios de la vida y prácticas sociales y culturales, pudiendo ser matemáticos y no matemáticos.

Por otro lado, la resolución de problemas es entendida como el dar solución a retos, desafíos, dificultades u obstáculos para los cuales no se conoce de antemano las estrategias o caminos de solución, y llevar a cabo procesos de resolución y organización de los conocimientos matemáticos. Así, estas competencias se desarrollan en la medida en que el docente propicie de manera intencionada que los estudiantes: asocien situaciones a expresiones matemáticas, desarrollen de manera progresiva sus comprensiones, establezcan conexiones entre estas, usen recursos matemáticos, estrategias heurísticas, estrategias metacognitivas o de autocontrol, expliquen, justifiquen o prueben conceptos y teorías.

Tomando en cuenta lo anterior, es importante considerar que:

- ✓ La matemática es un producto cultural dinámico, cambiante, en constante desarrollo y reajuste.
- ✓ Toda actividad matemática tiene como escenario la resolución de problemas planteados a partir de cuatro situaciones fenomenológicas: cantidad; regularidad, equivalencia y cambio; forma, movimiento y localización; y gestión de datos e incertidumbre.
- ✓ El aprendizaje de la matemática es un proceso de indagación y reflexión social e individual en el que se construyen y reconstruyen los conocimientos durante la resolución de problemas; esto implica relacionar y organizar ideas y conceptos matemáticos, que irán aumentando en grado de complejidad.
- ✓ Las emociones, actitudes y creencias actúan como fuerzas impulsadoras del aprendizaje.
- ✓ La enseñanza de la matemática pone énfasis en el papel del docente como mediador entre el estudiante y los saberes matemáticos al promover la resolución de problemas en situaciones que garanticen la emergencia de conocimientos como solución óptima a los problemas, su reconstrucción, organización y uso en nuevas situaciones. Así como gestionar los errores que surgieron en este proceso.

- ✓ La metacognición y la autorregulación propician la reflexión y mejoran el aprendizaje de la matemática. Implica el reconocimiento de aciertos, errores, avances y dificultades.

2.2.3.2. Competencias del área de Matemática

Como establece el MINEDU (2016), para el logro del Perfil de egreso de los estudiantes de la Educación Básica se favorece el desarrollo de diversas competencias. A través del enfoque centrado en la Resolución de Problemas, el área de Matemática promueve y facilita que los estudiantes desarrollen las siguientes competencias:

- ✓ Resuelve problemas de cantidad.
- ✓ Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.
- ✓ Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.
- ✓ Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.

Es necesario resaltar que el presente trabajo de investigación se enfocará en el desarrollo de la competencia "Resuelve problemas de forma, movimiento y localización".

2.2.4. Definición de la competencia "Resuelve problemas de forma, movimiento y localización"

Para un mejor panorama desglosáremos la competencia en sus tres ejes que le componen:

Forma

La palabra forma, según la Real Academia Española (RAE), es la configuración externa de algo. De ahí que las figuras geométricas posean formas, las cuales están constituidas por un conjunto de puntos, representadas tanto en la geometría plana como en la del espacio. Dicho de otra manera, la forma puede representarse mediante círculos, triángulos, cuadrados, cubos, esferas, entre otros.

Movimiento

El movimiento, según la RAE, es la acción y efecto de mover. Por esta razón, el movimiento consiste en trasladar, girar y tener simetría. El traslado de los objetos físicos y abstractos se da en un espacio tridimensional; para realizar una traslación, se debe considerar la dirección, el sentido y el módulo. Este movimiento llamado giro constituye una parte fundamental para nuestra asistencia. Lo observamos en cada momento: en la naturaleza, en las ciudades, el clima, el día y la noche, las llantas, etc. Todo ello tiene un centro de correspondencia. Desde que nos miramos, hay simetría en el cuerpo, también en los objetos artísticos. La simetría es la correspondencia de una imagen hacia otra; esto contempla la magia de la matemática.

Localización

Para la RAE, la localización es la acción y el efecto de localizar. De ahí que la localización se relacione con la postura de un cuerpo sobre el área terrestre en un parámetro determinado, basándose en la intersección de los ejes del plano cartesiano. Existen dos tipos de localización: la localización relativa consiste en que un punto se transforma en referencia de otro, mientras que la localización absoluta no considera la posición de ella respecto a otros puntos de referencia sino su posición exacta (Zehnder & Bonardi, 2014, pág. 22).

Ya habiendo definido qué es forma, movimiento y localización. Del mismo modo, teniendo claro que es una competencia y conociendo que el área de matemática tiene un enfoque centrado en la resolución de problemas. A continuación, nos centramos en la competencia “Resuelve problemas de forma, movimiento y localización”, si bien, la educación se basa de acuerdo con el Diseño Curricular, a la vez, este mismo describe que la competencia, ya mencionada, consiste en:

"Que el estudiante se oriente y describa la posición y el movimiento de objetos y de sí mismo en el espacio, visualizando, interpretando y relacionando las características de los objetos con formas geométricas bidimensionales y tridimensionales. Implica que realice mediciones directas o indirectas de la superficie, del perímetro, del volumen y de la capacidad de los objetos, y que logre construir representaciones de las formas geométricas para diseñar objetos, planos y maquetas, usando instrumentos, estrategias y procedimientos de construcción y medida. Además, describa trayectorias y rutas, usando sistemas de referencia y lenguaje geométrico" (MINEDU, 2016).

2.2.5. Dimensiones de la competencia "Resuelve problemas de forma, movimiento y localización"

Conociendo que una competencia es el conjunto de capacidades usadas para afrontar alguna situación determinada. Asimismo, en la presente investigación las dimensiones están ligadas a las capacidades de la competencia en estudio. A partir de estas afirmaciones, la competencia "Resuelve problemas de forma, movimiento y localización" implica la combinación de las siguientes capacidades:

Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones

Es construir un modelo que reproduzca las características de los objetos, su localización y movimiento, mediante formas geométricas, sus elementos y propiedades; la ubicación y transformaciones en el plano. Es también necesario evaluar si el modelo cumple con las condiciones dadas en el problema.

Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas

Es comunicar su comprensión de las propiedades de las formas geométricas, sus transformaciones y la ubicación en un sistema de referencia; es también establecer relaciones entre estas formas, usando lenguaje geométrico y representaciones gráficas o simbólicas.

Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio

Es seleccionar, adaptar, combinar o crear una variedad de estrategias, procedimientos y recursos para construir formas geométricas, trazar rutas, medir o estimar distancias y superficies y transformar las formas bidimensionales y tridimensionales.

Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas

Es elaborar afirmaciones sobre las posibles relaciones entre los elementos y las propiedades de las formas geométricas, basadas en su exploración o visualización. Asimismo, justificarlas, validarlas o refutarlas, basadas en su experiencia, ejemplos o contraejemplos, y conocimientos sobre propiedades geométricas; usando el razonamiento inductivo o deductivo.

3. Definición de términos básicos

Competencia "Resuelve problemas de forma, movimiento y localización"

Consiste en que el estudiante se oriente y describa la posición y el movimiento de objetos y de sí mismo en el espacio, visualizando, interpretando y relacionando las características de los objetos con formas geométricas bidimensionales y tridimensionales. Asimismo, implica que realice mediciones directas o indirectas de la superficie, del perímetro, del volumen y de la capacidad de los objetos, y que logre construir representaciones de las formas geométricas para diseñar objetos, planos y maquetas, usando instrumentos, estrategias y procedimientos de construcción y medida. Además, describa trayectorias y rutas, usando sistemas de referencia y lenguaje geométrico (MINEDU, 2016).

Matemática

La matemática es la ciencia formal y exacta que, basada en los principios de la lógica, estudia las propiedades y las relaciones que se establecen entre los entes abstractos (Editorial Etecé, 2023). Estos 'entes abstractos' se relacionan con los números, símbolos y las figuras geométricas, entre otros.

Modelo

Según la RAE, un modelo es un esquema teórico, generalmente en forma matemática, de un sistema o de una realidad compleja, como la evolución económica de un país, que se elabora para facilitar su comprensión y el estudio de su comportamiento.

En el ámbito pedagógico, un modelo es un sistema que pretende establecer una serie de técnicas, estrategias y medios de enseñanza, con el objetivo de lograr que los alumnos alcancen un aprendizaje significativo (Toro, 2023). Además, mediante los modelos pedagógicos se pueden establecer criterios y secuencias de evaluación.

Modelo de Van Hiele

El modelo de Van Hiele es una teoría de enseñanza y aprendizaje de la geometría, cuyo componente principal se basa en el proceso que los estudiantes deben transitar para desarrollar su razonamiento geométrico, a través de cinco niveles de razonamiento. De modo que el estudiante progresa hasta la acumulación de experiencia necesaria para alcanzar un desarrollo cada vez más alto de razonamiento, el cual va ligado a la conceptualización implícita en el lenguaje utilizado, es decir, a la forma de expresarse matemática y geométricamente (Ávila, 2019).

CAPÍTULO III

MARCO METODOLÓGICO

1. Caracterización y contextualización de la investigación

La Institución Educativa N° 82012 “Toribio Casanova López” está ubicada geográficamente en la avenida Dos de Mayo N° 867, en el Distrito de Cajamarca, Provincia de Cajamarca, Departamento de Cajamarca – Perú.

Dentro de los aspectos que comprende la infraestructura de esta institución, se cuenta con aulas, laboratorios, un centro de cómputo, una biblioteca y un auditorio. La población escolar total está conformada por 931 estudiantes, entre varones y mujeres.

Esta Institución Educativa fue creada el 23 de setiembre de 1905, siendo su primer Director-Preceptor PÉREZ RANGEL. En el año 1906, se hizo cargo de la escuela el Director-Preceptor PEDRO JIMÉNEZ; el 17 de abril de 1918, se hizo cargo de la Dirección don José Ángel Rivera. En 1921 trabajó como director CESAR ENRIQUE WARD – como Escuela fiscal. En 1924 se hace cargo como director FELIPE PASTOR. En 1927 se hace cargo DEMETRIO SÁNCHEZ hasta 1932.

En 1933 se hace cargo de la Dirección DANIEL CENTURIÓN. En 1936 cambió a Centro Escolar de Varones Nº 99. En 1937 se hace cargo como director DANIEL A. CENTURIÓN.

Finalmente se convierte en Escuela de Educación Primaria de Menores Nº 82012. El 07 de marzo de 2003 se crea el Colegio Secundario de Menores mediante RESOLUCIÓN DIRECTORAL REGIONAL Nº 0264 – 2003 ED – CAJ. Con el nombre de Coronel “Toribio Casanova López”. Actualmente, el nivel primario cuenta con 515 estudiantes; el nivel secundario, con una población de 416 estudiantes.

El acceso a la Institución Educativa N° 82012 “Toribio Casanova López” se regula con ciertos requisitos que constan en la normativa vigente de la misma institución y, además, esta regulación responde a los lineamientos y documentos reglamentarios de la Dirección Regional de Educación (DRE), de la Unidad de Gestión Educativa Local (UGEL) y del MINEDU del Perú.

Dentro de las debilidades más remarcadas de esta institución educativa, están la escasa actualización y capacitación docente, así como el poco interés de los estudiantes en los procesos educativos; de ahí, la observación del investigador para presentar el presente estudio de investigación. En cuanto a sus fortalezas, docentes con actitud de cambio y prestos para mejorar los procesos educativos, y la existencia de equipos tecnológicos, módulos y kits educativos.

2. Hipótesis de investigación

2.1. Hipótesis general

La aplicación del modelo Van Hiele tiene una influencia positiva en el desarrollo de la competencia “Resuelve problemas de forma, movimiento y localización” de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria de la I.E. N.º “Toribio Casanova López”, Cajamarca, 2024.

2.2. Hipótesis especificas

Existe un nivel bajo en el desarrollo de la competencia “Resuelve problemas de forma, movimiento y localización” de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria de la I.E. N.º 82012 “Toribio Casanova López”, antes de la aplicación del modelo de Van Hiele.

Existe un nivel alto en el desarrollo de la competencia “Resuelve problemas de forma, movimiento y localización” de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria de la I.E. N.º 82012 “Toribio Casanova López”, después de la aplicación del modelo de Van Hiele.

Existen diferencias significativas en el desarrollo de la competencia “Resuelve problemas de forma, movimiento y localización” entre los estudiantes del grupo experimental y el grupo de control, luego de la aplicación del modelo de Van Hiele.

3. Variables de investigación

Variable independiente: Aplicación del modelo de Van Hiele

Variable dependiente: Desarrollo de la competencia “Resuelve problemas de forma, movimiento y localización”.

4. Matriz de operacionalización de variables

Tabla 1

Matriz de operacionalización de variables.

VARIABLES	DEFINICIÓN CONCEPTUAL	DEFINICIÓN OPERACIONAL	DIMENSIONES	INDICADORES	ÍTEMS	TÉCNICAS / INSTRUMENTOS
Variable Independiente: Aplicación del modelo de Van Hiele	El modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele es un modelo de enseñanza y aprendizaje que brinda la posibilidad de identificar las formas de razonamiento geométrico y pautas a seguir para fomentar la consecución de niveles más altos de razonamiento. Al usar este modelo, el docente debe hacer una evaluación inicial que identificará el nivel en el que se encuentra cada uno de los estudiantes. Esto le permitirá describir el avance del razonamiento geométrico de cada uno de ellos y luego aplicar las actividades programadas. (Vargas & Gamboa, 2013)	Es el procedimiento de análisis de las dimensiones de la variable independiente, por medio de la técnica de observación y el instrumento Ficha de observación sistemática, con 2 indicadores en cada dimensión, medidos con la escala de Likert.	Información	Identifica figuras geométricas en objetos del aula, dibujos o imágenes.	1	Observación / Ficha de observación sistemática
				Formula conjeturas sobre las propiedades de las figuras geométricas basándose en observaciones y experiencias previas.	2	
			Orientación dirigida	Clasifica figuras geométricas según sus características.	3	
				Describe las propiedades de figuras geométricas utilizando un lenguaje geométrico.	4	
			Explicitación	Formula definiciones precisas de conceptos geométricos.	5	
				Define figuras geométricas utilizando sus propiedades.	6	
			Orientación libre	Utiliza sus conocimientos sobre las propiedades de las figuras geométricas para resolver problemas geométricos más complejos.	7	
				Justifica sus soluciones a problemas utilizando razonamientos lógicos.	8	
			Integración	Relaciona los conceptos concedidos con otros conceptos matemáticos.	9	
				Aplica sus conocimientos para modelar y resolver problemas de la vida real.	10	

Variable Dependiente: Desarrollo de la competencia “Resuelve problemas de forma, movimiento y localización”	Es el pensamiento geométrico-espacial que adquiere el estudiante para construir y usar conocimiento sobre los objetos matemáticos que representan las formas del espacio y sus propiedades, es decir, una visión geométrica del mundo que le permita interactuar con su entorno de manera efectiva. Por ejemplo, resolver problemas cotidianos, estimar la distancia entre dos puntos, diseñar un plano o armar un objeto tridimensional. En síntesis, se trata de la habilidad de razonar, modelar y comunicar ideas sobre el espacio y la forma para tomar decisiones informadas y creativas.	Es el procedimiento de análisis de las dimensiones de la variable dependiente, por medio de la técnica de evaluación y el instrumento de prueba escrita (pretest y postest), con 20 ítems en total, medidos con la escala de calificación según el CNEB.	Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones.	Construye modelos que reproduzcan las características de los objetos.	1, 4	Evaluación Prueba escrita (Pretest - Post-test)
				Evalúa si el modelo cumple con las condiciones dadas en el problema.	2, 3, 5	
			Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.	Comunica su comprensión de las propiedades de las formas geométricas.	6, 9, 10	
				Establece relaciones entre formas, usando lenguaje geométrico y representaciones gráficas o simbólicas.	7, 8	
			Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio.	Selecciona estrategias, procedimientos y recursos para construir formas geométricas.	13	
				Adapta estrategias, procedimientos y recursos para construir formas geométricas.	12	
				Combina estrategias, procedimientos y recursos para construir formas geométricas.	11, 14	
				Crea estrategias, procedimientos y recursos para construir formas geométricas.	15	
			Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.	Elabora afirmaciones sobre posibles relaciones entre los elementos y las propiedades de las formas geométricas.	17, 19	
				Justifica, valida o refuta su experiencia y conocimientos sobre propiedades geométricas, usando el razonamiento inductivo o deductivo.	16, 18, 20	

5. Población y muestra

5.1. Población

De acuerdo con Sánchez et al. (2018), la población es el conjunto formado por todos los elementos que poseen una serie de características comunes, (…) y que se pueden identificar en un área de interés para ser estudiados, además de estar involucrados en la hipótesis de investigación.

La población en la presente investigación estuvo conformada por 98 estudiantes matriculados en las cuatro secciones de quinto grado de educación secundaria de la institución educativa "Toribio Casanova López" – Cajamarca, 2024.

5.2. Muestra

Según Ñaupas et al. (2014), la muestra es el subconjunto o parte del universo o población seleccionado por métodos diversos, pero siempre teniendo en cuenta la representatividad del universo. Es decir, una muestra es representativa si reúne las características de los individuos del universo (pág. 246).

La muestra de la presente investigación se encontró conformada por 50 estudiantes de las secciones "A" y "B". De los cuales, 25 estudiantes del quinto grado "A" pertenecieron al grupo experimental y 25 estudiantes del quinto grado "B" pertenecieron al grupo de control. De acuerdo con la muestra mencionada, se usó un muestreo no probabilístico por conveniencia, al encontrar grupos intactos de estudiantes de quinto grado.

6. Unidad de análisis

La unidad de análisis estuvo conformada por cada uno de los estudiantes que corresponden al quinto grado de educación secundaria de la I.E. N.º 82012 "Toribio Casanova López".

7. Métodos de investigación

La presente investigación hizo uso del método hipotético-deductivo, (…) pues hace uso de procedimientos lógicos deductivos; para ello, comienza de un supuesto o un planteamiento a priori, el cual debe ser demostrado (Sánchez et al., 2018). Asimismo, se usó el método analítico, que consiste en aislar, diferenciar y distinguir los elementos de un fenómeno para poder revisarlos ordenadamente, cada uno por separado. También se hace uso del método estadístico para recopilar, organizar, analizar, interpretar y presentar datos. Al mismo tiempo, se usó el método inductivo, que, a partir del estudio de casos particulares, obtiene conclusiones que explican o relacionan los fenómenos estudiados.

En consecuencia, esta investigación también hizo uso del método científico, pues integra la inducción y la deducción, con la finalidad de construir un conocimiento teórico y aplicado. Asimismo, consta de cuatro etapas fundamentales: planteamiento del problema, formulación de posibles hipótesis, puestas a prueba de las hipótesis y resultados y derivación de las consecuencias (Sánchez et al., 2018).

8. Tipo de investigación

La presente investigación está distribuida según su finalidad es aplicada, porque busca resolver un problema en un periodo de tiempo corto mediante acciones concretas que enfrenten el problema. Según el nivel de profundización de estudio, es explicativa, ya que busca responder al porqué del objeto que se investiga (Sanca, 2011, pág. 622).

Mientras que, según su alcance temporal, es longitudinal, pues recoge información de diferentes grupos muestrales en dos momentos diferentes (antes y después de la aplicación del modelo de Van Hiele) para compararlos. Con un enfoque cuantitativo, ya que emplea procedimientos cuantitativos y estadísticos para recoger información y procesarla (Sánchez et al., 2018, pág. 80).

9. Diseño de investigación

La presente investigación tuvo un diseño cuasiexperimental; para ello, se utilizaron dos grupos: un grupo experimental y otro de control. Se determina por el siguiente esquema:

$$G_E: O_1 \text{ ------ } x \text{ ------ } O_2$$

$$G_C: O_3 \text{ --------------- } O_4$$

G_E: Grupo experimental conformado por 25 estudiantes de quinto grado de Educación Secundaria, sección A.

G_C: Grupo de control conformado por 25 estudiantes de quinto grado de Educación Secundaria, sección B.

O_1: Resultados del pre-test del grupo experimental

O_3: Resultados del pre-test del grupo de control

O_2: Resultados del post-test del grupo experimental

O_4: Resultados del post-test del grupo de control

x: Aplicación del modelo de Van Hiele

10. Técnicas e instrumentos de recolección de datos

Las técnicas e instrumentos por utilizar en la presente investigación son:

Para la variable independiente, el modelo de Van Hiele, se usó como técnica la observación, es el proceso de conocimiento de la realidad factual, mediante el contacto directo del sujeto cognoscente y el objeto por conocer (Ñaupas et al., 2014); además el instrumento usado fue la ficha de observación sistemática, que utilizo la escala de Likert, una herramienta psicométrica que mide las actitudes de las personas en estudio.

Tabla 2

Escala de Likert para la variable independiente

1: No se observa	2: Se observa muy poco	3: Se observa moderadamente	4: Se observa considerablemente	5: Se observa completamente

Para la medir la variable dependiente, desarrollo de la competencia “Resuelve problemas de forma, movimiento y localización” se utilizó como técnica, la evaluación, pues permite recabar información factual en la aplicación del estudio en los estudiantes en un periodo breve y el instrumento aplicado para la recolección de datos fue la prueba escrita, conformado por 20 preguntas, funcionando para el pre-test y post-test de la investigación, que fue medido por la escala de calificación según el CNEB.

Tabla 3

Escala de calificación para medir la variable dependiente

1: En inicio	2: En proceso	3: Logro esperado	4: Logro destacado

11. Técnicas para el procesamiento y análisis de los datos

Debido a la naturaleza de la investigación, fue necesario probar los supuestos de normalidad y homocedasticidad para muestras independientes empleando el software estadístico IBM SPSS versión 27.

Los resultados obtenidos se presentaron a través de tablas y gráficos estadísticos obtenidos en el software estadístico IBM SPSS versión 27 y el programa Microsoft Excel.

Para la prueba de hipótesis, se utilizó el coeficiente de distribución “t de Student”, con un nivel de significancia del 5%, el cual se calculó con el software estadístico IBM SPSS versión 27.

12. Validez y confiabilidad

12.1. Validez

Es el grado en que un método o técnica sirve para medir con efectividad lo que supone que está midiendo. Es decir, que el resultado obtenido mediante la aplicación del instrumento demuestra medir lo que realmente se desea medir (Sánchez et al., 2018).

Para comprobar la validez de los instrumentos, estos fueron sometidos a juicio de expertos; se consultó la opinión de dos docentes de la Especialidad de Matemática de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional de Cajamarca, quienes determinaron la coincidencia de patrones de los ítems de los instrumentos.

12.2. Confiabilidad

La confiabilidad de un instrumento de medición indica el grado en que su aplicación repetida en el mismo individuo u objeto produce resultados iguales. Además, implica las cualidades de estabilidad, consistencia, exactitud, tanto de los instrumentos como de los datos y las técnicas de investigación. La confiabilidad, así como la validez, puede ser entendida en relación con el error, pues a mayor confiabilidad, menor error (Sánchez et al., 2018).

Para evaluar la confiabilidad del instrumento de investigación, se empleó el coeficiente alfa de Cronbach. Así tenemos:

Esquema de Confiabilidad Alfa de Cronbach:

$$\alpha = \frac{K}{K-1}\left[1 - \frac{\sum s_i^2}{s_T^2}\right]$$

Donde:

$\alpha =$ Coeficiente de Alfa de Cronbach

$k =$ Número de preguntas

$s_i^2 =$ Varianza de cada pregunta

$s_T^2 =$ Varianza total

Tabla 4

Rangos del coeficiente Alfa de Cronbach para determinar la confiabilidad

Rangos	Criterio
0,81 – 1,00	Muy alta
0,61 – 0,80	Alta
0,41 – 0,60	Moderada
0,21 – 0,40	Baja
0,00 – 0,20	Muy baja

Nota. Valores para determinar la confiabilidad de los instrumentos de investigación

Es así como, para el instrumento prueba escrita sobre el logro de la competencia "Resuelve problemas de Forma, Movimiento y Localización" se aplicó a una muestra piloto conformada por dieciséis (16) estudiantes del quinto grado de secundaria de la I. E. N° 82012 "Toribio Casanova López", obteniendo el siguiente resultado de confiabilidad:

Tabla 5

Estadístico de fiabilidad

Alfa de Cronbach	Número de ítems
0,86	20

Nota. Resultado obtenido al calcular el alfa de Cronbach.

El resultado obtenido del coeficiente alfa de Cronbach es igual a 0,86. Por lo tanto, de acuerdo con la tabla 4, el instrumento fue válido porque es mayor que 0,81, es decir, concuerda con los objetivos de la presente investigación. Además, el instrumento es confiable debido a que es mayor que 0,81, el mismo que tiene consistencia interna, considerando el criterio de alta confiabilidad de 0,86.

CAPÍTULO IV

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

1. Resultados de las variables de estudio

Tabla 6

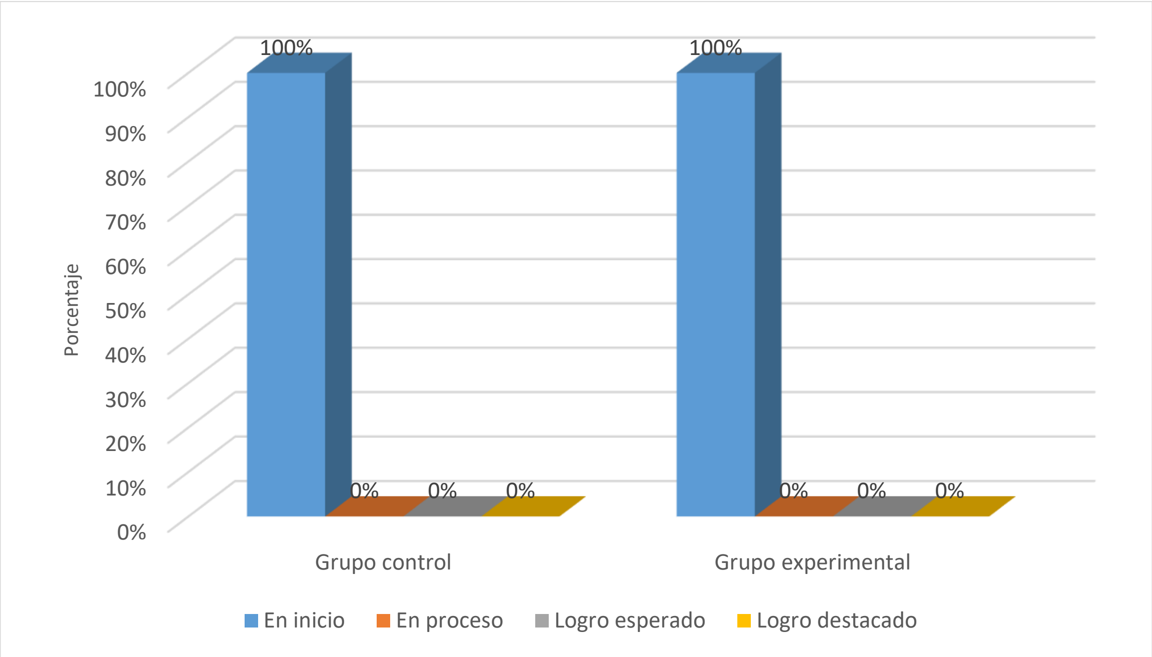
Niveles de logro en la competencia resuelve problemas de forma, movimiento y localización antes de la aplicación del modelo de Van Hiele.

Cuestionario					
Nivel		Pre-test			
		Grupo control		Grupo experimental	
		fi	%	fi	%
En inicio	[20-35]	25	100 %	25	100 %
En proceso	[36-50]	0	0 %	0	0 %
Logro esperado	[51-65]	0	0 %	0	0 %
Logro destacado	[66-80]	0	0 %	0	0 %
Total		25	100 %	25	100 %

Nota: Datos recopilados de pre-test

Figura 2

Distribución porcentual por nivel de logro en la competencia resuelve problemas de forma, movimiento y localización antes de la aplicación del modelo de Van Hiele



Nota. Resultados según el puntaje que el estudiante obtuvo en el pretest.

Análisis:

De la tabla 6 y la figura 2, se puede apreciar claramente que, antes de la aplicación del modelo de Van Hiele en la competencia en estudio, tanto el grupo control como el grupo experimental se encuentran en el nivel de logro “En inicio”, representando ambos un 100%.

Tabla 7

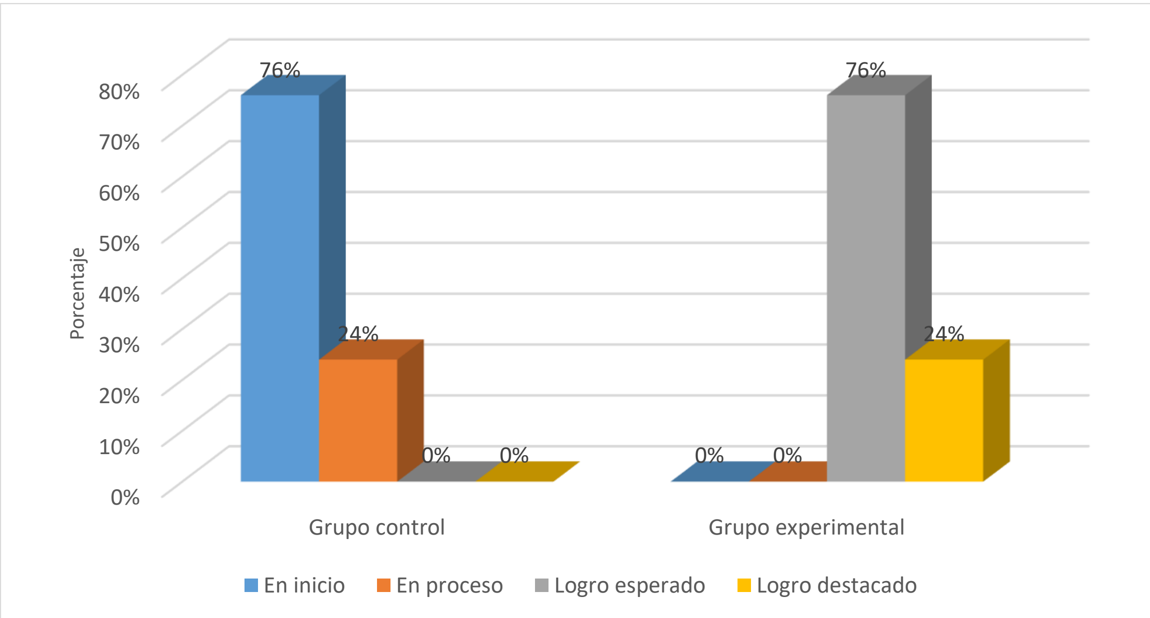
Niveles de logro en la competencia Resuelve Problemas de Forma, Movimiento y Localización después de la aplicación del modelo de Van Hiele.

		Cuestionario			
		Post-test			
Nivel		Grupo control		Grupo experimental	
		fi	%	fi	%
En inicio	[20-35]	19	76 %	0	0 %
En proceso	[36-50]	6	24 %	0	0 %
Logro esperado	[51-65]	0	0 %	19	76 %
Logro destacado	[66-80]	0	0 %	6	24 %
Total		25	100 %	25	100 %

Nota: Datos recopilados de post-test

Figura 3

Distribución porcentual por nivel de logro en la Competencia Resuelve Problemas de Forma, Movimiento y Localización después de la aplicación del modelo de Van Hiele



Nota. Resultados según el puntaje que el estudiante obtuvo en el post-test.

Análisis:

De la tabla 7 y la figura 3, se aprecia que, después de la aplicación del modelo de Van Hiele en la competencia en estudio, los estudiantes en el grupo control se encuentran en un 76% en inicio y el 24% en proceso. Mientras que los estudiantes del grupo experimental, un 76%, se encuentran en logro esperado y el 24% alcanzó el logro destacado.

Tabla 8

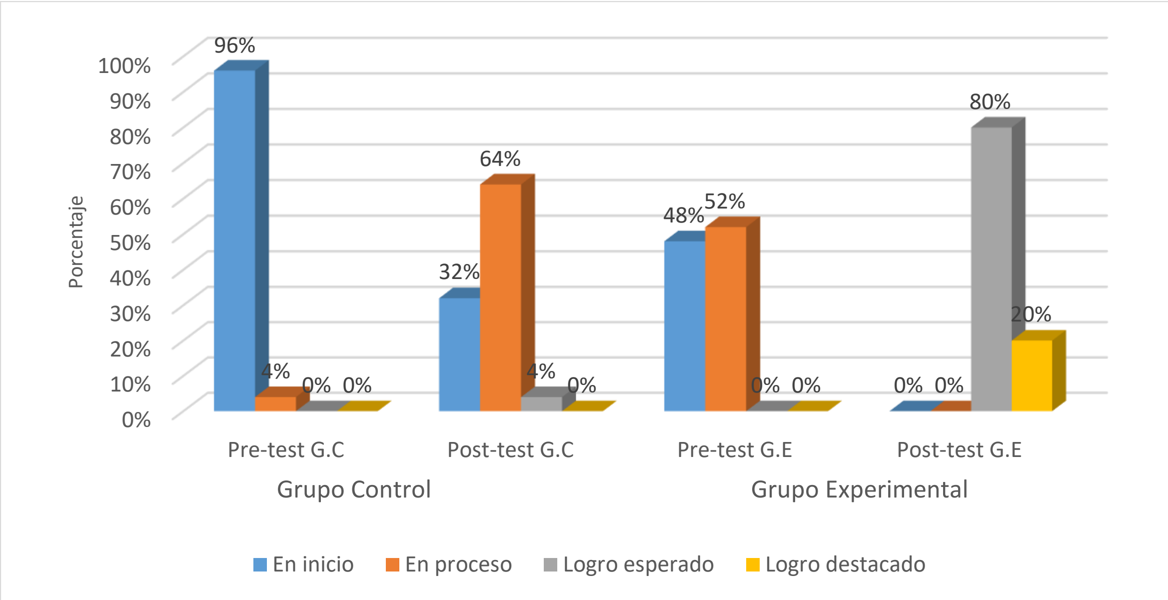
Niveles de logro en la dimensión "Modela objetos con formas y sus transformaciones"

Nivel	Grupo control				Grupo experimental			
	Pre-test		Post-test		Pre-test		Post-test	
	fi	%	fi	%	fi	%	fi	%
En inicio	24	96 %	8	32 %	12	48 %	0	0 %
En proceso	1	4 %	16	64 %	13	52 %	0	0 %
Logro esperado	0	0 %	1	4 %	0	0 %	20	80 %
Logro destacado	0	0 %	0	0 %	0	0 %	5	20 %
Total	25	100 %	25	100 %	25	100 %	25	100 %

Nota: Datos recopilados de pre-test y post-test

Figura 4

Distribución porcentual en la dimensión "Modela objetos con formas y sus transformaciones"



Nota. Resultados según el puntaje que el estudiante obtuvo en el pretest y el postest.

Análisis:

De la tabla 8 y figura 4, se aprecia que, respecto a la dimensión "Modela objetos con formas y sus transformaciones", los estudiantes del grupo control en el **Pre-test** se encuentran el 96% en inicio y el 4% en proceso, y en el **Post-test** se encuentra el 32% en inicio, el 64% en proceso y el 4% en logro esperado.

Mientras que los estudiantes del grupo experimental en el **Pre-test** se encuentran el 48 % en inicio y el 52% en proceso, y en el **Post-test** se encuentran el 80% en logro esperado y el 20% en logro destacado.

Tabla 9

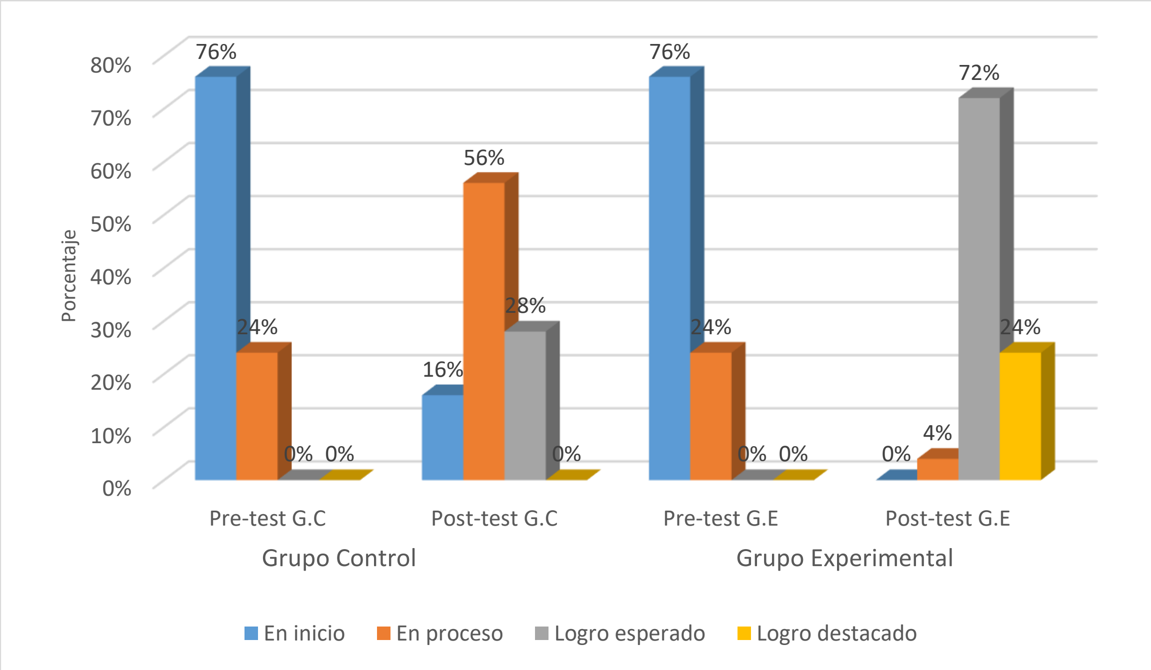
Niveles de logro en la dimensión "Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas"

Nivel	Grupo control				Grupo experimental			
	Pre-test		Post-test		Pre-test		Post-test	
	fi	%	fi	%	fi	%	fi	%
En inicio	19	76 %	4	16 %	19	76 %	0	0 %
En proceso	6	24 %	14	56 %	6	24 %	1	4 %
Logro esperado	0	0 %	7	28 %	0	0 %	18	72 %
Logro destacado	0	0 %	0	0 %	0	0 %	6	24 %
Total	25	100 %	25	100 %	25	100 %	25	100 %

Nota: Datos recopilados de pre-test y post-test

Figura 5

Distribución porcentual en la dimensión "Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas"



Nota. Resultados según el puntaje que el estudiante obtuvo en el pretest y el postest.

Análisis:

De la tabla 9 y figura 5, se aprecia que, respecto a la dimensión "Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas", los estudiantes del grupo control en el **Pre-test** se encuentran el 76% en inicio y el 24% en proceso, y en el **Post-test** se encuentra el 16% en inicio, el 56% en proceso y el 28% en logro esperado.

Mientras que los estudiantes del grupo experimental en el Pre-test se encuentran el 76 % en inicio y el 24% en proceso, y en el **Post-test** se encuentran el 4% en proceso, el 72% en logro esperado y el 24% en logro destacado.

Tabla 10

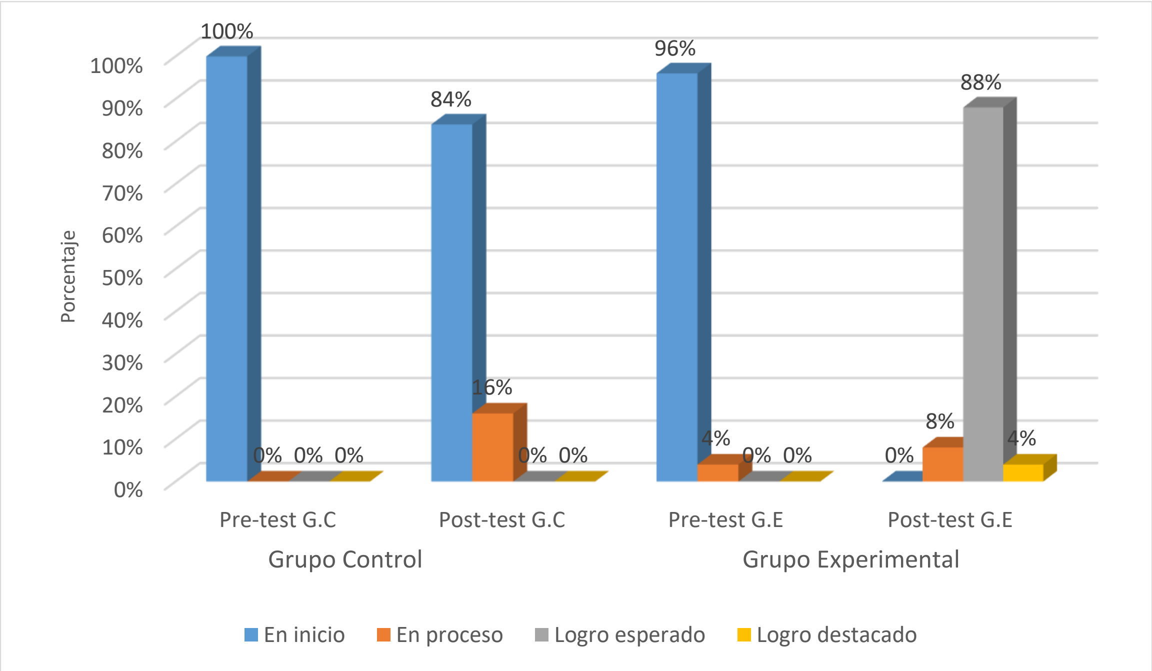
Niveles de logro en la dimensión "Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio"

Nivel	Grupo control				Grupo experimental			
	Pre-test		Post-test		Pre-test		Post-test	
	fi	%	fi	%	fi	%	fi	%
En inicio	25	100 %	21	84 %	24	96 %	0	0 %
En proceso	0	0 %	4	16 %	1	4 %	2	8 %
Logro esperado	0	0 %	0	0 %	0	0 %	22	88 %
Logro destacado	0	0 %	0	0 %	0	0 %	1	4 %
Total	25	100 %	25	100 %	25	100 %	25	100 %

Nota. Datos recopilados de pre-test y post-test

Figura 6

Distribución porcentual en la dimensión "Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio"



Nota. Resultados según el puntaje que el estudiante obtuvo en el pretest y el postest.

Análisis:

De la tabla 10 y figura 6, se aprecia que, respecto a la dimensión "Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio", los estudiantes del grupo control en el **Pre-test** se encuentran al 100% en inicio, y en el Post-test el 84% se encuentran en inicio, el 16% en proceso.

Mientras que los estudiantes del grupo experimental en el Pre-test se encuentran el 96% en inicio y el 4% en proceso, y en el **Post-test** se encuentran el 8% en proceso, el 88% en logro esperado y el 4% en logro destacado.

Tabla 11

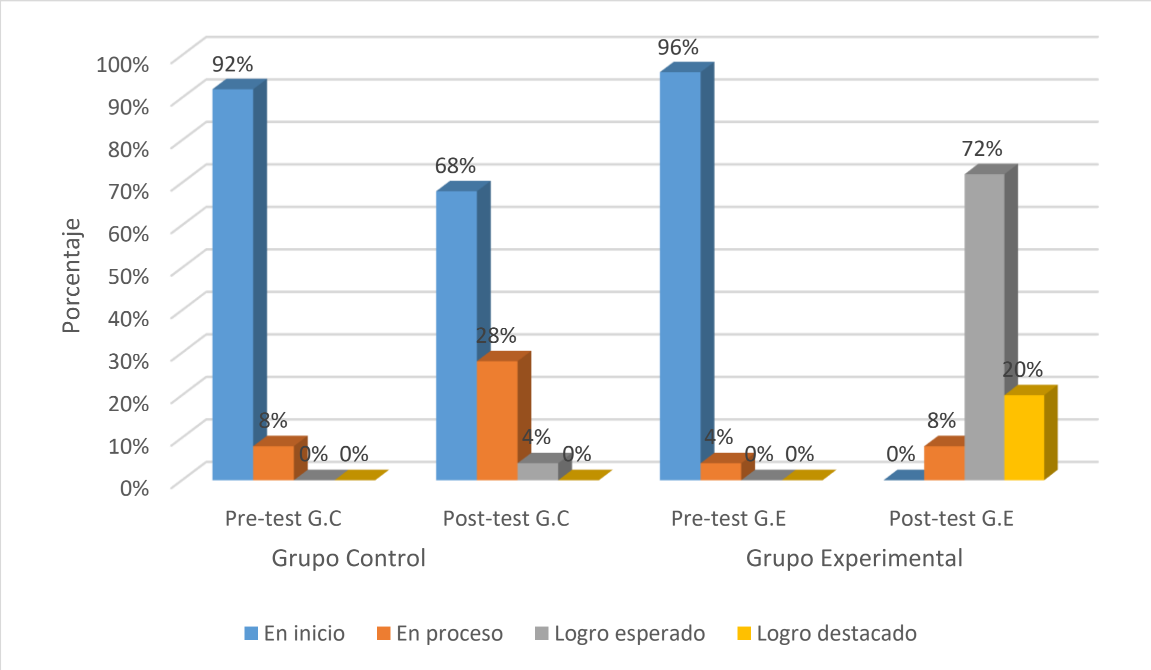
Niveles de logro en la dimensión "Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas"

Nivel	Grupo control				Grupo experimental			
	Pre-test		Post-test		Pre-test		Post-test	
	fi	%	fi	%	fi	%	fi	%
En inicio	23	92 %	17	68 %	24	96 %	0	0 %
En proceso	2	8 %	7	28 %	1	4 %	2	8 %
Logro esperado	0	0 %	1	4 %	0	0 %	18	72 %
Logro destacado	0	0 %	0	0 %	0	0 %	5	20 %
Total	25	100 %	25	100 %	25	100 %	25	100 %

Nota. Datos recopilados de pre-test y post-test

Figura 7

Distribución porcentual en la dimensión "Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas"



Nota. Resultados según el puntaje que el estudiante obtuvo en el pretest y el postest.

Análisis:

De la tabla 11 y figura 7, se aprecia que, respecto a la dimensión "Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas", los estudiantes del grupo control en el **Pre-test** se encuentran el 92% en inicio y el 8% en proceso, y en el **Post-test** el 68% se encuentra en inicio, el 28% en proceso y el 4% en logro esperado.

Mientras que los estudiantes del grupo experimental en el Pre-test se encuentran el 96 % en inicio y el 4% en proceso, y en el Post-test se encuentran el 8% en proceso, el 72% en logro esperado y el 20% en logro destacado.

2. Discusión de resultados

Los resultados obtenidos evidencian que la correcta aplicación del modelo de Van Hiele como estrategia pedagógica influye significativamente en el desarrollo de la competencia “Resuelve problemas de forma, movimiento y localización” en los estudiantes del quinto grado.

El análisis del pretest, diseñado para cumplir con el primer objetivo específico, reveló que el nivel de desarrollo de la competencia fue principalmente bajo tanto en el grupo experimental como en el grupo de control. Es decir, ambos grupos se encontraban en el nivel de logro "En Inicio", sin diferencias estadísticamente significativas, esto antes de la aplicación del modelo de Van Hiele, confirmando la homogeneidad de los grupos.

Este hallazgo desde la perspectiva de la Teoría del Desarrollo Cognitivo de Piaget sugiere que la mayoría de los estudiantes operaban en niveles iniciales de razonamiento geométrico del modelo de Van Hiele. Según Piaget, el paso a las Operaciones Formales (pensamiento abstracto y deductivo, necesario para la geometría) ocurre alrededor de los 11 años, pero este proceso puede no consolidarse en dominios específicos como la geometría. La enseñanza tradicional, al demandar la deducción formal (Nivel 4 de Van Hiele), exige un tipo de pensamiento que la mayoría de los estudiantes, aunque cronológicamente adolescentes, aún no habían desarrollado o asimilado plenamente para este contenido particular, generando un desequilibrio cognitivo sin la mediación adecuada.

El segundo objetivo específico se centró en evaluar el impacto inmediato de la aplicación del Modelo de Van Hiele. Los resultados del postest en el grupo experimental mostraron un incremento notable y un claro avance de los estudiantes hacia los niveles de logro "Logro esperado" y "Logro destacado". Esto implicó guiar a los estudiantes a través de las cinco fases secuenciales (Información, Orientación Dirigida, Explicitación, Orientación Libre e Integración) y facilitó una construcción gradual y estructurada del conocimiento geométrico.

Al transitar por estas fases, los estudiantes no solo aprendieron a identificar figuras (Nivel 1), sino a comprender y utilizar sus propiedades (Nivel 2 - Análisis) e, incluso, a establecer relaciones entre ellas (Nivel 3 - Deducción Informal).

El cumplimiento del tercer objetivo específico, que buscaba determinar la diferencia significativa entre los grupos de control y experimental en el postest, constituye la evidencia empírica más sólida de la investigación. La prueba estadística aplicada t de Student para muestras independientes arrojó un p-valor < 0,001, este menor que el nivel de significancia (0,05), lo que permitió rechazar la hipótesis nula, determinando que existe una diferencia estadísticamente significativa en el desarrollo de la competencia "Resuelve problemas de forma, movimiento y localización" a favor del grupo experimental. Mientras que el grupo de control, que continuó con su metodología tradicional, mostró un avance no muy favorable.

Dado que el cumplimiento de los objetivos específicos 2 y 3 confirmó una diferencia significativa y positiva a favor del grupo experimental tras la aplicación del modelo de Van Hiele. Esto se relaciona directamente a la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel, puesto que el Modelo de Van Hiele opera como un sistema metodológico que asegura la subsunción de la nueva información:

- Relación No Arbitraria: Al estructurar el aprendizaje de forma secuencial (siguiendo las fases), el modelo asegura que los nuevos conceptos (propiedades, relaciones) se conecten de manera lógica con los subsumidores ya existentes en la estructura cognitiva del alumno. La progresión del Nivel 1 al Nivel 2, donde el nuevo conocimiento enriquece y modifica los esquemas mentales previos, previniendo el aprendizaje memorístico.
- Organizadores Previos: Las primeras fases del modelo (Información y Orientación Dirigida) funcionan como organizadores previos, estableciendo un "puente cognitivo"

entre lo que el alumno sabe y el material a aprender, facilitando así la retención a largo plazo y la comprensión profunda de la geometría.

Asimismo, el incremento significativo en el desempeño no solo se debió a la estructura lógica del contenido, sino también a la interacción social, tal como lo postula la teoría sociocultural de Vygotsky.

- Zona de Desarrollo Próximo (ZDP): La aplicación de las fases de Van Hiele actuó directamente en la ZDP de los estudiantes. El docente proporcionó el andamiaje necesario, ajustando la ayuda de la fase de Orientación Dirigida a la de Explicitación, permitiendo a los estudiantes resolver problemas que individualmente no habrían podido resolver.
- Lenguaje como Herramienta Psicológica: La Fase de Explicitación fue fundamentalmente al promover el debate y exigir a los estudiantes que articularan las propiedades que habían descubierto; se forzó la transición de la acción social a la internalización del lenguaje geométrico como signo y herramienta de pensamiento. Esta interiorización del lenguaje formal fue clave para que los estudiantes pudieran ascender a los niveles de razonamiento superior.

En síntesis, los resultados de la investigación permiten determinar la influencia positiva y significativa de la aplicación del modelo de Van Hiele en el desarrollo de la competencia resuelve problemas de forma, movimiento y localización. Tal como demuestran las investigaciones internacionales, nacionales y locales, como Zapata (2018), Plasencia (2019), Ybañez (2022) y Rosas y Oncoy (2023), que manifiestan que la implementación del modelo de Van Hiele contribuye al desarrollo de la competencia matemática de "resuelve problemas de forma, movimiento y localización". Por ende, la intervención del modelo de Van Hiele no solo mejoró el desempeño, sino que también estableció la coherencia entre el nivel de pensamiento del estudiante y la metodología de enseñanza. Esta investigación confirma la validez predictiva y la eficacia pedagógica de las fases de Van Hiele, demostrando que su aplicación sistemática supera las limitaciones de la instrucción tradicional y promueve un desarrollo geométrico profundo, sustentado en una sólida base de principios cognitivos y sociales.

3. Prueba de hipótesis

Análisis inferencial de los resultados de la aplicación de las pruebas evaluativas pretest y postest.

Tabla 12

Prueba de normalidad para los resultados obtenidos en las pruebas evaluativas pretest y postest

Total de la Variable Dependiente: Resuelve Problemas de Forma, Movimiento y Localización	Estadístico	gl	Sig.
Diferencia entre el antes y el después de la prueba escrita del grupo experimental.	0,978	25	0,835
Diferencias entre el antes y el después de la prueba escrita del grupo control	0,951	25	0,260

Teóricamente, se sabe que para realizar la prueba de normalidad se emplea la prueba de Kolmogórov-Smirnov o de Shapiro-Wilk, dado que la muestra está compuesta por 50 estudiantes. Por lo tanto, se usó la prueba de Shapiro-Wilk y el software SPSS versión 27 y se ha formulado las siguientes hipótesis:

H_o: La muestra sigue una distribución normal

H_a: La muestra no sigue una distribución normal

Como se muestra en la Tabla 12, el valor obtenido (sig = 0,835) es superior a 0,05, lo que indica que no hay suficiente evidencia para rechazar la hipótesis nula. Para ello, se realiza la prueba de muestras independientes o prueba de homocedasticidad mediante la prueba de Levene de igualdad de varianzas.

Tabla 13

Prueba de muestras independientes - Homocedasticidad

Prueba de Levene de igualdad de varianzas	F	Sig.
Pretest – se asumen varianzas iguales	0,108	0,108
Postest – se asumen varianzas iguales	0,399	0,531

Los resultados de la tabla 13 confirman que los datos siguen una distribución normal, por lo que el estadístico de prueba empleado para contrastar la hipótesis de investigación en este estudio es *t* de Student para muestras independientes.

Tabla 14

Prueba t de Student para los resultados obtenidos en las pruebas evaluativas pretest y postest.

Variable Dependiente	Diferencias Emparejadas			t	Grados de libertad	p
	Test	Media	Desviación estándar			
Resuelve Problemas de Forma, Movimiento y Localización	Pre - post	20,12000	14,26805	9,971	49	0,000

Para evaluar la influencia del modelo de Van Hiele en el logro de la competencia Resuelve problemas de forma, movimiento y localización, se implementó un diseño pretest-postest con el mismo grupo de estudiantes. Dada la naturaleza de las mediciones dependientes o pareadas, se empleó la prueba t de Student para muestras relacionadas. Esta prueba paramétrica es estadísticamente apropiada para comparar las medias de dos mediciones obtenidas del mismo grupo de sujetos en diferentes momentos.

En concordancia con este diseño, las hipótesis de investigación se formularon de la siguiente manera:

- **Hipótesis Nula (H_0):** No existe diferencia significativa entre las medias del pretest y el postest en la variable evaluada; es decir, la intervención con el modelo de Van Hiele no tuvo influencia en el logro de la competencia Resuelve problemas de forma, movimiento y localización de los estudiantes ($\mu d = 0$, donde μd representa la media de las diferencias emparejadas).
- **Hipótesis Alternativa (H_a):** Existe una diferencia significativa entre las medias del pretest y el postest, indicando que la intervención con el modelo de Van Hiele influencio en el logro de la competencia Resuelve problemas de forma, movimiento y localización de los estudiantes ($\mu d<0$, asumiendo que una mejora en el postest resultará en diferencias negativas al calcular Postest - Pretest).

La prueba t de Student se realiza con un nivel de significancia de $\alpha = 0,05$ y dado que se esperó una mejora en el postest, se utiliza una prueba unilateral (cola izquierda).

Los resultados de la Tabla 14 confirman que la intervención con el modelo de Van Hiele tuvo un impacto estadísticamente significativo ($p < 0,001$), con valores de t altamente positivos que indican mejoras sustanciales en el postest. Estos resultados validan la hipótesis alternativa (Ha) y demuestran que la aplicación del modelo de Van Hiele, alineado con la competencia “Resuelve problemas de forma, movimiento y localización”, mejoró el desempeño de los estudiantes en la IE N° 82012 “Toribio Casanova López” (2024). Esta influencia significativa del Modelo de Van Hiele se debe a que integra de manera efectiva los tres marcos teóricos: respeta el nivel cognitivo del estudiante (Piaget), asegura la conexión lógica y la retención del conocimiento (Ausubel), y utiliza la interacción social y el lenguaje como mediadores para el desarrollo de funciones cognitivas superiores.

Hipótesis especificas

Hipótesis especificas 01

Para evaluar si existe un nivel bajo en el desarrollo de la competencia “Resuelve problemas de forma, movimiento y localización” de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria de la I.E. N.º 82012 “Toribio Casanova López”, antes de la aplicación del modelo de Van Hiele en ambos grupos, se implementó un diseño pretest con el mismo grupo de estudiantes. Dada la naturaleza de las mediciones dependientes o pareadas, se empleó la prueba t de Student para muestras relacionadas. Esta prueba paramétrica es estadísticamente apropiada para comparar las medias de dos mediciones obtenidas del mismo grupo de sujetos en diferentes momentos.

Tabla 15

Prueba t de Student para la hipótesis especifica 01

Variable Dependiente	Diferencias Emparejadas			t	Grados de libertad	p
	Test	Media	Desviación estándar			
Resuelve Problemas de Forma, Movimiento y Localización	Pre - post	1,36000	6,26500	1,086	24	0,288

En concordancia con este diseño, las hipótesis de investigación se formularon de la siguiente manera:

- **Hipótesis Nula (H_0):** existe un nivel bajo en ambos grupos; es decir, antes de la aplicación del modelo de Van Hiele, los estudiantes están en las mismas condiciones ($\mu_1=\mu_2$, donde μ_1 representa la media del grupo control y μ_2 la media del grupo experimental).

- **Hipótesis Alternativa (Ha):** No existe un nivel bajo en ambos grupos; es decir, antes de la aplicación del modelo de Van Hiele, los estudiantes no están en las mismas condiciones ($\mu_1<\mu_2$, donde μ_1 representa la media del grupo control y μ_2 la media del grupo experimental).

La prueba t de Student se realiza con un nivel de significancia de $\alpha = 0{,}05$ y dado que se esperó una mejora en el postest, se utiliza una prueba unilateral (cola izquierda).

Los resultados de la Tabla 15 confirman que antes de la aplicación del modelo de Van Hiele ambos grupos se encontraban en las mismas condiciones debido a que el p-valor 0,288 > 0,05; en tal sentido, se rechaza la hipótesis alternativa (Ha) y se acepta la hipótesis nula (H_0). Demostrando que existe un nivel bajo en el desarrollo de la competencia "Resuelve problemas de forma, movimiento y localización" de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria de la I.E. N.º 82012 "Toribio Casanova López", antes de la aplicación del modelo de Van Hiele en ambos grupos.

Hipótesis especificas 02

Para evaluar si existe un nivel alto en el desarrollo de la competencia "Resuelve problemas de forma, movimiento y localización" de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria de la I.E. N.º 82012 "Toribio Casanova López", después de la aplicación del modelo de Van Hiel. Dada la naturaleza de las mediciones dependientes o pareadas, se empleó la prueba t de Student para muestras relacionadas. Esta prueba paramétrica es estadísticamente apropiada para comparar las medias de dos mediciones obtenidas del mismo grupo de sujetos en diferentes momentos.

Tabla 16

Prueba t de Student para la hipótesis especifica 02

Variable Dependiente	Diferencias Emparejadas			t	Grados de libertad	p
	Test	Media	Desviación estándar			
Resuelve Problemas de Forma, Movimiento y Localización	Post	26,24000	6,729	19,499	24	0,000

En concordancia con este diseño, las hipótesis de investigación se formularon de la siguiente manera:

- **Hipótesis Nula (H_0):** existe un nivel bajo en ambos grupos; es decir, después de la aplicación del modelo de Van Hiele, los estudiantes están en las mismas condiciones ($\mu_1=\mu_2$, donde μ_1 representa la media del grupo control y μ_2 la media del grupo experimental).
- **Hipótesis Alternativa (Ha):** No existe un nivel bajo en ambos grupos; es decir, después de la aplicación del modelo de Van Hiele, los estudiantes no están en las mismas condiciones ($\mu_1<\mu_2$, donde μ_1 representa la media del grupo control y μ_2 la media del grupo experimental).

La prueba t de Student se realiza con un nivel de significancia de $\alpha = 0{,}05$ y dado que se esperó una mejora en el postest, se utiliza una prueba unilateral (cola izquierda).

Los resultados de la Tabla 16 confirman que después de la aplicación del modelo de Van Hiele, ambos grupos no están en las mismas condiciones debido a que el p-valor < 0,001 y a la vez es menor que el nivel de significancia (0,05). Estos resultados validan la hipótesis alternativa (Ha) y demuestran que existe un nivel alto en el desarrollo de la competencia "Resuelve problemas de forma, movimiento y localización" de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria de la I.E. N.º 82012 "Toribio Casanova López", después de la aplicación del modelo de Van Hiele.

Hipótesis especificas 03

Para evaluar si existen diferencias significativas en el desarrollo de la competencia "Resuelve problemas de forma, movimiento y localización" entre los estudiantes del grupo experimental y el grupo de control, luego de la aplicación del modelo de Van Hiele. Se implementó un diseño pretest-postest con el mismo grupo de estudiantes. Dada la naturaleza de las mediciones dependientes o pareadas, se empleó la prueba t de Student para muestras relacionadas. Esta prueba paramétrica es estadísticamente apropiada para comparar las medias de dos mediciones obtenidas del mismo grupo de sujetos en diferentes momentos.

Tabla 17

Prueba t de Student para la hipótesis especifica 03

Variable Dependiente	Diferencias Emparejadas			t	Grados de libertad	p
	Test	Media	Desviación estándar			
Resuelve Problemas de Forma, Movimiento y Localización	Pre - post	24,88000	7,90738	15,732	24	0,000

En concordancia con este diseño, las hipótesis de investigación se formularon de la siguiente manera:

- **Hipótesis Nula (H_0):** No existe diferencia significativa entre las medias del pretest y el postest en la variable evaluada; es decir, la aplicación con el modelo de Van Hiele no tuvo diferencia el desarrollo de la competencia "Resuelve problemas de forma, movimiento y localización" entre los estudiantes del grupo experimental y el grupo de control, ($\mu_1=\mu_2$, donde μ_1 representa la media del grupo control y μ_2 la media del grupo experimental).

- **Hipótesis Alternativa (H_a):** Existe una diferencia significativa entre las medias del pretest y el postest, indicando que la intervención con el modelo de Van Hiele tuvo una diferencia el desarrollo de la competencia "Resuelve problemas de forma, movimiento y localización" entre los estudiantes del grupo experimental y el grupo de control ($\mu_1<\mu_2$, donde μ_1 representa la media del grupo control y μ_2 la media del grupo experimental).

La prueba t de Student se realiza con un nivel de significancia de $\alpha = 0,05$ y dado que se esperó una mejora en el postest, se utiliza una prueba unilateral (cola izquierda).

Los resultados de la Tabla 17 confirman que luego de la aplicación con el modelo de Van Hiele hubo diferencias estadísticamente significativas debido a que el p-valor < 0,001 y a la vez menor al nivel de significancia (0,05) en la dimensión evaluada, con valores de t altamente positivos que indican mejoras sustanciales en el postest. Estos resultados validan la hipótesis alternativa (Ha) y demuestran que luego de la aplicación del modelo de Van Hiele, existen diferencias significativas en el desarrollo de la competencia "Resuelve problemas de forma, movimiento y localización" entre los estudiantes del grupo experimental y el grupo de control.

CONCLUSIONES

1. Tomando en cuenta el objetivo general, que precisa determinar la influencia de la aplicación del modelo de Van Hiele en la competencia *Resuelve problemas de forma, movimiento y localización* y además, considerando el resultado de la hipótesis general, con un nivel de confianza del 95% y un p-valor que es menor a 0,001, se concluye que la aplicación del modelo de Van Hiele tiene una influencia positiva en el desarrollo de la competencia *Resuelve problemas de forma, movimiento y localización* de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria de la I.E. N.º 82012 "Toribio Casanova López" – Cajamarca, 2024.
2. Del objetivo específico 1, que precisa determinar el nivel de los estudiantes antes de la aplicación del modelo de Van Hiele y de la prueba de hipótesis especifica 1, que plantea que el nivel de desarrollo de la competencia *Resuelve problemas de forma, movimiento y localización*; es bajo, entiéndase como bajo cuando se hayan alcanzado los calificativos en el nivel de logro "inicio" o "en proceso", es decir, con calificativos "C" o "B", con un nivel de confianza del 95% y con un p-valor menor a 0,001, se concluye que antes de la aplicación del modelo de Van Hiele el nivel es bajo en el desarrollo de la competencia *Resuelve problemas de forma, movimiento y localización* de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria de la I.E. N.º 82012 "Toribio Casanova López" – Cajamarca, 2024.
3. Del objetivo específico 2, que plantea determinar el nivel de los estudiantes después de la aplicación del modelo de Van Hiele y de la prueba de hipótesis especifica 2, que plantea que el nivel de desarrollo de la competencia *Resuelve problemas de forma, movimiento y localización*; es alto, entiéndase como alto cuando se hayan alcanzado los calificativos en el nivel de logro "logro esperado" o "logro destacado", es decir, con calificativos "A" o "AD", con un nivel de confianza del 95% y con un p-valor menor a

0,001, se concluye que luego de la aplicación del modelo de Van Hiele el nivel es alto en el desarrollo de la competencia *Resuelve problemas de forma, movimiento y localización* de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria de la I.E. N.º 82012 "Toribio Casanova López" – Cajamarca, 2024.

4. Del objetivo específico 3, que precisa determinar las diferencias significativas de los estudiantes del grupo experimental y del grupo control luego de la aplicación del modelo de Van Hiele y de la prueba de hipótesis especifica 3, que plantea que existen diferencias significativas en el grupo experimental y del grupo de control en el desarrollo de la competencia *Resuelve problemas de forma, movimiento y localización*, con un nivel de confianza del 95% y con un p-valor menor a 0,001, se concluye que luego de la aplicación del modelo de Van Hiele el grupo experimental tiene diferencias significativas respecto al grupo control en el desarrollo de la competencia *Resuelve problemas de forma, movimiento y localización* de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria de la I.E. N.º 82012 "Toribio Casanova López" – Cajamarca, 2024.

SUGERENCIAS

1. Se recomienda a la Dirección Regional de Educación (DRE) la adopción de nuevas estrategias metodológicas que puedan transformar la enseñanza de la geometría en el ámbito de Matemática, como el modelo de Van Hiele, que puede aplicarse en cualquier nivel educativo, puesto que no trata de una jerarquía de edades, sino de un proceso secuencial y acumulativo de aprendizaje. Para que el aprendizaje sea basado en una comprensión profunda en lugar de la memorización superficial y que, a su vez, mejore el rendimiento académico de los estudiantes en cada área.
2. A la Unidad de Gestión Educativa Local (UGEL) se le sugiere ofrecer programas de capacitación enfocados en la enseñanza del área de matemática, como la aplicación práctica del modelo de Van Hiele, para que los docentes puedan identificar el nivel de pensamiento de los estudiantes y adaptar su enseñanza en la elaboración de recursos y materiales didácticos.
3. A las autoridades responsables de la I.E. N° 82012 "Toribio Casanova López" se les sugiere, después de detectar las debilidades en el desarrollo de la competencia "Resuelve problemas de forma, movimiento y localización", promover e implementar planes de capacitación, para los docentes, sobre las aplicaciones de diversas metodologías y estrategias didácticas, como el modelo de Van Hiele, para que puedan identificar el nivel que tiene cada estudiante y así adoptar una enseñanza acorde a aprendizaje.
4. A los docentes del área de Matemática, se les sugiere, investigar y aplicar nuevas estrategias metodológicas en cada rama matemática que enseñe, como el modelo de Van Hiele, para que en cada experiencia de aprendizaje el tema trabajado sea comprendido y, a la vez, despierte el interés de los estudiantes con actividades en las cuales puedan aplicar sus conocimientos.

REFERENCIAS

Ávila, M. (2019). *El teorema de Pitágoras en el marco del modelo de Van Hiele: propuesta didáctica para el desarrollo de competencias en razonamiento matemático en estudiantes de noveno grado de la Institución Educativa Anna Vitiello*. Zona próxima(30), 33-62. http://dx.doi.org/10.14482/zp.30.373

Báez, R., & Iglesias, M. (2007). Principios Didácticos a Seguir en el Proceso de Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría en la UPEL "El Mácaro". *Enseñanza de la Matemática,* 67-87. https://core.ac.uk/download/pdf/287746183.pdf

Barrera, F., & Reyes, A. (2015). La teoría de Van Hiele: Niveles de pensamiento Geométrico. *Pädi Boletín Científico de Ciencias Básicas e Ingenierías del ICBI, 3*(5). https://doi.org/10.29057/icbi.v3i5.554

Chavarria, N. (2020). Modelo Van Hiele y niveles de razonamiento geométrico de triángulos en estudiantes de Huancavelica. *Investigación Valdizana, 14*(2), 85-95. https://doi.org/10.33554/riv.14.2.587

De la Torre, A. (2003). El método socrático y el modelo de van Hiele. *Lecturas Matemáticas, 24*(2), 99-121. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7175602

Editorial Etecé. (2023). Matemáticas. *Concepto.de*. https://concepto.de/matematicas/

Estrada, V., & Marín, F. (2023). *Niveles de atención y nivel de desempeño de la competencia resuelve problemas de forma, movimiento y localización en estudiantes del IV ciclo de la institución educativa N°82435 Pilco-Celendín, 2022*. [Trabajo de investigación].

https://renati.sunedu.gob.pe/bitstream/renati/7289/1/Trabajo%20de%20investigaci%c3%b3n_Niveles%20de%20atenci%c3%b3n%20y%20nivel%20de%20desempe%c3%b1o.pdf

Fouz, F., & De Donosti, B. (2005). Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría. *Un paseo por la geometría*, *16*, 67-81. http://www.xtec.cat/~rnolla/Sangaku/SangWEB/PDF/PG-04-05-fouz.pdf

González, C., & Hernández, L. (2009). La epistemología de jean piaget en el contexto de la filosofía contemporánea. *Revista Internacional de Ciencias Sociales y Humanidades, SOCIOTAM, XIX*(1), 27-50. https://www.redalyc.org/pdf/654/65415751002.pdf

Hernández, L. (2015). ¿Qué debemos tener en cuenta como docentes de Matemática en relación a los estilos de aprendizaje,…? *Revista Electrónica sobre Tecnología, Educación y Sociedad, 1*(2). https://www.ctes.org.mx/index.php/ctes/article/view/380

Hernández, R., Useche, V., & Mariño, L. (2021). Explorando los conceptos de polígonos y poliedros desde el modelo de Van Hiele. *Boletín Redipe, 10*(6), 407-420. https://revista.redipe.org/index.php/1/article/view/1336/1251

Jaime, A. (1993). Aportaciones a la interpretación y aplicación del modelo de Van Hiele: la enseñanza de las isometrías del plano. La evaluación del nivel de razonamiento. *Valencia, España: Universidad de Valencia*. https://www.uv.es/gutierre/archivos1/textospdf/Jai93.pdf

Jaime, A., & Gutiérrez, A. (1990). Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: El modelo de van Hiele. *Teoría y práctica en educación matemática*, 295-384. https://www.uv.es/angel.gutierrez/archivos1/textospdf/JaiGut90.pdf

Mansilla, J., & Beltrán, J. (2013). Coherencia entre las estrategias didácticas y las creencias curriculares de los docentes de segundo ciclo, a partir de las actividades didácticas. *Perfiles Educativos, 35*(139), 25-39. https://doi.org/10.22201/iisue.24486167e.2013.139.35709

Ministerio de Educación. (2010). Resultados de la Evaluación PISA 2009. http://umc.minedu.gob.pe/wp-content/uploads/2010/06/PISA2009-versi%C3%B3n-completa-para-secundaria.pdf

Ministerio de Educación. (2016). Currículo Nacional de la Educación Básica. https://www.minedu.gob.pe/curriculo/pdf/curriculo-nacional-de-la-educacion-basica.pdf

Ministerio de Educación. (2016). Programa curricular de Educación Secundaria. https://www.minedu.gob.pe/curriculo/pdf/programa-curricular-educacion-secundaria.pdf

Ministerio de Educación. (s.f.). Aprendizajes. https://www.minedu.gob.pe/politicas/aprendizajes/comoaprenden.php

Ministerio de Educación. (s.f.). Resultados de las evaluaciones nacionales de logros 2019. http://umc.minedu.gob.pe/wp-content/uploads/2020/06/Reporte-Nacional-2019.pdf

Ministerio de Educación. (s.f.). Resultados nacionales PISA 2022. http://umc.minedu.gob.pe/wp-content/uploads/2024/01/Presentaci%C3%B3n-de-resultados-PISA-2022-Per%C3%BA.pdf

Mujica, R. (2015). Aprendizaje implícito o explícito. *Docentes 2.0*. https://blog.docentes20.com/2015/07/aprendizaje-implicito-o-explicito/

Ñaupas, H., Mejía, E., Novoa, E., & Villagómez, A. (2014). Metodología de la investigación cuantitativa-cualitativa y redacción de la tesis. *Ediciones de la U*.

https://www.lopezgalvezasesores.com/descargas/metodologia_investigaci%C3%B3n.pdf

Orozco, S. (2021). *Caracterización del razonamiento geométrico de estudiantes de secundaria en un ambiente de geometría dinámica, aplicando el modelos de Van Hiele*. [Tesis de maestria, Instituto Politécnico Nacional]. https://www.cicata.ipn.mx/assets/files/cicata/ProME/docs/tesis/tesis_maestria/2021/Orozco_2021.pdf

Ortiz, D. (2015). El constructivismo como teoría y método de enseñanza. *Sophia, Colección de Filosofía de la Educación*(19), 93-110. http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=441846096005

Pachón, L., Parada, R., & Chaparo, A. (2016). El razonamiento como eje transversal en la construcción del pensamiento lógico. *Praxis & Saber*, *7*(14), 219-243. https://www.redalyc.org/journal/4772/477249927009/html/

Piñeros, I. (2014). El conocimiento objetivo como base para la educación según Karl R. Popper. *Civilizar. Ciencias Sociales y Humanas*, *14*(26), 189-197. http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=100232154010

Plasencia, O. (2019). *Estrategias metodológicas sustentadas en la teoria de Van Hiele para mejorar el nivel de pensamiento geométrico de los estudiantes del 4° "B" de la Institución Educativa Julio Ramón Ribeyro, La Paccha distrito y provincia de Cajamarca en el periodo 2015*. [Tesis de Maestría, Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo. https://repositorio.unprg.edu.pe/handle/20.500.12893/6812

Polya, G. (1989). Cómo plantear y resolver problemas. *Trillas*. https://ia801006.us.archive.org/30/items/ComoPlantearYResolverProblemasPolyaG/Polya%20G%20-%20Como%20Plantear%20Y%20Resolver%20Problemas.pdf

Pozo, H. (2023). *Uso del método Van Hiele para mejorar el aprendizaje de la geometría plana en los estudientes del tercer grado de secundaria de la Institución Educativa Privada Viila Maria de Barranca - 2021*. [Tesis de pregrado, Universidad Nacional José Faustino Sánchez Carrión]. https://repositorio.unjfsc.edu.pe/bitstream/handle/20.500.14067/8645/TESIS%20FINAL%20VAN%20HIELE%20Y%20GEOMETR%c3%8dA%20PLANA.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Rosas, E., & Oncoy, E. (2023). *Modelo de van hiele y logro de la competencia "resuelve problemas de forma, movimiento y localización" en estudiantes del primer grado de educación secundaria de la I.E. José María Arguedas de Marcará, 2022*. [Tesis de pregrado, Universidad Nacional Santiago Antúnez de Mayolo]. https://repositorio.unasam.edu.pe/backend/api/core/bitstreams/eb1c9614-9f57-4a95-b6f4-fad494159280/content

Sanca, M. (2011). Tipos de investigación científica. *Revista de Actualización Clínica, 9*, 621-624. http://revistasbolivianas.umsa.bo/pdf/raci/v12/v12_a11.pdf

Sánchez, B. (2017). Aprender y enseñar matemáticas: desafío de la educación. *IE Revista de investigación educativa de la REDIECH, 8*(15), 7-10. http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2448-85502017000200007&lng=es&tlng=es.

Sánchez, H., Reyes, C., & Mejía, K. (2018). Manual de términos en investigación científica, tecnológica y humanística. *Universidad Ricardo Palma*. https://www.urp.edu.pe/pdf/id/13350/n/libro-manual-de-terminos-en-investigacion.pdf

Sará, E., & Míguez, Á. (2018). Una experiencia de aprendizaje basada en el Modelo de Van Hiele. *Educ@ciónen Contexto, IV*(8), 90-117. https://educacionencontexto.net/journal/index.php/una/article/view/86/167

Shuan, A. (2023). *Las secuencias didácticas de Van Hiele en los logros de aprendizaje: resuelve problemas de forma, movimiento y localización en estudiantes de I.E.P. Santa Ángela del Rosario 2022*. [Tesis de pregrado, Universidad Nacional Mayor de San Marcos]. https://cybertesis.unmsm.edu.pe/backend/api/core/bitstreams/ba37a7e9-d024-408d-a60f-184492d83092/content

Toro, L. (2023). Modelos pedagógicos: qué son y qué tipos hay. *OBS Business School*. https://www.obsbusiness.school/blog/modelos-pedagogicos-que-son-y-que-tipos-hay

Valle, A., González, R., Cuevas, L., & Fernández, A. (1998). Las estrategias de aprendizaje: características básicas y su relevancia en el contexto escolar. *Revista de Psicodidáctica*(6), 53-68. https://www.redalyc.org/pdf/175/17514484006.pdf

Vargas, G., & Gamboa, R. (2013). El modelo de van hiele y la enseñanza de la geometría. *UNICIENCIA, 27*, 74-94. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=475947762005

Villanueva, J. (2021). *Pensamiento crítico y su relación con el desarrollo de la competencia forma, movimiento y localización en los estudiantes de la I.E. N° 821363 nivel secundario - Cajamarca, 2019*. [Tesis de Maestría. Universidad Nacional de Cajamarca]. https://repositorio.unc.edu.pe/bitstream/handle/20.500.14074/4285/Tesis%20Jaime%20Villanueva.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Ybañez, J. (2022). *Modelo de Van Hiele para mejorar la Competencia Resuelve Problemas de Forma, Movimiento y Localización en Educación Secundaria*. [Tesis de pregrado, Universidad Nacional de Trujillo]. https://hdl.handle.net/20.500.14414/17798

Yirda, A. (2023). Definición de Abstracción. *ConceptoDefinición*. https://conceptodefinicion.de/abstraccion/

Zapeta, F. (2018). *Modelo de Van Hiele y su incidencia en el desarrollo de razonamiento en el componente de geometría para resolver problemas de forma, movimiento y localización en estudiantes de secundaria de los institutos nacionales de educación básica INEP del Municipio*. [Tesis de grado, Universidad Rafael Landívar]. http://recursosbiblio.url.edu.gt/tesisjrcd/2018/05/86/Zapeta-Francisca.pdf

Zehnder, M., & Bonardi, C. (2014). Geografia 1. (E. SEMAFORO/SIMA, Ed.) https://huma.unca.edu.ar/images/2022/diciembre/Geografia.pdf

APÉNDICES / ANEXOS

Apéndices

Apéndice 1: Matriz de consistencia

Tabla 18

Matriz de consistencia

Problema	Objetivos	Hipótesis	Variables	Dimensiones	Indicadores	Técnicas / instrumentos	Metodología
Problema general ¿Qué influencia tiene la aplicación del modelo de Van Hiele en el desarrollo de la competencia "Resuelve problemas de forma, movimiento y localización" de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria de la I.E. N.º 82012 "Toribio Casanova López", Cajamarca, 2024? **Problemas derivados** ¿Cuál es el nivel de desarrollo de la competencia	**Objetivo general** Determinar la influencia de la aplicación del modelo de Van Hiele en el desarrollo de la competencia "Resuelve problemas de forma, movimiento y localización" de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria de la I.E. N.° 82012 "Toribio Casanova López", Cajamarca, 2024. **Objetivos específicos** Determinar el nivel de desarrollo de la competencia	**Hipótesis general** La aplicación del modelo Van Hiele tiene una influencia positiva en el desarrollo de la competencia "Resuelve problemas de forma, movimiento y localización" de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria de la I.E. N.° "Toribio Casanova López", Cajamarca, 2024. **Hipótesis especificas** Existe un nivel bajo en el desarrollo de la competencia "Resuelve	**Variable independiente** Aplicación del modelo de Van Hiele	Información	- Identifica figuras geométricas en objetos del aula, dibujos o imágenes. - Formula conjeturas sobre las propiedades de las figuras geométricas basándose en observaciones y experiencias previas.	**Técnica:** Observación **Instrumento:** Ficha de observación sistemática	**Métodos** Método Hipotético-deductivo Método inductivo Método estadístico Método analítico Método Científico **Tipo de investigación** Aplicada, explicativa, longitudinal y cuantitativa. **Diseño de investigación** Cuasiexperimental. Se utilizaron dos grupos: un grupo experimental y otro de control. Se determina por el siguiente esquema: G_E: O_1 ---- x ---- O_2 G_E: O_3 ----------- O_4 G_E: Grupo experimental G_C: Grupo de control
				Orientación dirigida	- Clasifica figuras geométricas según sus características. - Describe las propiedades de figuras geométricas utilizando un lenguaje geométrico.		
				Explicitación	- Formula definiciones precisas de conceptos geométricos. - Define figuras geométricas utilizando sus propiedades.		
				Orientación libre	- Utiliza sus conocimientos sobre las propiedades de las figuras geométricas para resolver problemas		

“Resuelve problemas de forma, movimiento y localización” de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria de la I.E. N.° 82012 “Toribio Casanova López”, antes de la aplicación del modelo de Van Hiele? ¿Cuál es el nivel de desarrollo de la competencia “Resuelve problemas de forma, movimiento y localización” de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria de la I.E. N.° 82012 “Toribio Casanova López”, después de la aplicación del modelo de Van Hiele? ¿Cuáles son las diferencias	“Resuelve problemas de forma, movimiento y localización” de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria de la I.E. N.° 82012 “Toribio Casanova López”, antes de la aplicación del modelo de Van Hiele. Determinar el nivel de desarrollo de la competencia “Resuelve problemas de forma, movimiento y localización” de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria de la I.E. N.° 82012 “Toribio Casanova López”, después de la aplicación del modelo de Van Hiele. Determinar las diferencias	problemas de forma, movimiento y localización” de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria de la I.E. N.° 82012 “Toribio Casanova López”, antes de la aplicación del modelo de Van Hiele. Existe un nivel alto en el desarrollo de la competencia “Resuelve problemas de forma, movimiento y localización” de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria de la I.E. N.° 82012 “Toribio Casanova López”, después de la aplicación del modelo de Van Hiele. Existen diferencias			geométricos más complejos. - Justifica sus soluciones a problemas utilizando razonamientos lógicos.		O_1: Resultados del pre-test del grupo experimental O_3: Resultados del pre-test del grupo de control O_2: Resultados del post-test del grupo experimental O_4: Resultados del post-test del grupo de control x: Aplicación del modelo de Van Hiele
				Integración	- Relaciona los conceptos concedidos con otros conceptos matemáticos. - Aplica sus conocimientos para modelar y resolver problemas de la vida real.		
			Variable dependiente desarrollo de la competencia “Resuelve problemas de forma, movimiento y localización”	Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones.	- Construye modelos que reproduzcan las características de los objetos. - Evalúa si el modelo cumple con las condiciones dadas en el problema.	**Técnica:** Evaluación **Instrumento:** Prueba escrita	
				Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.	- Comunica su comprensión de las propiedades de las formas geométricas. - Establece relaciones entre formas, usando lenguaje geométrico y representaciones gráficas o simbólicas.		
				Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio.	- Selecciona estrategias, procedimientos y recursos para construir formas geométricas. - Adapta estrategias, procedimientos y recursos para construir formas geométricas.		

significativas en el desarrollo de la competencia “Resuelve problemas de forma, movimiento y localización” entre los estudiantes del grupo experimental y el grupo de control, luego de la aplicación del modelo de Van Hiele?	significativas en el desarrollo de la competencia “Resuelve problemas de forma, movimiento y localización” entre los estudiantes del grupo experimental y el grupo de control, luego de la aplicación del modelo de Van Hiele.	significativas en el desarrollo de la competencia “Resuelve problemas de forma, movimiento y localización” entre los estudiantes del grupo experimental y del grupo de control, luego de la aplicación del modelo de Van Hiele.			- Combina estrategias, procedimientos y recursos para construir formas geométricas. - Crea estrategias, procedimientos y recursos para construir formas geométricas.		
				Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.	- Elabora afirmaciones sobre posibles relaciones entre los elementos y las propiedades de las formas geométricas. - Justifica, valida o refuta su experiencia y conocimientos sobre propiedades geométricas, usando el razonamiento inductivo o deductivo.		

Apéndice 2: Ficha de observación de la variable "Modelo da Van Hiele"

Ficha de observación

Institución Educativa: ……………………………………………… Grado: ……… Sección: …………. Fecha: …/…/………

N° del estudiante	Dimensión 1: Información		Dimensión 2: Orientación dirigida		Dimensión 3: Explicitación		Dimensión 4: Orientación libre		Dimensión 5: Integración	
	Identifica figuras geométricas en objetos del aula, dibujos o imágenes.	Formula conjeturas sobre las propiedades de las figuras geométricas basándose en observaciones y experiencias previas.	Clasifica figuras geométricas según sus características.	Describe las propiedades de figuras geométricas utilizando un lenguaje geométrico.	Formula definiciones precisas de conceptos geométricos.	Define figuras geométricas utilizando sus propiedades.	Utiliza sus conocimientos sobre las propiedades de las figuras geométricas para resolver problemas geométricos más complejos.	Justifica sus soluciones a problemas utilizando razonamientos lógicos.	Relaciona los conceptos concedidos con otros conceptos matemáticos.	Aplica sus conocimientos para modelar y resolver problemas de la vida real.
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										
11										
12										
13										
14										
15										
16										
17										
18										
19										
20										
21										
22										
23										
24										
25										

1: No se observa 2: Se observa muy poco 3: Se observa moderadamente 4: Se observa considerablemente 5: Se observa completamente

Apéndice 3: Prueba escrita de la variable "Resuelve Problemas De Forma, Movimiento Y Localización"

PRUEBA ESCRITA

Estudiante: ……………………………………………………………………………

Grado: …………. sección: …………… fecha: …… / …… / ………….

Estimado estudiante, la presente prueba tiene la finalidad de conocer tu logro en la competencia matemática, "RESUELVE PROBLEMAS DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN", por lo que te pedimos que resuelvas los problemas que te planteamos enseguida.

Instrucciones:

- Marca con un aspa (**X**) la alternativa que consideres correcta.
- En algunas preguntas tienes que demostrar tu aprendizaje, realizando su procedimiento y escribiendo tu respuesta.
- Trabaja de manera ordenada, clara y en silencio. Se autónomo.
- Para responder puedes usar lápiz o lapicero (azul o negro). Evita manchones.

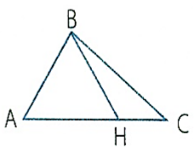
Capacidad 1: Modela objetos con formas y sus transformaciones

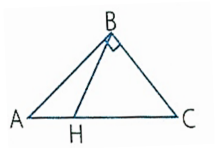
1. Carlos es un diseñador de interiores. Él elabora distintos tipos de repisa, especialmente los diseña de madera, como se aprecia en la siguiente imagen.

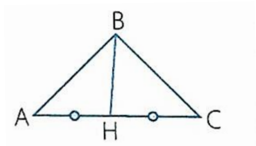
Mediante una figura plana se representa la vista frontal de una de las decoraciones e indica a qué polígono se asemeja.

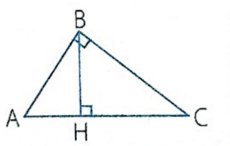
2. En la clase de geometría, el profesor ha dado la siguiente indicación a sus estudiantes: "Grafiquen un triángulo rectángulo ABC, que sea recto en B y cuyos lados tengan diferentes medidas, además, debe tener una altura $\overline{BH}$".

¿Cuál es la gráfica que representa la instrucción dada?

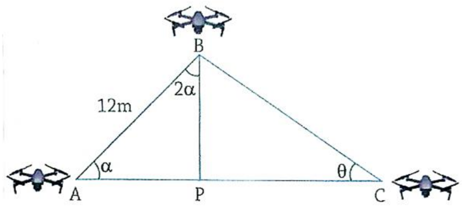
a) 

b) 

c) 

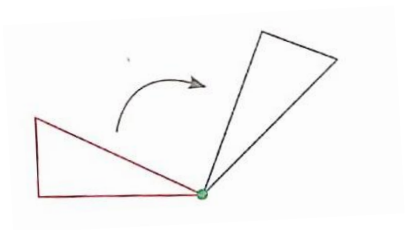
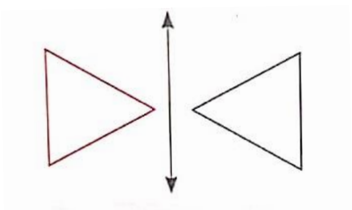
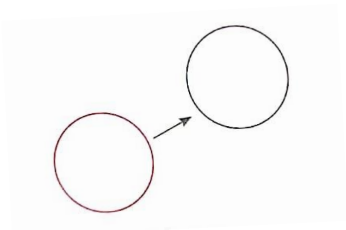
d) 

3. Una municipalidad desea mejorar la seguridad de las personas que transitan por las calles. Para ello, adquirió drones para que puedan vigilar desde el aire. En la siguiente imagen se muestra el desplazamiento, BP se cierra paréntesis, dron, donde $\overline{BP}$ es la altura del Δ ABC.



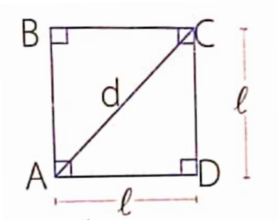
Indica qué tipo de triángulo es ABP y cuál es el valor de α

4. Observa cada una de las figuras y escribe en los recuadros el tipo de transformación geométrica que le corresponde.

5. Observa el siguiente gráfico y escribe en el recuadro la fórmula para calcular su área.

Área del cuadrado

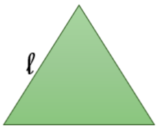


$A_{ABCD} =$

$A_{ABCD} =$

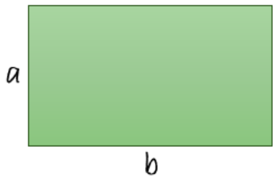
Capacidad 2: Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas

6. Observa las siguientes figuras y escribe en cada recuadro la relación para conocer su perímetro respectivo.



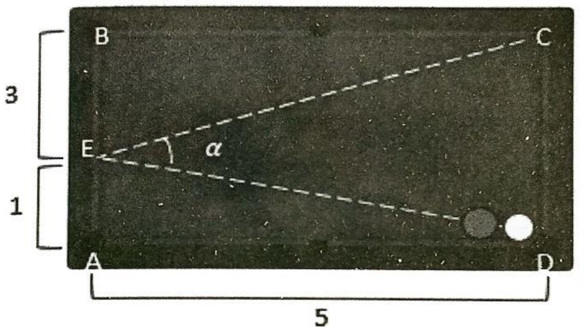
$2p =$__________

$2p =$____________



$2p =$______________

7. Al golpear la bola oscura con la bola blanca, esta describe la siguiente trayectoria formando un ángulo α.



Indica el nombre de la figura BCDE y el número de diagonales que posee.

a) Trapecio – 2 diagonales

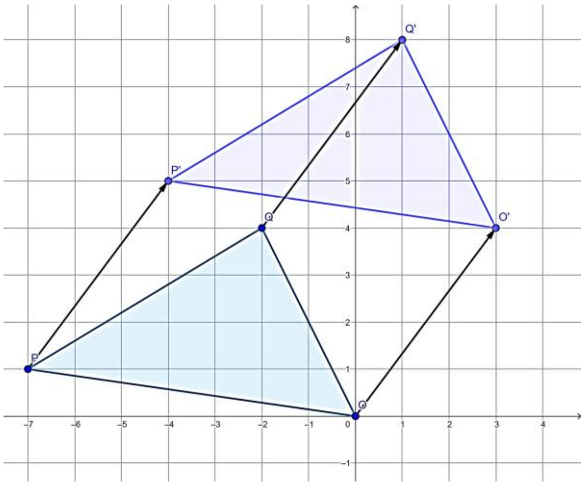
b) Rectángulo – 2 diagonales

c) Rombo – 2 diagonales

d) Trapecio – 3 diagonales

e) Rectángulo – 3 diagonales

8. El profesor de geometría está desarrollando el tema de transformaciones geométricas. Durante su clase, realiza el siguiente dibujo.



Indica que tipo de transformación geométrica ha utilizado para ir de POQ a P'O'Q'

a) Traslación

b) Homotecia

c) Rotación

d) Simetría

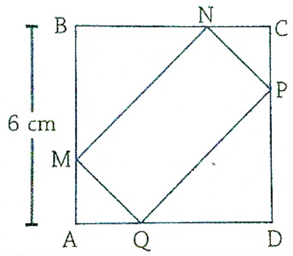
9. Interpreta cada una de las siguientes escalas:

a. $1:1\,500$ b. $\frac{1}{10\,000}$

10. Menciona algunas características que presenta un rectángulo.

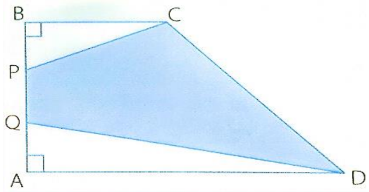
Capacidad 3: Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio

11. La siguiente imagen se presenta una hoja cuadrada ABCD, en la cual se ha dibujado un rectángulo MNPQ.



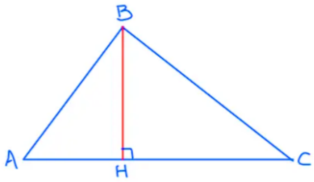
Sí, se sabe que AM = AQ = NC = NP. Según estas condiciones, ¿Cuánto mide el perímetro de la región rectangular MNPQ?

12. El polígono ABCD representa el área de un jardín en el cual se requiere sembrar un Grass en la región sombreada. Si BP = 2 m, PQ = 3 m, QA = 4 m, BC = 9 m y AD = 11 m.



Calcula el área de la región sombreada PCDQ.

13. Daniel ha graficado el siguiente triángulo rectángulo ABC con una altura $\overline{BH}$.



➢ Pero, el desea hallar la longitud de $\overline{BH}$. Indica cuál de las siguiente formulas permitiría calcular la longitud de $\overline{BH}$:

a) $(BH)^2 + (BC)^2 = (AC)^2$

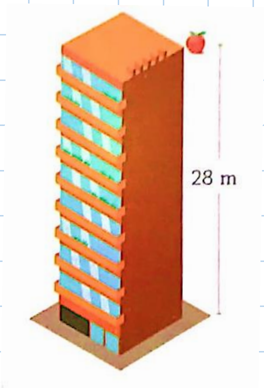
b) $(AB) \times (BC) = (AC)^2$

c) $(AH) + (HC) = (BH)$

d) $\frac{1}{(BH)^2} = \frac{1}{(AB)^2} + \frac{1}{(BC)^2}$

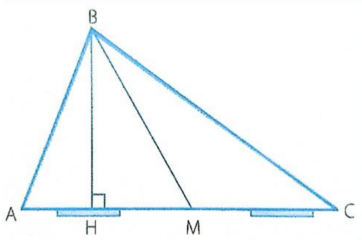
14. Del problema anterior, calcula BH. Si $AB = 16$ cm y $BC = 25$ cm.

15. Una manzana se suelta desde la parte más alta del edificio, tal como se muestra en la imagen. Pablo toma una fotografía en ese instante y observa en la foto que la altura a la que se encuentra la manzana mide 14 cm. Interprete la información y determina la escala de la imagen que aparece en la foto.



Capacidad 4: Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas

16. El profesor Antonio ha graficado en la pizarra un triángulo cuyas características se muestran en la siguiente figura:



Indica la alternativa qué mejor defina a la imagen.

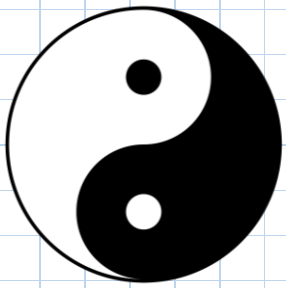
a) En un triángulo ABC se traza la mediatriz $\overline{BH}$ y la mediana $\overline{BM}$.

b) En un triángulo ABC se traza la altura $\overline{BM}$ y la bisectriz $\overline{BH}$.

c) En un triángulo ABC se traza la altura $\overline{BH}$ y la mediana $\overline{BM}$.

d) En un triángulo ABC se traza la bisectriz $\overline{BM}$ y la altura $\overline{BH}$.

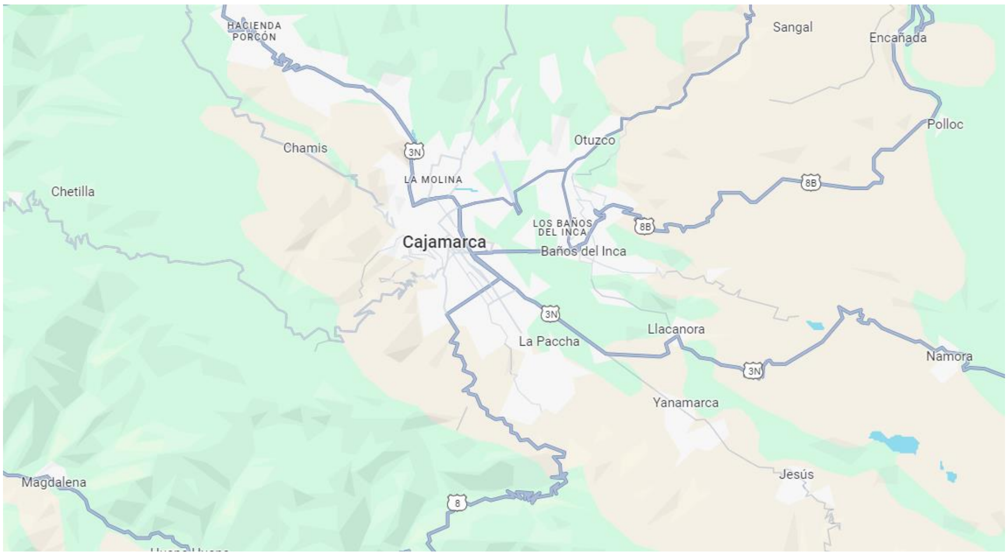
17. El yin y el yang describen las dos fuerzas fundamentales opuestas y complementarias que se encuentran en todas las cosas. El yin es el principio femenino y el yang es el principio masculino. Si se deseara calcular el área de la región sombreada, explica el procedimiento que realizarías.



18. En un aula de clases los estudiantes cuidan las cosas que hay, como la mesa que se muestra. Explica cómo calcularías el valor de θ e indica su valor.

19. En un triángulo rectángulo, ¿qué teorema se establece? Explica en qué consiste dicho teorema.

20. En la imagen se muestran partes de un mapa; en ella se aprecia la ciudad de Cajamarca y algunos distritos. Se sabe que el mapa está a escala de 1:10 000 000.



Explique lo que significa la escala 1:10 000 000

ANEXOS

ANEXO 1: VALIDACIÓN DE INSTRUMENTOS (JUICIO DE EXPERTOS)

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CAJAMARCA

"NORTE DE LA UNIVERSIDAD PERUANA"

FACULTAD DE EDUCACIÓN

ESCUELA ACADÉMICO PROFESIONAL DE EDUCACIÓN

VALIDACIÓN FICHA OBSERVACIÓN

VARIABLE INDEPENDIENTE: MODELO DE VAN HIELE

(JUICIO DE EXPERTO)

Yo, ISMAEL JULCAMORO GONZALES, identificado con DNI N° 26724604, con grado académico de: DOCTOR EN EDUCACIÓN, obtenido en la UNIVERSIDAD NACIONAL DE CAJAMARCA.

Hago constar que he leído y revisado los diez (10) ítems correspondientes a la Tesis de Licenciado: MODELO DE VAN HIELE Y SU INFLUENCIA EN EL DESARROLLO DE LA COMPETENCIA RESUELVE PROBLEMAS DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN, DE LOS ESTUDIANTES DEL QUINTO GRADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DE LA I.E. N° 82012 "TORIBIO CASANOVA LÓPEZ" – CAJAMARCA, 2024.

Los ítems de la ficha de observación están distribuidos en cinco (05) dimensiones del modelo de Van Hiele: Información (02 ítems), Orientación dirigida (02 ítems), Explicitación (02 ítems), Orientación libre (02 ítems), Integración (02 ítems). Para la evaluación de los ítems, se tomaron en cuenta cinco (05) indicadores.

El instrumento corresponde a la tesis: MODELO DE VAN HIELE Y SU INFLUENCIA EN EL DESARROLLO DE LA COMPETENCIA RESUELVE PROBLEMAS DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN, DE LOS ESTUDIANTES DEL QUINTO GRADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DE LA I.E. N° 82012 "TORIBIO CASANOVA LÓPEZ" – CAJAMARCA, 2024.

Luego de la evaluación de cada ítem y realizada las correcciones respectivas, los resultados son los siguientes:

FICHA DE OBSERVACIÓN		
N° de ítems	N° de ítems válidos	% de ítems válidos
10	10	100%

Lugar y fecha: Cajamarca, 10 de setiembre de 2025

Nombres y Apellidos del Evaluador: ISMAEL JULCAMORO GONZALES.

....

FIRMA DEL EVALUADOR

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CAJAMARCA

"NORTE DE LA UNIVERSIDAD PERUANA"

FACULTAD DE EDUCACIÓN

ESCUELA ACADÉMICO PROFESIONAL DE EDUCACIÓN

FICHA DE OBSERVACIÓN

VARIABLE INDEPENDIENTE: MODELO DE VAN HIELE

(JUICIO DE EXPERTO)

Apellidos y Nombres del Evaluador: ISMAEL JULCAMORO GONZALES.

Título: MODELO DE VAN HIELE Y SU INFLUENCIA EN EL DESARROLLO DE LA COMPETENCIA RESUELVE PROBLEMAS DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN, DE LOS ESTUDIANTES DEL QUINTO GRADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DE LA I.E. N° 82012 "TORIBIO CASANOVA LÓPEZ" – CAJAMARCA, 2024.

Variable: Aplicación del modelo de Van Hiele.

Autor: César Miguel Castañeda Olivares

Fecha: Cajamarca, 10 de setiembre de 2025

Nº	CRITERIOS DE EVALUACIÓN							
	Pertinencia con el problema, objetivos e Hipótesis de investigación.		Pertinencia con la variable y dimensiones		Pertinencia con la dimensión /indicador		Pertinencia con los principios de la redacción científica (propiedad y coherencia)	
	SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	NO
1	X		X		X		X	
2	X		X		X		X	
3	X		X		X		X	
4	X		X		X		X	
5	X		X		X		X	
6	X		X		X		X	
7	X		X		X		X	
8	X		X		X		X	
9	X		X		X		X	
10	X		X		X		X	

……………………………………………………

FIRMA

DNI: 26724604

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CAJAMARCA

"NORTE DE LA UNIVERSIDAD PERUANA"

FACULTAD DE EDUCACIÓN

ESCUELA ACADÉMICO PROFESIONAL DE EDUCACIÓN

VALIDACIÓN CUESTIONARIO

VARIABLE INDEPENDIENTE: DESARROLLO DE LA COMPETENCIA RESUELVE PROBLEMAS DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN

(JUICIO DE EXPERTO)

Yo, ISMAEL JULCAMORO GONZALES, identificado con DNI N° 26724604, con grado académico de: DOCTOR EN EDUCACIÓN, obtenido en la UNIVERSIDAD NACIONAL DE CAJAMARCA.

Hago constar que he leído y revisado los veinte (20) ítems correspondientes a la Tesis de Licenciado: MODELO DE VAN HIELE Y SU INFLUENCIA EN EL DESARROLLO DE LA COMPETENCIA RESUELVE PROBLEMAS DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN, DE LOS ESTUDIANTES DEL QUINTO GRADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DE LA I.E. N° 82012 "TORIBIO CASANOVA LÓPEZ" – CAJAMARCA, 2024.

Los ítems del cuestionario están distribuidos en cuatro (04) dimensiones del desarrollo de la competencia Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.: Modela objetos con formas y sus transformaciones (05 ítems), Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas (05 ítems), Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio (05 ítems), Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas (05 ítems). Para la evaluación de los ítems, se tomaron en cuenta cuatro (04) indicadores.

El instrumento corresponde a la tesis: MODELO DE VAN HIELE Y SU INFLUENCIA EN EL DESARROLLO DE LA COMPETENCIA RESUELVE PROBLEMAS DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN, DE LOS ESTUDIANTES DEL QUINTO GRADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DE LA I.E. N° 82012 "TORIBIO CASANOVA LÓPEZ" – CAJAMARCA, 2024.

Luego de la evaluación de cada ítem y realizada las correcciones respectivas, los resultados son los siguientes:

FICHA DE OBSERVACIÓN		
N° de ítems	N° de ítems válidos	% de ítems válidos
20	20	100%

Lugar y fecha: Cajamarca, 10 de setiembre de 2025

Nombres y Apellidos del Evaluador: ISMAEL JULCAMORO GONZALES.

……………………………………………

FIRMA DEL EVALUADOR

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CAJAMARCA

"NORTE DE LA UNIVERSIDAD PERUANA"

FACULTAD DE EDUCACIÓN

ESCUELA ACADÉMICO PROFESIONAL DE EDUCACIÓN

CUESTIONARIO

VARIABLE INDEPENDIENTE: DESARROLLO DE LA COMPETENCIA RESUELVE PROBLEMAS DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN

(JUICIO DE EXPERTO)

Apellidos y Nombres del Evaluador: ISMAEL JULCAMORO GONZALES.

Título: MODELO DE VAN HIELE Y SU INFLUENCIA EN EL DESARROLLO DE LA COMPETENCIA RESUELVE PROBLEMAS DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN, DE LOS ESTUDIANTES DEL QUINTO GRADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DE LA I.E. N° 82012 "TORIBIO CASANOVA LÓPEZ" – CAJAMARCA, 2024.

Variable: Desarrollo de la competencia Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.

Autor: César Miguel Castañeda Olivares
Fecha: Cajamarca, 10 de setiembre de 2025

Nº	CRITERIOS DE EVALUACIÓN							
	Pertinencia con el problema, objetivos e hipótesis de investigación.		Pertinencia con la variable y dimensiones		Pertinencia con la dimensión /indicador		Pertinencia con los principios de la redacción científica (propiedad y coherencia)	
	SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	NO
1	X		X		X		X	
2	X		X		X		X	
3	X		X		X		X	
4	X		X		X		X	
5	X		X		X		X	
6	X		X		X		X	
7	X		X		X		X	
8	X		X		X		X	
9	X		X		X		X	
10	X		X		X		X	
11	X		X		X		X	
12	X		X		X		X	
13	X		X		X		X	
14	X		X		X		X	
15	X		X		X		X	
16	X		X		X		X	
17	X		X		X		X	
18	X		X		X		X	
19	X		X		X		X	
20	X		X		X		X	

....
FIRMA
DNI: 26724604

VALIDACIÓN FICHA OBSERVACIÓN

VARIABLE INDEPENDIENTE: MODELO DE VAN HIELE

(JUICIO DE EXPERTO)

Yo, JAIME HUAMÁN VILLAR, identificado con DNI N° 40564044, con grado académico de: Magíster en Docencia universitaria y gestión educativa, obtenido en la Universidad Privada "San Pedro".

Hago constar que he leído y revisado los diez (10) ítems correspondientes a la Tesis de Licenciado: MODELO DE VAN HIELE Y SU INFLUENCIA EN EL DESARROLLO DE LA COMPETENCIA RESUELVE PROBLEMAS DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN, DE LOS ESTUDIANTES DEL QUINTO GRADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DE LA I.E. N° 82012 "TORIBIO CASANOVA LÓPEZ" – CAJAMARCA, 2024.

Los ítems de la ficha de observación están distribuidos en cinco (05) dimensiones del modelo de Van Hiele: Información (02 ítems), Orientación dirigida (02 ítems), Explicitación (02 ítems), Orientación libre (02 ítems), Integración (02 ítems). Para la evaluación de los ítems, se tomaron en cuenta cinco (05) indicadores.

El instrumento corresponde a la tesis: MODELO DE VAN HIELE Y SU INFLUENCIA EN EL DESARROLLO DE LA COMPETENCIA RESUELVE PROBLEMAS DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN, DE LOS ESTUDIANTES DEL QUINTO GRADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DE LA I.E. N° 82012 "TORIBIO CASANOVA LÓPEZ" – CAJAMARCA, 2024.

Luego de la evaluación de cada ítem y realizada las correcciones respectivas, los resultados son los siguientes:

FICHA DE OBSERVACIÓN		
N° de ítems	N° de ítems válidos	% de ítems válidos
10	10	100%

Lugar y fecha: Cajamarca, 10 de setiembre de 2025

Nombres y Apellidos del Evaluador: JAIME HUAMÁN VILLAR.

Mg. JAIME HUAMÁN VILLAR
FIRMA DEL EVALUADOR

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CAJAMARCA

"NORTE DE LA UNIVERSIDAD PERUANA"

FACULTAD DE EDUCACIÓN

ESCUELA ACADÉMICO PROFESIONAL DE EDUCACIÓN

FICHA DE OBSERVACIÓN

VARIABLE INDEPENDIENTE: MODELO DE VAN HIELE

(JUICIO DE EXPERTO)

Apellidos y Nombres del Evaluador: JAIME HUAMÁN VILLAR.

Título: MODELO DE VAN HIELE Y SU INFLUENCIA EN EL DESARROLLO DE LA COMPETENCIA RESUELVE PROBLEMAS DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN, DE LOS ESTUDIANTES DEL QUINTO GRADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DE LA I.E. N° 82012 "TORIBIO CASANOVA LÓPEZ" – CAJAMARCA, 2024.

Variable: Aplicación del modelo de Van Hiele.

Autor: César Miguel Castañeda Olivares

Fecha: Cajamarca, 10 de setiembre de 2025

Nº	CRITERIOS DE EVALUACIÓN							
	Pertinencia con el problema, objetivos e Hipótesis de investigación.		Pertinencia con la variable y dimensiones		Pertinencia con la dimensión /indicador		Pertinencia con los principios de la redacción científica (propiedad y coherencia)	
	SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	NO
1	X		X		X		X	
2	X		X		X		X	
3	X		X		X		X	
4	X		X		X		X	
5	X		X		X		X	
6	X		X		X		X	
7	X		X		X		X	
8	X		X		X		X	
9	X		X		X		X	
10	X		X		X		X	

Mg. JAIME HUAMÁN VILLAR

FIRMA

DNI: 40564044

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CAJAMARCA

"NORTE DE LA UNIVERSIDAD PERUANA"

FACULTAD DE EDUCACIÓN

ESCUELA ACADÉMICO PROFESIONAL DE EDUCACIÓN

VALIDACIÓN CUESTIONARIO

VARIABLE INDEPENDIENTE: DESARROLLO DE LA COMPETENCIA RESUELVE PROBLEMAS DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN

(JUICIO DE EXPERTO)

Yo, JAIME HUAMÁN VILLAR, identificado con DNI N° 40564044, con grado académico de: Magíster en Docencia universitaria y gestión educativa, obtenido en la Universidad Privada "San Pedro".

Hago constar que he leído y revisado los veinte (20) ítems correspondientes a la Tesis de Licenciado: MODELO DE VAN HIELE Y SU INFLUENCIA EN EL DESARROLLO DE LA COMPETENCIA RESUELVE PROBLEMAS DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN, DE LOS ESTUDIANTES DEL QUINTO GRADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DE LA I.E. N° 82012 "TORIBIO CASANOVA LÓPEZ" – CAJAMARCA, 2024.

Los ítems del cuestionario están distribuidos en cuatro (04) dimensiones del desarrollo de la competencia Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.: Modela objetos con formas y sus transformaciones (05 ítems), Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas (05 ítems), Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio (05 ítems), Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas (05 ítems). Para la evaluación de los ítems, se tomaron en cuenta cuatro (04) indicadores.

El instrumento corresponde a la tesis: MODELO DE VAN HIELE Y SU INFLUENCIA EN EL DESARROLLO DE LA COMPETENCIA RESUELVE PROBLEMAS DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN, DE LOS ESTUDIANTES DEL QUINTO GRADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DE LA I.E. N° 82012 "TORIBIO CASANOVA LÓPEZ" – CAJAMARCA, 2024.

Luego de la evaluación de cada ítem y realizada las correcciones respectivas, los resultados son los siguientes:

FICHA DE OBSERVACIÓN		
N° de ítems	N° de ítems válidos	% de ítems válidos
20	20	100%

Lugar y fecha: Cajamarca, 10 de setiembre de 2025

Nombres y Apellidos del Evaluador: JAIME HUAMÁN VILLAR.

FIRMA DEL EVALUADOR

Mg. JAIME HUAMÁN VILLAR

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CAJAMARCA

“NORTE DE LA UNIVERSIDAD PERUANA”

FACULTAD DE EDUCACIÓN

ESCUELA ACADÉMICO PROFESIONAL DE EDUCACIÓN

CUESTIONARIO

VARIABLE INDEPENDIENTE: DESARROLLO DE LA COMPETENCIA RESUELVE PROBLEMAS DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN

(JUICIO DE EXPERTO)

Apellidos y Nombres del Evaluador: JAIME HUAMÁN VILLAR.

Título: MODELO DE VAN HIELE Y SU INFLUENCIA EN EL DESARROLLO DE LA COMPETENCIA RESUELVE PROBLEMAS DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN, DE LOS ESTUDIANTES DEL QUINTO GRADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DE LA I.E. N° 82012 “TORIBIO CASANOVA LÓPEZ” – CAJAMARCA, 2024.

Variable: Desarrollo de la competencia Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.

Autor: César Miguel Castañeda Olivares
Fecha: Cajamarca, 10 de setiembre de 2025

Nº	CRITERIOS DE EVALUACIÓN							
	Pertinencia con el problema, objetivos e hipótesis de investigación.		Pertinencia con la variable y dimensiones		Pertinencia con la dimensión /indicador		Pertinencia con los principios de la redacción científica (propiedad y coherencia)	
	SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	NO
1	X		X		X		X	
2	X		X		X		X	
3	X		X		X		X	
4	X		X		X		X	
5	X		X		X		X	
6	X		X		X		X	
7	X		X		X		X	
8	X		X		X		X	
9	X		X		X		X	
10	X		X		X		X	
11	X		X		X		X	
12	X		X		X		X	
13	X		X		X		X	
14	X		X		X		X	
15	X		X		X		X	
16	X		X		X		X	
17	X		X		X		X	
18	X		X		X		X	
19	X		X		X		X	
20	X		X		X		X	

FIRMA
Mg. JAIME HUAMÁN VILLAR
DNI: 26724604

ANEXOS 2: RESULTADOS DEL CUESTIONARIO DESARROLLO DE LA COMPETENCIA RESUELVE PROBLEMAS DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN

PRE-TEST: GRUPO CONTROL, QUINTO "B"

DATOS DEL PRETEST - GRUPO CONTROL - 5° B

N°	Estudiante	Capacidad 1					Capacidad 2					Capacidad 3					Capacidad 4					Puntaje
		P. 01	P. 02	P. 03	P. 04	P. 05	P. 06	P. 07	P. 08	P. 09	P. 10	P. 11	P. 12	P. 13	P. 14	P. 15	P. 16	P. 17	P. 18	P. 19	P. 20	
01	ALVARADO VELASQUEZ JOSE MARIA	1	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	22
02	AYALA HUATAY LONERA YANELI	1	3	1	1	1	1	1	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	24
03	BARRANTES GUADAÑA CINTIA REBECA	1	3	1	1	1	1	3	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	26
04	CERDAN VARGAS YOLITA ANAIS	1	1	3	1	1	1	1	3	3	3	1	1	1	1	1	1	1	3	3	3	34
05	CHUNQUI CHAVES JHOSET DANIEL	1	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	1	1	24
06	DIAZ ESTACIO JEFERSON	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	1	1	22
07	GALAN VERA MARIBEL	1	1	3	1	1	1	1	3	3	3	1	1	1	1	1	1	1	3	3	3	34
08	GUEVARA VILLENA MONICA	1	1	1	1	1	1	3	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	24
09	HOYOS GUTIERREZ MERCY ANGELITA	1	3	1	1	1	1	1	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	24
10	ISPILCO CUEVA ESTELITA	1	3	1	1	1	1	3	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	26
11	JULCA SALDAÑA YULISA	1	3	1	1	1	1	1	3	1	1	1	1	3	1	1	3	1	1	1	1	28
12	MERE BUGARIN ANGELINA	1	1	3	1	1	1	1	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	24
13	MORENO LARIOS MIA VICTORIA	1	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	22
14	MOTTA CABELLO VALERIA FERNANDA	1	3	1	1	1	1	3	3	1	1	1	1	1	1	1	3	1	1	1	1	28
15	ORTIZ GUERRA NEISER	1	3	1	1	1	1	1	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	1	1	26
16	PRETELL FIGUEROA RUBI	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	20
17	RAMOS ALVARADO ANAHI JAZMIN ALIZE	1	3	1	1	1	1	1	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	24
18	SANGAY CARRANZA LURA TATIANA	1	3	1	1	1	1	3	1	1	1	1	1	1	1	1	3	1	1	1	1	26
19	SANTACRUZ FLORES RODRIGO ALEXAN	1	3	1	1	1	1	1	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	1	1	26
20	SAUCEDO MARIN ROCIO LIXET	1	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	22
21	TORREL ESPINOZA MARGIORY MARDEL	1	3	3	1	1	1	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	26
22	VALDEZ ALVARADO DEYMI MAYTE	1	1	1	1	1	1	1	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	1	1	24
23	LLANOS SICHA JESSICA YERALDIN	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	20
24	DIAZ SALAZAR LILIANA	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	20
25	CRUZ CHACON KEIKO	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	20

NIVEL DE LOGRO	
EN INICIO	1
EN PROCESO	2
LOGRO ESPERADO	3
LOGRO DESTACADO	4

Capacidad 1	Modela objetos con formas y sus transformaciones
Capacidad 2	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométrica
Capacidad 3	Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio
Capacidad 4	Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas

PRE-TEST: GRUPO EXPERIMENTAL, QUINTO “A”

DATOS DEL PRETEST - GRUPO EXPERIMENTAL - 5° A

N°	Estudiante	Capacidad 1					Capacidad 2					Capacidad 3					Capacidad 4					Puntaje
		P. 01	P. 02	P. 03	P. 04	P. 05	P. 06	P. 07	P. 08	P. 09	P. 10	P. 11	P. 12	P. 13	P. 14	P. 15	P. 16	P. 17	P. 18	P. 19	P. 20	
01	ACUÑA GALLARDO DEVIS JHOEL	1	3	3	3	1	1	3	3	1	1	1	1	3	1	1	1	1	3	1	1	34
02	ALAYA CHAVEZ FARID	3	3	1	1	1	1	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	26
03	AYAY BARDALES LUZ CLARITA	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	20
04	BOLAÑOS CULQUI RAQUEL NOEMI	1	3	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	1	1	26
05	CABRERA ROJAS ALEJANDRA	1	3	3	1	1	1	1	1	3	3	1	1	1	1	1	1	1	3	1	1	30
06	CARRERA FLORES ANAVELI	1	3	1	1	1	1	1	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	24
07	CASAHUAMAN GUEVARA KAROL	1	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	22
08	CASTREJON BAUTISTA NANCI YOSELIN	1	3	3	3	1	1	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	28
09	CERNA RAMOS EDITH FRANKLIN	1	3	3	3	1	1	3	3	1	1	1	1	3	1	1	1	1	3	1	1	34
10	CERNA URIARTE DEYVIS YANDEL	1	3	3	1	1	1	1	3	1	1	1	1	3	1	1	1	1	3	1	1	30
11	CONTRERAS POLO SANTOS ISABEL	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	20
12	CHUQUIRUNA MINCHAN YULISA	1	3	3	3	1	1	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	28
13	CULQUI SALAZAR SUJELI DAYANA	1	3	1	1	1	1	3	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	1	1	28
14	HUAMAN PAIRAZAMAN KEYLA	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	20
15	LLAMO TORRES ROUSE ESMERALDA	1	3	3	1	1	1	1	1	3	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	28
16	LLANOS GUTIERREZ JUDITH ARACELI	1	3	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	1	1	3	1	1	1	1	28
17	LLANOS LIMAY ROSA MARIXA	1	3	3	1	1	1	1	1	3	3	1	1	1	1	1	1	1	3	1	1	30
18	LUDEÑA REYES DAMARIS	1	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	22
19	MARIN ESPINOZA JUAN PABLO	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	1	1	3	1	1	24
20	MARIÑAS RODRIGUEZ DIANA SARITA	1	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	1	1	3	1	1	1	1	26
21	PAREDES LEIVA YIKELITA	3	3	3	1	1	1	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	28
22	PISCO SALAZAR WILSON BARUE	1	3	3	1	1	1	1	3	1	1	1	1	3	1	3	3	1	3	1	1	34
23	VASQUEZ CORTEZ YESICA MARILU	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	20
24	HUALTIBAMBA ZAMORA EMILY BERTHA	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	20
25	ORTIZ MASAMBITE WUAYNER	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	20

NIVEL DE LOGRO	
EN INICIO	1
EN PROCESO	2
LOGRO ESPERADO	3
LOGRO DESTACADO	4

Capacidad 1	Modela objetos con formas y sus transformaciones
Capacidad 2	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométrica
Capacidad 3	Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio
Capacidad 4	Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas

POST-TEST: GRUPO CONTROL, QUINTO "B"

DATOS DEL POSTEST - GRUPO CONTROL - 5° B

N°	Estudiante	Capacidad 1					Capacidad 2					Capacidad 3					Capacidad 4					Puntaje
		P. 01	P. 02	P. 03	P. 04	P. 05	P. 06	P. 07	P. 08	P. 09	P. 10	P. 11	P. 12	P. 13	P. 14	P. 15	P. 16	P. 17	P. 18	P. 19	P. 20	
01	ALVARADO VELASQUEZ JOSE MARIA	3	3	1	1	1	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	26
02	AYALA HUATAY LONERA YANELI	1	3	1	1	1	3	3	1	3	3	1	1	1	1	1	1	1	1	3	1	32
03	BARRANTES GUADAÑA CINTIA REBECA	3	3	3	1	1	3	1	1	3	1	1	1	1	1	3	1	1	1	3	1	34
04	CERDAN VARGAS YOLITA ANAIS	3	3	3	1	1	1	3	1	3	3	3	3	1	1	1	1	1	3	3	3	42
05	CHUNQUI CHAVES JHOSET DANIEL	1	3	3	1	1	3	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	28
06	DIAZ ESTACIO JEFERSON	3	3	1	1	1	3	1	1	1	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	28
07	GALAN VERA MARIBEL	3	3	3	1	1	1	3	1	3	3	3	3	1	1	1	3	3	1	3	3	44
08	GUEVARA VILLENA MONICA	3	3	3	1	1	1	3	3	3	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	34
09	HOYOS GUTIERREZ MERCY ANGELITA	1	3	1	1	1	3	3	1	3	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	30
10	ISPILCO CUEVA ESTELITA	1	3	1	1	1	1	3	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	26
11	JULCA SALDAÑA YULISA	1	3	1	1	1	3	1	1	3	3	1	1	1	1	3	1	1	1	3	3	34
12	MERE BUGARIN ANGELINA	3	3	3	1	1	1	3	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	3	1	34
13	MORENO LARIOS MIA VICTORIA	1	3	1	1	1	3	1	1	3	3	1	1	1	1	3	1	1	1	3	3	34
14	MOTTA CABELLO VALERIA FERNANDA	3	3	3	1	1	1	3	3	3	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	34
15	ORTIZ GUERRA NEISER	3	3	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	26
16	PRETELL FIGUEROA RUBI	3	3	3	1	1	3	3	1	1	1	1	3	1	1	1	1	1	1	1	1	32
17	RAMOS ALVARADO ANAHI JAZMIN ALIZE	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	20
18	SANGAY CARRANZA LURA TATIANA	1	3	1	1	1	1	3	1	3	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	28
19	SANTACRUZ FLORES RODRIGO ALEXAN	3	3	3	1	1	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	28
20	SAUCEDO MARIN ROCIO LIXET	1	1	1	1	1	3	1	1	3	1	1	1	1	1	3	1	1	1	1	1	26
21	TORREL ESPINOZA MARGIORY MARDEL	3	3	3	1	1	1	3	3	3	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	36
22	VALDEZ ALVARADO DEYMI MAYTE	1	3	3	1	1	1	3	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	1	3	32
23	LLANOS SICHA JESSICA YERALDIN	3	3	3	1	1	1	3	3	3	3	1	1	1	1	1	1	1	3	1	1	36
24	DIAZ SALAZAR LILIANA	3	3	3	3	1	1	3	3	3	3	3	3	1	1	1	1	1	1	3	3	44
25	CRUZ CHACON KEIKO	3	3	3	1	1	1	3	1	3	1	3	3	1	1	1	1	1	3	3	3	40

NIVEL DE LOGRO	
EN INICIO	1
EN PROCESO	2
LOGRO ESPERADO	3
LOGRO DESTACADO	4

Capacidad 1	Modela objetos con formas y sus transformaciones
Capacidad 2	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométrica
Capacidad 3	Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio
Capacidad 4	Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas

POST-TEST: GRUPO EXPERIMENTAL, QUINTO “A”

DATOS DEL POSTEST - GRUPO EXPERIMENTAL - 5° A

N°	Estudiante	Capacidad 1					Capacidad 2					Capacidad 3					Capacidad 4					Puntaje
		P. 01	P. 02	P. 03	P. 04	P. 05	P. 06	P. 07	P. 08	P. 09	P. 10	P. 11	P. 12	P. 13	P. 14	P. 15	P. 16	P. 17	P. 18	P. 19	P. 20	
01	ACUÑA GALLARDO DEVIS JHOEL	3	3	1	3	3	3	3	3	1	3	1	3	3	3	3	3	3	3	3	3	54
02	ALAYA CHAVEZ FARID	4	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2	2	3	3	3	3	1	3	3	3	57
03	AYAY BARDALES LUZ CLARITA	4	3	3	3	4	4	3	3	3	3	3	3	4	4	3	3	2	3	4	4	66
04	BOLAÑOS CULQUI RAQUEL NOEMI	4	3	3	3	4	4	3	3	3	4	3	2	3	3	3	3	3	4	4	4	66
05	CABRERA ROJAS ALEJANDRA	3	3	3	1	3	3	3	3	3	3	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	56
06	CARRERA FLORES ANAVELI	3	3	3	3	3	3	3	3	1	3	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	56
07	CASAHUAMAN GUEVARA KAROL	3	3	3	3	3	3	3	3	1	3	2	1	3	3	3	3	3	3	3	3	55
08	CASTREJON BAUTISTA NANCI YOSELIN	3	3	2	2	4	3	3	3	3	3	4	3	3	3	3	3	2	4	4	4	62
09	CERNA RAMOS EDITH FRANKLIN	3	3	1	3	3	3	3	3	1	3	1	3	3	3	3	3	3	3	3	3	54
10	CERNA URIARTE DEYVIS YANDEL	3	3	3	3	3	3	3	3	3	1	1	3	3	3	3	3	1	3	3	3	54
11	CONTRERAS POLO SANTOS ISABEL	3	3	3	3	4	3	3	3	4	4	2	1	3	3	3	3	3	1	3	3	58
12	CHUQUIRUNA MINCHAN YULISA	3	3	3	1	3	3	3	3	1	4	3	3	3	3	3	3	2	3	4	4	58
13	CULQUI SALAZAR SUJELI DAYANA	3	3	2	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3	3	3	3	3	2	4	3	58
14	HUAMAN PAIRAZAMAN KEYLA	3	3	3	3	4	3	3	3	3	3	1	3	3	3	3	3	1	2	3	3	56
15	LLAMO TORRES ROUSE ESMERALDA	4	3	3	3	3	3	3	3	4	4	3	2	3	4	3	3	3	4	4	4	66
16	LLANOS GUTIERREZ JUDITH ARACELI	3	3	3	3	3	3	3	3	1	1	3	3	3	3	3	3	1	3	3	3	54
17	LLANOS LIMAY ROSA MARIXA	3	3	3	1	3	3	3	3	3	3	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	56
18	LUDEÑA REYES DAMARIS	3	3	3	3	3	3	3	3	1	3	1	3	3	3	3	3	1	3	3	3	54
19	MARIN ESPINOZA JUAN PABLO	4	3	3	3	4	4	3	3	4	3	4	2	3	3	3	3	3	4	4	4	67
20	MARIÑAS RODRIGUEZ DIANA SARITA	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	1	3	3	3	3	3	2	1	3	3	55
21	PAREDES LEIVA YIKELITA	4	3	3	3	4	4	3	3	4	4	2	2	3	4	4	3	2	4	4	3	66
22	PISCO SALAZAR WILSON BARUE	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	1	3	3	3	3	3	3	3	3	58
23	VASQUEZ CORTEZ YESICA MARILU	3	3	1	3	3	3	3	3	3	3	1	3	3	3	3	3	1	3	3	3	54
24	HUALTIBAMBA ZAMORA EMILY BERTHA	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	1	3	3	3	3	2	2	3	3	56
25	ORTIZ MASAMBITE WUAYNER	4	3	3	3	4	3	3	3	4	4	4	2	3	4	3	3	3	4	4	4	68

NIVEL DE LOGRO	
EN INICIO	1
EN PROCESO	2
LOGRO ESPERADO	3
LOGRO DESTACADO	4

Capacidad 1	Modela objetos con formas y sus transformaciones
Capacidad 2	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométrica
Capacidad 3	Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio
Capacidad 4	Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas

TEST: GRUPO PILOTO, QUINTO “C”

Medición para determinar la confiabilidad del instrumento

DATOS DEL TEST - GRUPO VALIDACION - 5° C

N°	Estudiante	Capacidad 1					Capacidad 2					Capacidad 3					Capacidad 4					Puntaje
		P. 01	P. 02	P. 03	P. 04	P. 05	P. 06	P. 07	P. 08	P. 09	P. 10	P. 11	P. 12	P. 13	P. 14	P. 15	P. 16	P. 17	P. 18	P. 19	P. 20	
01	ALVARADO RODRIGUEZ ESMILDO	2	3	3	1	1	3	1	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	31
02	ARCE MONTOYA GUALDALUPE MARISOL	3	1	3	1	1	3	1	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	30
03	CALDERON LLANOS MARJHORI YANELI	4	3	3	3	2	3	3	3	4	3	1	2	3	4	1	1	1	3	4	4	55
04	CAMACHO HUATAY LIDIAA ALEXANDRA	3	3	3	3	1	3	3	3	3	3	1	1	3	1	1	1	1	1	1	1	40
05	CARRANZA CALBAY CINTHIA JOSELIN	4	3	3	3	2	3	3	3	4	3	1	1	3	4	1	1	1	3	1	4	51
06	CHAUPE ALVARADO MIRIAN LISBETH	3	1	1	3	1	3	3	3	1	1	1	1	3	1	1	1	1	1	3	3	36
07	CHEGNE QUISPE YULEISI GIMENA	4	3	3	3	2	3	3	3	4	4	1	1	3	4	1	1	1	3	1	4	52
08	CORREA BRIONES NILDA MARIELA	4	3	3	3	1	3	3	3	3	4	1	1	3	4	1	1	1	3	4	4	53
09	CULQUI NOVOA ADRIANA DANIELA	3	3	3	3	1	3	3	3	3	3	1	1	3	3	1	1	1	3	1	3	46
10	HUARIPATA LLANOS DIEGO ARMANDO	3	3	3	3	1	3	3	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	34
11	HOYOS MALPICA MALENA ANGELI	3	3	3	3	1	3	3	3	3	3	1	1	3	3	1	1	1	1	3	3	46
12	INGA MUNDACA SINDI JHOSEL	3	3	3	3	1	3	3	1	3	3	1	1	1	1	3	1	1	1	3	3	42
13	IZQUIERDO CASTRO MIRIAN YESENIA	3	3	3	3	1	1	3	1	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	32
14	LOVATO HUAHUA CHELITO YUDITH	3	3	3	3	2	3	3	3	4	4	1	1	1	1	3	1	1	3	4	4	51
15	PAREDES GUTIERREZ KIARA MARILU	3	1	3	3	1	3	3	3	3	3	1	1	3	3	1	1	1	1	1	3	42
16	RUIZ CHAVEZ NANCY ANDY	3	3	3	3	1	3	3	3	3	3	1	1	1	1	1	1	1	3	3	3	44

NIVEL DE LOGRO	
EN INICIO	1
EN PROCESO	2
LOGRO ESPERADO	3
LOGRO DESTACADO	4

Capacidad 1	Modela objetos con formas y sus transformaciones
Capacidad 2	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas
Capacidad 3	Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio
Capacidad 4	Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas

Anexo 3: Sesiones de aprendizaje

SESIÓN DE APRENDIZAJE 01

Triángulos y líneas notables asociadas al triángulo

I. DATOS GENERALES

1. **Institución Educativa** : "Toribio Casanova López"
2. **Área** : Matemática
3. **Grado** : Quinto
4. **Nivel Educativo** : Secundaria
5. **Ciclo** : VII
6. **Tiempo probable** : 90 minutos
7. **Docente Responsable** : Castañeda Olivares, César Miguel
8. **Fecha** : __ / __ / _____

II. PROPÓSITOS DE APRENDIZAJE

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de forma movimiento y localización	Modela objetos con formas y sus transformaciones	Modela las características y atributos medibles de los objetos con formas geométricas compuestas que resultan de combinar formas geométricas tridimensionales y cuerpos de revolución, relaciones métricas de triángulos.
	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas	Expresa el significado de las propiedades de los cuerpos geométricos, usando lenguaje geométrico, diversas representaciones o construcciones con regla. Clasifica las formas geométricas por sus características y propiedades. Interpreta enunciados verbales, terminologías y gráficos que describen las propiedades de los cuerpos de revolución; expresa su entendimiento usando lenguaje geométrico, dibujos o construcciones con regla.
	Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio	Combina y adapta estrategias, recursos y procedimientos para determinar la longitud de cuerpos geométricos, empleando unidades de medida convencionales.
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas	Plantea y contrasta afirmaciones sobre relaciones y propiedades de las formas geométricas, a partir de experiencias directas o simulaciones.

III. SECUENCIA DIDÁCTICA

SECUENCIA DIDÁCTICA			
MOMENTOS	**ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE**	**RECURSOS**	**TIEMPO**
INICIO	✓ El docente da la bienvenida a los estudiantes. ✓ Se establecen los acuerdos de convivencia para el desarrollo de la clase.	**Pizarra** **Anexo 1**	**15**
	FASE 1: INFORMACIÓN ✓ Se presenta la situación problemática (Anexo 1) y responden a las siguientes preguntas: ¿Sobre qué trata la situación presentada? ¿Qué figuras geométricas se pueden identificar? ¿Conoces alguna propiedad propia de la figura? ¿en qué consiste? ¿Cómo contextualizas la figura que se presenta? ✓ Los estudiantes participan en forma ordenada y respetando las ideas de sus compañeros.		
DESARROLLO	**FASE 2: ORIENTACIÓN DIRIGIDA** ✓ El docente presenta y explica el tema a desarrollar (Anexo 2); del mismo modo, promueve a los estudiantes a que participen activamente en la comprensión del tema en desarrollo. **FASE 3: EXPLICITACIÓN** ✓ Finalmente, los estudiantes comparten sus interpretaciones del tema y consolidan su aprendizaje a través de ejemplos. ✓ Mencionan ejemplos relacionados al tema trabajado. **FASE 4: ORIENTACIÓN LIBRE** ✓ El docente plantea a los estudiantes ejercicios y problemas relacionados al tema trabajado (Anexo 3). E indica el tiempo que los desarrollarán para luego compartir sus resultados. ✓ Se consolida la información. Si hubiera alguna inquietud, el docente aclara las dudas. ✓ Se continúa el proceso hasta que todos hayan construido su aprendizaje.	**Pizarra** **Anexo 2** **Anexo 3**	**55**
CIERRE	**FASE 5: INTEGRACIÓN** ✓ El docente inicia este proceso haciendo un comentario sobre la temática que se viene desarrollando. E indica a los estudiantes que elaboraran, individualmente, un organizador visual sobre el tema tratado ✓ Asimismo, el docente manifiesta los aciertos y recomienda los aspectos por mejorar. ✓ Luego responden a las preguntas: ¿Qué aprendí hoy? ¿Cuáles fueron mis dificultades? ¿Cómo las superé?	**Pizarra**	**20**

IV. EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES

COMPETENCIA: Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.

CAPACIDADES:

- ✓ Modela objetos con formas y sus transformaciones.
- ✓ Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.
- ✓ Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio.
- ✓ Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas

DESEMPEÑOS	INDICADORES	INSTRUMENTOS
Modela las características y atributos medibles de los objetos con formas geométricas compuestas que resultan de combinar formas geométricas tridimensionales y cuerpos de revolución, relaciones métricas de triángulos.	1. Identifica figuras geométricas en objetos del aula, dibujos o imágenes. 3. Clasifica figuras geométricas según sus características.	Ficha de observación
Expresa el significado de las propiedades de los cuerpos geométricos, usando lenguaje geométrico, diversas representaciones o construcciones con regla. Clasifica las formas geométricas por sus características y propiedades. Interpreta enunciados verbales, terminologías y gráficos que describen las propiedades de los cuerpos de revolución; expresa su entendimiento usando lenguaje geométrico, dibujos o construcciones con regla.	2. Formula conjeturas sobre las propiedades de las figuras geométricas basándose en observaciones y experiencias previas. 4. Describe las propiedades de figuras geométricas utilizando un lenguaje geométrico. 5. Formula definiciones precisas de conceptos geométricos. 6. Define figuras geométricas utilizando sus propiedades.	
Combina y adapta estrategias, recursos y procedimientos para determinar la longitud de cuerpos geométricos, empleando unidades de medida convencionales.	7. Utiliza sus conocimientos sobre las propiedades de las figuras geométricas para resolver problemas geométricos más complejos. 9. Relaciona los conceptos concedidos con otros conceptos matemáticos.	
Plantea y contrasta afirmaciones sobre relaciones y propiedades de las formas geométricas, a partir de experiencias directas o simulaciones.	8. Justifica sus soluciones a problemas utilizando razonamientos lógicos. 10. Aplica sus conocimientos para modelar y resolver problemas de la vida real.	

V. BIBLIOGRAFÍA

Corefo (2024). *Matemática V Secundaria*.
Ministerio de Educación. (2016). *Programa Curricular de Educación Secundaria.*

ANEXOS

Anexo 1

Un residuo es un recurso

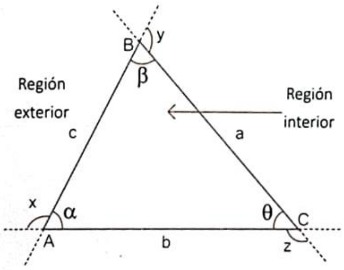
Cuidar el medio ambiente significa saber qué productos contaminan y qué otros productos se pueden reciclar.

Por esto, en algunas ciudades, frente al alto índice de contaminación de aquellas sustancias u objetos que su poseedor desecha o tenga la intención u obligación de desechar, se ha considerado el triángulo de jerarquización que indica las acciones a realizar. ¿Qué tipo de triángulo según su clasificación crees que representa? *Se parece a un triángulo isósceles.*

Anexo 2

Triángulo

Es un polígono de tres lados que da origen a tres vértices y tres ángulos internos.



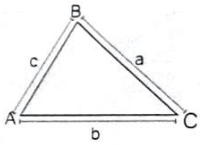
Elementos:

- Vértices: A, B y C
- Lados: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ y $\overline{AC}$
- Medida de los ángulos internos: α; β; θ
- Medida de los ángulos externos: x; y; z

Notación: Δ ABC. Se lee: Triángulo ABC.

Recuerda

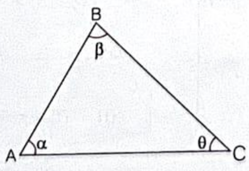
El perímetro de una región triángular es la suma de las longitudes de sus lados.



$2p = a + b + c$

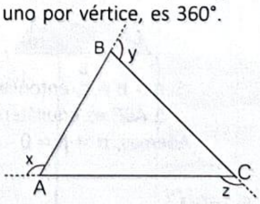
Teoremas fundamentales de los triángulos

I. La suma de las medidas de los ángulos internos es igual a 180°.



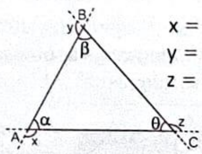
$\alpha + \beta + \theta = 180°$

II. La suma de las medidas de los ángulos externos, eligiendo uno por vértice, es 360°.

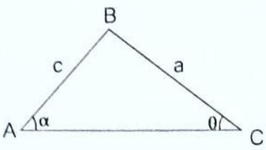
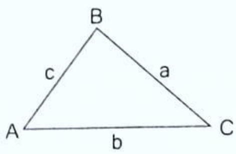


$x + y + z = 360°$

III. La medida de un ángulo externo es igual a la suma de las medidas de los ángulos internos no adyacentes a él.



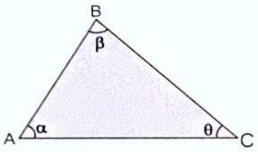
$x = \beta + \theta$
$y = \alpha + \theta$
$z = \alpha + \beta$

Teorema de correspondencia	Teorema de existencia
 Teorema de correspondencia En el Δ ABC, $a > c \leftrightarrow \alpha > \theta$	En el Δ ABC, se cumple:  $a < b + c$ $b < a + c$ $c < a + b$

Clasificación de los triángulos

Según la medida de sus ángulos

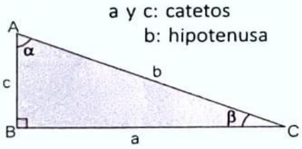
Triángulo acutángulo



Se cumple:
$\alpha < 90°$, $\beta < 90°$, $\theta < 90°$

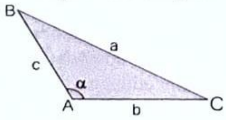
Triángulo rectángulo

a y c: catetos
b: hipotenusa



En la figura: m∢ABC = 90°
Además: $\alpha + \beta = 90°$
Teorema de Pitágoras: $a^2 + c^2 = b^2$

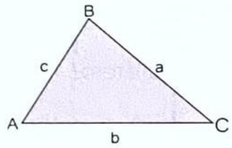
Triángulo obtusángulo



En la figura: $\alpha > 90°$
Δ ABC: obtusángulo, obtuso en A
se cumple: $a^2 > b^2 + c^2$

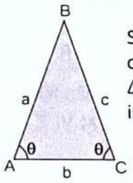
Según la longitud de sus lados

Triángulo escaleno



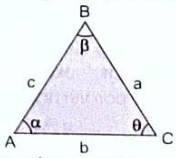
Si $a \neq b \neq c$, entonces el Δ ABC es escaleno.

Triángulo isósceles



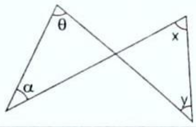
Si $a = c$ y $a \neq b$, $c \neq b$, entonces el Δ ABC es isósceles.

Triángulo equilátero

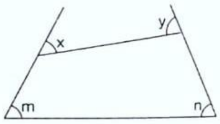


Si $a = b = c$, entonces el Δ ABC es equilátero.
Además, $\alpha = \beta = \theta = 60°$

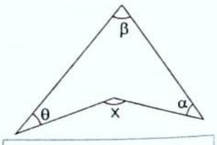
Propiedades adicionales



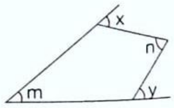
$$\alpha + \theta = x + y$$



$$m + n = x + y$$



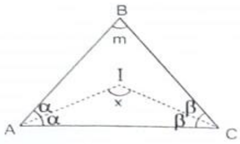
$$x = \alpha + \beta + \theta$$



$$m + n = x + y$$

Ángulos determinados por bisectrices

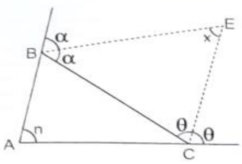
a.



I: Incentro

$$x = 90° + \frac{m}{2}$$

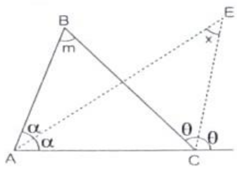
b.



E: Excentro

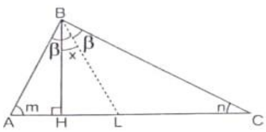
$$x = 90° - \frac{n}{2}$$

c.



$$x = \frac{m}{2}$$

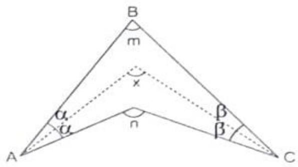
d.



Si $\overline{BH}$ es altura y $\overline{BL}$ es bisectriz, se cumple:

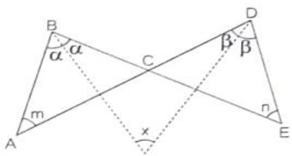
$$x = \frac{m - n}{2}$$

e.



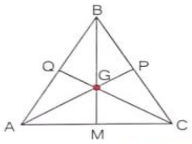
$$x = \frac{m + n}{2}$$

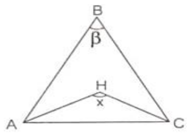
f.

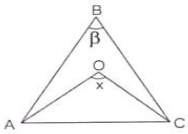


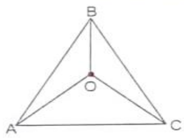
$$x = \frac{m + n}{2}$$

Propiedades de los puntos notables





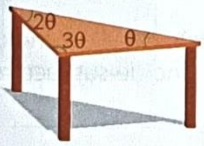




Si G es baricentro del Δ ABC, se cumple: AG = 2(GP) BG = 2(GM) CG = 2(GQ)	Si H es ortocentro del Δ ABC, se cumple: $x + \beta = 180°$	Si O es circuncentro del Δ ABC, se cumple: $x = 2\beta$	Si O es circuncentro del Δ ABC, se cumple: OA = OB = OC

Anexo 3

1. En un aula de clases los estudiantes cuidan las cosas que hay, como la mesa que se muestra. **Identifica** los ángulos y **calcula** el valor de θ.



Resolución:

Se observa que la mesa tiene la forma de un triángulo. Luego, se cumple:

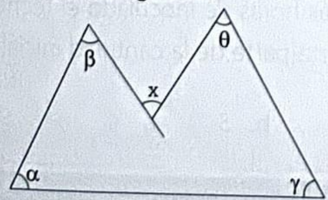
$2\theta + 3\theta + \theta = 180°$

$6\theta = 180°$

$\theta = 30°$

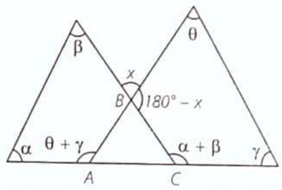
Rpta.: *El valor de θ es 30°.*

2 **Observa** el siguiente gráfico:



Si $\alpha + \beta + \theta + \gamma = 250°$, **determina** el valor de "x".

Resolución:



En el Δ ABC se cumple:

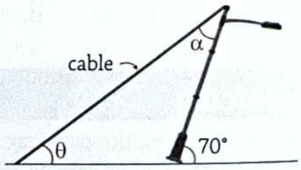
$(\alpha + \beta) + (\theta + \gamma) + (180° - x) = 360°$

$250° + 180° - x = 360°$

$x = 70°$

Rpta.: *El valor de "x" es 70°.*

3. La parte superior del poste mostrado está sujetado al piso mediante un cable. Si el ángulo determinado por el cable y el piso es mayor que el ángulo determinado por el cable y el poste, además la diferencia de dichos ángulos es 10°, **interpreta** la información y **calcula** la medida del ángulo determinado por el cable y el piso.



Resolución:

Por dato: $\theta - \alpha = 10°$...(I)

Del gráfico: $\theta + \alpha = 70°$...(II)

Suma (I) y (II):

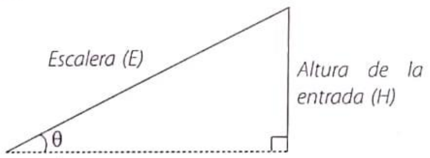
$2\theta = 80° \rightarrow \theta = 40°$

Rpta.: *La medida del ángulo determinado por el cable y el piso es 40°.*

Juan es un pintor muy responsable y siempre desea realizar de la mejor forma su trabajo. Él desea hacer pasar una escalera, con la mayor inclinación posible, por una entrada de 3 metros de alto, como se muestra en la imagen. **Analiza** la situación y **calcula** el menor valor entero que podría tener la longitud de dicha escalera.

Resolución:

Como el ángulo de inclinación θ debe ser el mayor posible, entonces la escalera debe quedar en la siguiente posición:



θ: Ángulo de inclinación

Se observa que $\theta < 90°$, por el teorema de correspondencia se cumple:

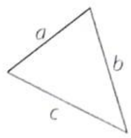
$H < E \rightarrow 3 < E$

Piden: $E_{menor} = 4$

Rpta.: *El menor valor entero que puede tomar la longitud de la escalera es 4 metros.*

Con una cuerda de 20 cm, se construye un triángulo. **Grafica** la figura y **determina** la mayor longitud entera que puede tener uno de sus lados.

Resolución:



Por el teorema de existencia:

$c < a + b$

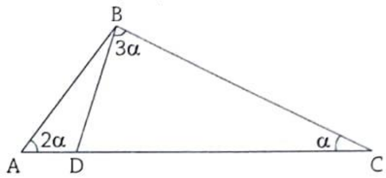
$2c < a + b + c$

$2c < 20$

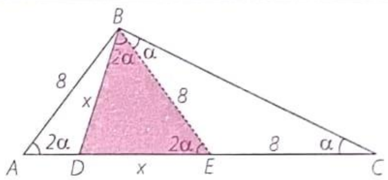
$c < 10 \rightarrow c_{mayor} = 9$

Rpta.: *La mayor longitud entera que puede tener uno de sus lados es 9 cm.*

6. **Analiza** el siguiente gráfico donde la longitud de $\overline{AB}$ es 8 cm. Luego, **determina** la mínima longitud entera que puede tomar $\overline{BD}$.



Resolución:



Sea BD = x. Traza $\overline{BE}$, de modo que m∢EBC = α y m∢AEB = 2α. Se observa que el triángulo ABE es isósceles, AB = BE = 8, así como también el triángulo BEC, BE = EC = 8.

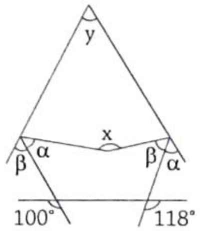
En el Δ BDE, BD = DE = x. Por el teorema de existencia:

$8 < x + x \rightarrow 0 < 8 < 2x \rightarrow 4 < x$

Piden: $x_{mínimo} = 5$

Rpta.: *La mínima longitud entera que puede tomar $\overline{BD}$ es 5 cm.*

7. **Establece** relaciones entre las medidas de los ángulos mostrados en el siguiente gráfico:



Luego, **determina** el valor de "x − y".

SESIÓN DE APRENDIZAJE 02

Congruencia de triángulos

I. DATOS GENERALES

1. **Institución Educativa** : "Toribio Casanova López"
2. **Área** : Matemática
3. **Grado** : Quinto
4. **Nivel Educativo** : Secundaria
5. **Ciclo** : VII
6. **Tiempo probable** : 90 minutos
7. **Docente Responsable** : Castañeda Olivares, César Miguel
8. **Fecha** :

II. PROPÓSITOS DE APRENDIZAJE

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de forma movimiento y localización	Modela objetos con formas y sus transformaciones	Modela las características y atributos medibles de los objetos con formas geométricas compuestas que resultan de combinar formas geométricas tridimensionales y cuerpos de revolución, relaciones métricas de triángulos.
	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas	Expresa el significado de las propiedades de los cuerpos geométricos, usando lenguaje geométrico, diversas representaciones o construcciones con regla. Clasifica las formas geométricas por sus características y propiedades. Interpreta enunciados verbales, terminologías y gráficos que describen las propiedades de los cuerpos de revolución; expresa su entendimiento usando lenguaje geométrico, dibujos o construcciones con regla.
	Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio	Combina y adapta estrategias, recursos y procedimientos para determinar la longitud de cuerpos geométricos, empleando unidades de medida convencionales.
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas	Plantea y contrasta afirmaciones sobre relaciones y propiedades de las formas geométricas, a partir de experiencias directas o simulaciones.

III. SECUENCIA DIDÁCTICA

SECUENCIA DIDÁCTICA			
MOMENTOS	**ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE**	**RECURSOS**	**TIEMPO**
INICIO	✓ El docente da la bienvenida a los estudiantes. ✓ Se establecen los acuerdos de convivencia para el desarrollo de la clase. **FASE 1: INFORMACIÓN** ✓ Se presenta la situación problemática (Anexo 1) y responden a las siguientes preguntas: ¿Sobre qué trata la situación presentada? ¿Qué figuras geométricas se pueden identificar? ¿Conoces alguna propiedad propia de la figura? ¿en qué consiste? ¿Cómo contextualizas la figura que se presenta? ✓ Los estudiantes participan en forma ordenada y respetando las ideas de sus compañeros.	**Pizarra** **Anexo 1**	**15**
DESARROLO	**FASE 2: ORIENTACIÓN DIRIGIDA** ✓ El docente presenta y explica el tema a desarrollar (Anexo 2); del mismo modo, promueve a los estudiantes a que participen activamente en la comprensión del tema en desarrollo. **FASE 3: EXPLICITACIÓN** ✓ Finalmente, los estudiantes comparten sus interpretaciones del tema y consolidan su aprendizaje a través de ejemplos. ✓ Mencionan ejemplos relacionados al tema trabajado. **FASE 4: ORIENTACIÓN LIBRE** ✓ El docente plantea a los estudiantes ejercicios y problemas relacionados al tema trabajado (Anexo 3). E indica el tiempo que los desarrollarán para luego compartir sus resultados. ✓ Se consolida la información. Si hubiera alguna inquietud, el docente aclara las dudas. ✓ Se continúa el proceso hasta que todos hayan construido su aprendizaje.	**Pizarra** **Anexo 2** **Anexo 3**	**55**
CIERRE	**FASE 5: INTEGRACIÓN** ✓ El docente inicia este proceso haciendo un comentario sobre la temática que se viene desarrollando. E indica a los estudiantes que elaboraran, individualmente, un organizador visual sobre el tema tratado ✓ Asimismo, el docente manifiesta los aciertos y recomienda los aspectos por mejorar. ✓ Luego responden a las preguntas: ¿Qué aprendí hoy? ¿Cuáles fueron mis dificultades? ¿Cómo las superé?	**Pizarra**	**20**

IV. EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES

COMPETENCIA: Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.

CAPACIDADES:

- ✓ Modela objetos con formas y sus transformaciones.
- ✓ Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.
- ✓ Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio.
- ✓ Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas

DESEMPEÑOS	INDICADORES	INSTRUMENTOS
Modela las características y atributos medibles de los objetos con formas geométricas compuestas que resultan de combinar formas geométricas tridimensionales y cuerpos de revolución, relaciones métricas de triángulos.	1. Identifica figuras geométricas en objetos del aula, dibujos o imágenes. 2. Clasifica figuras geométricas según sus características.	Ficha de observación
Expresa el significado de las propiedades de los cuerpos geométricos, usando lenguaje geométrico, diversas representaciones o construcciones con regla. Clasifica las formas geométricas por sus características y propiedades. Interpreta enunciados verbales, terminologías y gráficos que describen las propiedades de los cuerpos de revolución; expresa su entendimiento usando lenguaje geométrico, dibujos o construcciones con regla.	3. Formula conjeturas sobre las propiedades de las figuras geométricas basándose en observaciones y experiencias previas. 4. Describe las propiedades de figuras geométricas utilizando un lenguaje geométrico. 5. Formula definiciones precisas de conceptos geométricos. 6. Define figuras geométricas utilizando sus propiedades.	
Combina y adapta estrategias, recursos y procedimientos para determinar la longitud de cuerpos geométricos, empleando unidades de medida convencionales.	7. Utiliza sus conocimientos sobre las propiedades de las figuras geométricas para resolver problemas geométricos más complejos. 8. Relaciona los conceptos concedidos con otros conceptos matemáticos.	
Plantea y contrasta afirmaciones sobre relaciones y propiedades de las formas geométricas, a partir de experiencias directas o simulaciones.	9. Justifica sus soluciones a problemas utilizando razonamientos lógicos. 10. Aplica sus conocimientos para modelar y resolver problemas de la vida real.	

V. BIBLIOGRAFÍA

Corefo (2024). *Matemática V Secundaria*.

Ministerio de Educación. (2016). *Programa Curricular de Educación Secundaria.*

ANEXOS

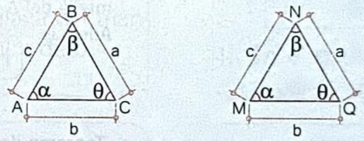
Anexo 1

Tener estos símbolos del reciclaje cerca permite que no se pueda olvidar la importancia del reciclaje en nuestras vidas. También nos dejan saber rápidamente cuándo un producto es apto para reciclar y cuándo no, o bien cuándo pasó por el proceso de reciclaje. Si se observan los cuatro tachos, se puede notar que son iguales, pero cada uno tiene diferente uso. ¿Qué características en común presentan los tachos? *Tienen la misma forma y tamaño.*

Anexo 2

Congruencia de triángulos

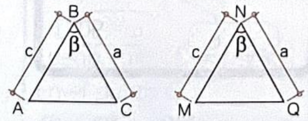
Dos triángulos son congruentes si sus lados correspondientes tienen la misma longitud y sus ángulos correspondientes tienen la misma medida.



Notación: Δ ABC ≅ Δ MNQ

Lado – Ángulo – Lado (LAL)

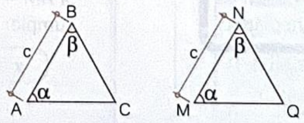
Dos triángulos son congruentes cuando tienen dos lados de igual longitud y el ángulo comprendido entre ellos, respectivamente, tiene igual medida.



Δ ABC ≅ Δ MNQ

Ángulo – Lado – Ángulo (ALA)

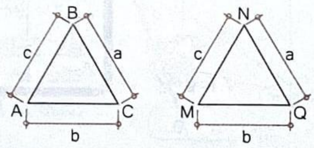
Dos triángulos son congruentes cuando tienen dos ángulos congruentes y el lado comprendido entre ellos, respectivamente, tiene la misma longitud.



Δ ABC ≅ Δ MNQ

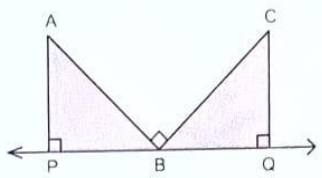
Lado – Lado – Lado (LLL)

Dos triángulos son congruentes cuando tienen sus tres lados, respectivamente, de igual longitud.



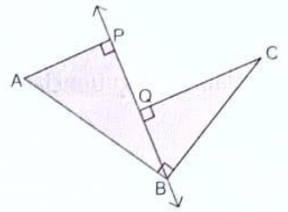
Δ ABC ≅ Δ MNQ

Aplicaciones



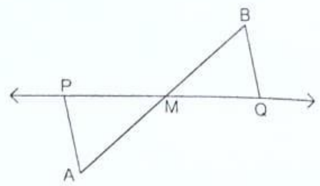
Si $AB = BC$ y $\overline{AB} \perp \overline{BC}$, se cumple:

$\boxed{\triangle APB \cong \triangle BQC}$



Si $AB = BC$ y $\overline{AB} \perp \overline{BC}$, se cumple:

$\boxed{\triangle APB \cong \triangle BQC}$

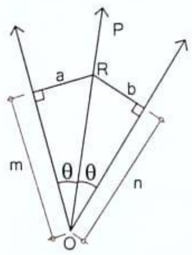


Si $AM = MB$ y $\overline{AP} \parallel \overline{BQ}$, se cumple:

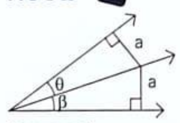
$\boxed{\Delta PAM \cong \Delta QMB}$

Aplicaciones de la congruencia de triángulos

a. Teorema de la bisectriz de un ángulo



Nota

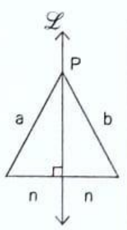


$\boxed{\theta = \beta}$

$\forall\ R \in \overrightarrow{OP}$

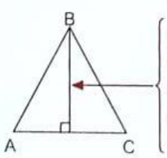
$\boxed{a = b}$ Además: $\boxed{m = n}$

b. Teorema de la mediatriz de un segmento



Nota

Si $AB = BC$

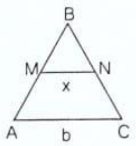


- Altura
- Mediana
- Bisectriz
- Porción de mediatriz

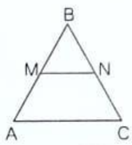
$\forall\ P \in \mathscr{L}$

$\boxed{a = b}$

c. Teorema de la base media



Nota



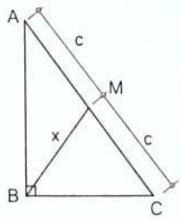
Si $\overline{MN} \parallel \overline{AC}$ y $AM = MB$, se cumple:

$\boxed{BN = NC}$

Si $AM = MB$ y $BN = NC$, entonces $\overline{MN}$ es la base media del ΔABC.

Además: $\boxed{\overline{MN} \parallel \overline{AC}}$ $\boxed{x = \dfrac{b}{2}}$

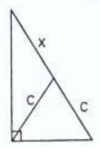
d. Teorema de la mediana relativa a la hipotenusa



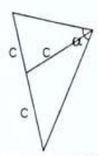
Si $AM = MC$, se cumple:

$\boxed{x = c}$

Nota

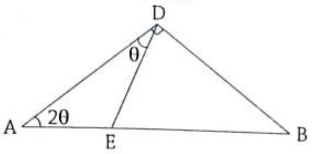


$\boxed{x = c}$

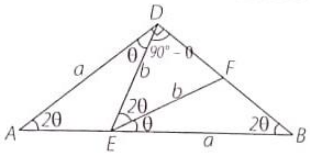


$\boxed{\alpha = 90°}$

Observa el gráfico, donde se sabe que AD = EB. Luego, **indica** el valor de θ.



Resolución:



Traza $\overline{EF}$, tal que m∢DEF = 2θ. Como m∢EDB = 90° – θ, en el Δ DEF se deduce que m∢DFE = 90° – θ.

Entonces, es isósceles (ED = EF = b).

Se observa que Δ ADE ≅ Δ BEF (LAL).

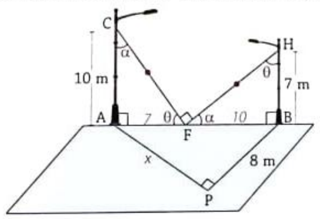
Luego, m∢FBE = 2θ.

En el Δ ADB:

$2\theta + 2\theta = 90° \rightarrow 4\theta = 90° \rightarrow \theta = 22{,}5°$

Rpta.: *El valor de θ es 22,5°.*

Pedro es un trabajador responsable y presta servicios para una empresa eléctrica que promueve el ahorro de energía. Él se ubica en el punto P de la pista y observa las bases de dos postes de luz que se encuentran sujetas por cables en el punto F, tal como se muestra en la imagen. **Determina** la distancia de P a la base del poste de mayor altura, si se sabe que m∢APB = 90° y FC = FH. Además, el punto P y los postes se encuentran en distintos planos.



Resolución:

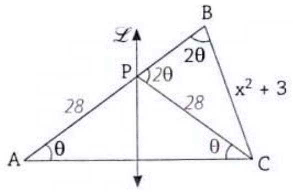
Del gráfico, se observa que Δ CAF ≅ Δ HBF (ALA). Luego, se cumple que AF = HB = 7 y AC = FB = 10. En el Δ APB, por el teorema de Pitágoras:

$x^2 + 8^2 = 17^2$

$x^2 = 225 \rightarrow x = 15$

Rpta.: *La distancia de P a la base del poste de mayor altura es 15 metros.*

5. **Analiza** el gráfico mostrado donde $\mathscr{L}$ es mediatriz de $\overline{AC}$. Si AP = 28, **calcula** el valor positivo de "x".



Resolución:

Primero traza $\overline{PC}$.

Luego, por propiedad de la mediatriz, PC = AP = 28 y m∢ACP = θ.

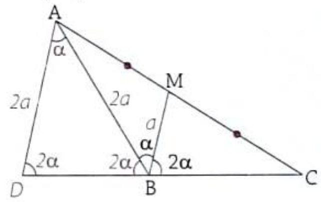
Por ángulo externo, m∢BPC = 2θ.

Se observa que el Δ BCP es isósceles y se cumple:

$x^2 + 3 = 28 \rightarrow x = 5$

Rpta.: *El valor positivo de "x" es 5.*

6. En el gráfico mostrado, M es punto medio de $\overline{AC}$ y AB = 2(BM). **Determina** el valor de α.



Resolución:

Prolonga $\overline{CB}$ hasta el punto D, de modo que $\overline{AD}$ // $\overline{MB}$. Como M es punto medio de $\overline{AC}$, entonces $\overline{BM}$ es base media del Δ ACD.

Luego, AD = 2a.

Por ángulos alternos internos, m∢DAB = m∢ABM = α.
Por ángulos correspondientes, m∢ADB = m∢MBC = 2α.

Se observa que el Δ DAB es isósceles, entonces m∢ABD = 2α.
Luego, se cumple:

$2\alpha + 2\alpha + \alpha = 180°$

$5\alpha = 180°$

$\alpha = 36°$

Rpta.: *El valor de α es 36°.*

SESIÓN DE APRENDIZAJE 03

Razones trigonométricas de ángulos agudos

I. DATOS GENERALES

1. **Institución Educativa** : “Toribio Casanova López”
2. **Área** : Matemática
3. **Grado** : Quinto
4. **Nivel Educativo** : Secundaria
5. **Ciclo** : VII
6. **Tiempo probable** : 90 minutos
7. **Docente Responsable** : Castañeda Olivares, César Miguel
8. **Fecha** :

II. PROPÓSITOS DE APRENDIZAJE

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de forma movimiento y localización	Modela objetos con formas y sus transformaciones	Modela las características y atributos medibles de los objetos con formas geométricas compuestas que resultan de combinar formas geométricas tridimensionales y cuerpos de revolución, relaciones métricas.
	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas	Expresa el significado de las propiedades de los cuerpos geométricos, usando lenguaje geométrico, diversas representaciones o construcciones con regla. Clasifica las formas geométricas por sus características y propiedades. Interpreta enunciados verbales, terminologías y gráficos que describen las propiedades de los cuerpos de revolución; expresa su entendimiento usando lenguaje geométrico, dibujos o construcciones con regla.
	Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio	Combina y adapta estrategias, recursos y procedimientos para determinar la longitud de cuerpos geométricos, empleando unidades de medida convencionales.
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas	Plantea y contrasta afirmaciones sobre relaciones y propiedades de las formas geométricas, a partir de experiencias directas o simulaciones.

III. SECUENCIA DIDÁCTICA

SECUENCIA DIDÁCTICA			
MOMENTOS	**ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE**	**RECURSOS**	**TIEMPO**
INICIO	✓ El docente da la bienvenida a los estudiantes. ✓ Se establecen los acuerdos de convivencia para el desarrollo de la clase.	**Pizarra** **Anexo 1**	**15**
	FASE 1: INFORMACIÓN ✓ Se presenta la situación problemática (Anexo 1) y responden a las siguientes preguntas: ¿Sobre qué trata la situación presentada? ¿Qué figuras geométricas se pueden identificar? ¿Conoces alguna propiedad propia de la figura? ¿en qué consiste? ¿Cómo contextualizas la figura que se presenta? ✓ Los estudiantes participan en forma ordenada y respetando las ideas de sus compañeros.		
DESARROLO	**FASE 2: ORIENTACIÓN DIRIGIDA** ✓ El docente presenta y explica el tema a desarrollar (Anexo 2); del mismo modo, promueve a los estudiantes a que participen activamente en la comprensión del tema en desarrollo. **FASE 3: EXPLICITACIÓN** ✓ Finalmente, los estudiantes comparten sus interpretaciones del tema y consolidan su aprendizaje a través de ejemplos. ✓ Mencionan ejemplos relacionados al tema trabajado. **FASE 4: ORIENTACIÓN LIBRE** ✓ El docente plantea a los estudiantes ejercicios y problemas relacionados al tema trabajado (Anexo 3). E indica el tiempo que los desarrollarán para luego compartir sus resultados. ✓ Se consolida la información. Si hubiera alguna inquietud, el docente aclara las dudas. ✓ Se continúa el proceso hasta que todos hayan construido su aprendizaje.	**Pizarra** **Anexo 2** **Anexo 3**	**55**
CIERRE	**FASE 5: INTEGRACIÓN** ✓ El docente inicia este proceso haciendo un comentario sobre la temática que se viene desarrollando. E indica a los estudiantes que elaboraran, individualmente, un organizador visual sobre el tema tratado ✓ Asimismo, el docente manifiesta los aciertos y recomienda los aspectos por mejorar. ✓ Luego responden a las preguntas: ¿Qué aprendí hoy? ¿Cuáles fueron mis dificultades? ¿Cómo las superé?	**Pizarra**	**20**

IV. EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES

COMPETENCIA: Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.

CAPACIDADES:

- ✓ Modela objetos con formas y sus transformaciones.
- ✓ Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.
- ✓ Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio.
- ✓ Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas

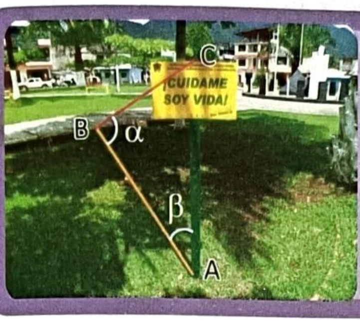
DESEMPEÑOS	INDICADORES	INSTRUMENTOS
Modela las características y atributos medibles de los objetos con formas geométricas compuestas que resultan de combinar formas geométricas tridimensionales y cuerpos de revolución, relaciones métricas.	1. Identifica figuras geométricas en objetos del aula, dibujos o imágenes. 2. Clasifica figuras geométricas según sus características.	Ficha de observación
Expresa el significado de las propiedades de los cuerpos geométricos, usando lenguaje geométrico, diversas representaciones o construcciones con regla. Clasifica las formas geométricas por sus características y propiedades. Interpreta enunciados verbales, terminologías y gráficos que describen las propiedades de los cuerpos de revolución; expresa su entendimiento usando lenguaje geométrico, dibujos o construcciones con regla.	3. Formula conjeturas sobre las propiedades de las figuras geométricas basándose en observaciones y experiencias previas. 4. Describe las propiedades de figuras geométricas utilizando un lenguaje geométrico. 5. Formula definiciones precisas de conceptos geométricos. 6. Define figuras geométricas utilizando sus propiedades.	
Combina y adapta estrategias, recursos y procedimientos para determinar la longitud de cuerpos geométricos, empleando unidades de medida convencionales.	7. Utiliza sus conocimientos sobre las propiedades de las figuras geométricas para resolver problemas geométricos más complejos. 8. Relaciona los conceptos concedidos con otros conceptos matemáticos.	
Plantea y contrasta afirmaciones sobre relaciones y propiedades de las formas geométricas, a partir de experiencias directas o simulaciones.	9. Justifica sus soluciones a problemas utilizando razonamientos lógicos. 10. Aplica sus conocimientos para modelar y resolver problemas de la vida real.	

V. BIBLIOGRAFÍA

Corefo (2024). *Matemática V Secundaria*.
Ministerio de Educación. (2016). *Programa Curricular de Educación Secundaria.*

ANEXOS

Anexo 1



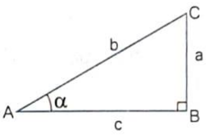
Con la intención de sensibilizar a la ciudadanía acerca del cuidado del medio ambiente, para promover una vida más saludable y en armonía, un grupo de estudiantes colocó letreros en las diversas áreas verdes de la ciudad, como parte de las acciones para mejorar la comunidad. Uno de ellos se muestra en la imagen. Si $\alpha = 90°$, BC = 0,6 m y sen $\beta = \frac{1}{3}$, ¿cuál es el valor de AC? *El valor de AC es 1,8 m.*

Anexo 2

Razón trigonométrica de un ángulo agudo

Una razón trigonométrica es el cociente que se establece entre las longitudes de dos de los lados de un triángulo rectángulo respecto de uno de sus ángulos agudos.

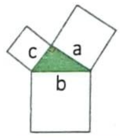
Elementos de un triángulo rectángulo



Cateto opuesto a α: $\overline{BC}$
Cateto adyacente a α: $\overline{AB}$
Hipotenusa: $\overline{AC}$
α: ángulo agudo ($0° < \alpha < 90°$)

Nota

Una forma tradicional de representar el teorema de Pitágoras se muestra en la siguiente figura:



$\boxed{b^2 = a^2 + c^2}$

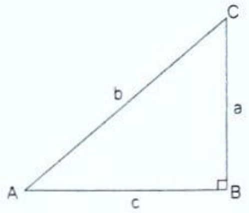
Teorema de Pitágoras

El teorema de Pitágoras establece que en un triángulo rectángulo, el cuadrado de la longitud de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los catetos.

Para el triángulo rectángulo anterior se cumple:

$$\boxed{b^2 = a^2 + c^2}$$

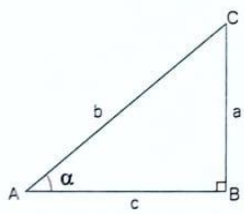
En un triángulo ABC (recto en B), se establecen las siguientes relaciones de los lados llamadas razones trigonométricas con respecto al ángulo A.



$\text{sen } A = \dfrac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \dfrac{a}{b}$
$\cos A = \dfrac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \dfrac{c}{b}$
$\text{tg } A = \dfrac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \dfrac{a}{c}$
$\text{ctg } A = \dfrac{\text{cateto adyacente}}{\text{cateto opuesto}} = \dfrac{c}{a}$
$\sec A = \dfrac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adyacente}} = \dfrac{b}{c}$
$\csc A = \dfrac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto}} = \dfrac{b}{a}$

Razones trigonométricas recíprocas

De la definición anterior, sea el triángulo ABC (recto en B) como se muestra:



Se cumple:

$\text{sen } \alpha \cdot \csc \alpha = 1$

$\cos \alpha \cdot \sec \alpha = 1$

$\text{tg } \alpha \cdot \text{ctg } \alpha = 1$

Observación:

Si α y θ son ángulos agudos, se cumple que:

$$\text{sen } \alpha \cdot \csc \theta = 1 \leftrightarrow \alpha = \theta$$
$$\cos \alpha \cdot \sec \theta = 1 \leftrightarrow \alpha = \theta$$
$$\text{tg } \alpha \cdot \text{ctg } \theta = 1 \leftrightarrow \alpha = \theta$$

Ejemplo:

Sea "x" un real positivo, si $\text{tg } (5x)° \cdot \text{ctg } (x^2 - 24)° = 1$, **calcula** el valor "x".

Resolución:

Por R.T. recíprocas:

$5x = x^2 - 24$

$x^2 - 5x - 24 = 0$

$(x - 8)(x + 3) = 0$

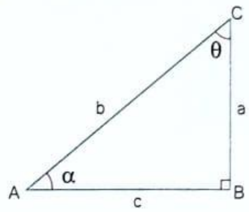
$x - 8 = 0 \vee x + 3 = 0$

$x = 8 \vee x = -3$

Luego, el valor de "x" es 8.

Razones trigonométricas de ángulos complementarios

Sean α y θ ángulos complementatrios, es decir, $\alpha + \theta = 90°$.



Se cumple:

$\text{sen } \alpha = \cos \theta$

$\text{tg } \alpha = \text{ctg } \theta$

$\sec \alpha = \csc \theta$

Observación:

Si α y θ son ángulos agudos, se cumple que:

$$\text{sen } \alpha = \cos \theta \leftrightarrow \alpha + \theta = 90°$$
$$\text{tg } \alpha = \text{ctg } \theta \leftrightarrow \alpha + \theta = 90°$$
$$\sec \alpha = \csc \theta \leftrightarrow \alpha + \theta = 90°$$

Ejemplo:

Determina el valor de α en la siguiente igualdad:

$$\text{tg } (25° + \alpha) \cdot \text{sen } 7\alpha = \text{ctg } (65° - \alpha) \cdot \cos 3\alpha.$$

Resolución:

Se observa que:

$(25° + \alpha) + (65° - \alpha) = 90°$

Luego, se cumple que $\text{tg } (25° + \alpha) = \text{ctg } (65° - \alpha)$.

Reemplaza en la igualdad:

$\text{tg } (25° + \alpha) \cdot \text{sen } 7\alpha = \text{tg } (25° + \alpha) \cdot \cos 3\alpha$

$\text{sen } 7\alpha = \cos 3\alpha$

Por R.T. de ángulos complementarios:

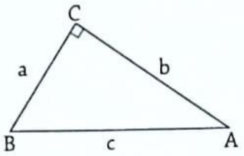
$7\alpha + 3\alpha = 90°$

$10\alpha = 90°$

$\alpha = 10°$

Anexo 3

En el gráfico mostrado, se cumple que:
sen A + ctg B = 1. ¿Cuál es el valor de la expresión "ctg A – sen B"?



Resolución:

Por dato: $\text{sen } A + \text{ctg } B = 1$

$\frac{a}{c} + \frac{a}{b} = 1 \rightarrow \frac{1}{c} + \frac{1}{b} = \frac{1}{a} \rightarrow \frac{1}{a} - \frac{1}{c} = \frac{1}{b} \ldots (I)$

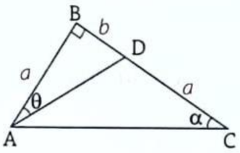
Piden: $\text{ctg } A - \text{sen } B = \frac{b}{a} - \frac{b}{c} = b\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{c}\right) \ldots (II)$

Reemplaza (I) en (II):

$\text{ctg } A - \text{sen } B = b\left(\frac{1}{b}\right) = 1$

Rpta.: *El valor "ctg A – sen B" es 1.*

Observa el gráfico mostrado donde AB = CD. Luego, **calcula** el valor de "ctg α – tg θ".



Resolución:

Por dato, $AB = CD = a$. *Sea* $BD = b$.

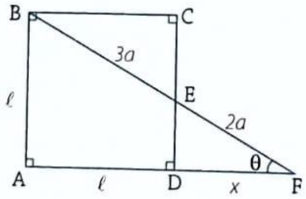
Del gráfico, $\text{ctg } \alpha = \frac{a+b}{a}$ *y* $\text{tg } \theta = \frac{b}{a}$.

Piden:

$\text{ctg } \alpha - \text{tg } \theta = \frac{a+b}{a} - \frac{b}{a} = \frac{a}{a} = 1$

Rpta.: *El valor de "ctg α – tg θ" es 1.*

Analiza el cuadrado ABCD mostrado, si se sabe que 2(BE) = 3(EF). Luego, **indica** el valor de "tg θ".



Resolución:

En el Δ EDF, $\cos\theta = \frac{x}{2a} \ldots (I)$

En el Δ BAF, $\cos\theta = \frac{x+\ell}{5a} \ldots (II)$

Iguala (I) y (II):

$\frac{x}{2a} = \frac{x+\ell}{5a} \rightarrow x = \frac{2\ell}{3}$

Piden: $\text{tg } \theta = \frac{\ell}{\ell + x} = \frac{\ell}{\ell + \frac{2\ell}{3}} = \frac{3}{5}$

Rpta.: *El valor de "tg θ" es* $\frac{3}{5}$.

6. **Reconoce** las siguientes expresiones:
$P = \text{sen } 1° + \text{sen } 2° + \text{sen } 3° + \ldots + \text{sen } 89°$,
$Q = \cos 1° + \cos 2° + \cos 3° + \ldots + \cos 89°$.
Luego, **calcula** el valor de $A = \frac{P+Q}{P}$.

Resolución:

Por R.T. de ángulos complementarios:

$\cos 1° = \text{sen } 89°$, $\cos 2° = \text{sen } 88°$, $\cos 3° = \text{sen } 87°$, ..., $\cos 89° = \text{sen } 1°$

Luego, se concluye que $Q = P$.

Piden: $A = \frac{P+Q}{P} = \frac{P+P}{P} = 2$

Rpta.: *El valor de A es 2.*

7. Si $\cos(3\beta + 21°) = \text{sen}(32° - \beta)$ y $0° < \beta < 90°$, **utiliza** las relaciones apropiadas y **determina** el valor de la siguiente expresión:

$$P = 3\text{ctg } \beta - \sqrt{10}\cos\beta.$$

Resolución:

Por R.T. de ángulos complementarios:

$(3\beta + 21°) + (32° - \beta) = 90°$

$2\beta = 37° \rightarrow \beta = \frac{37°}{2}$

Piden:

$P = 3\text{ctg}\left(\frac{37°}{2}\right) - \sqrt{10}\cos\left(\frac{37°}{2}\right)$

$P = 3(3) - \sqrt{10}\left(\frac{3}{\sqrt{10}}\right)$

$P = 6$

Rpta.: *El valor de la expresión P es 6.*

SESIÓN DE APRENDIZAJE 04

Polígonos

I. DATOS GENERALES

1. **Institución Educativa** : "Toribio Casanova López"
2. **Área** : Matemática
3. **Grado** : Quinto
4. **Nivel Educativo** : Secundaria
5. **Ciclo** : VII
6. **Tiempo probable** : 90 minutos
7. **Docente Responsable** : Castañeda Olivares, César Miguel
8. **Fecha** :

II. PROPÓSITOS DE APRENDIZAJE

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de forma movimiento y localización	Modela objetos con formas y sus transformaciones	Modela las características y atributos medibles de los objetos con formas geométricas compuestas que resultan de combinar formas geométricas tridimensionales y cuerpos de revolución, relaciones métricas.
	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas	Expresa el significado de las propiedades de los cuerpos geométricos, usando lenguaje geométrico, diversas representaciones o construcciones con regla. Clasifica las formas geométricas por sus características y propiedades. Interpreta enunciados verbales, terminologías y gráficos que describen las propiedades de los cuerpos de revolución; expresa su entendimiento usando lenguaje geométrico, dibujos o construcciones con regla.
	Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio	Combina y adapta estrategias, recursos y procedimientos para determinar la longitud de cuerpos geométricos, empleando unidades de medida convencionales.
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas	Plantea y contrasta afirmaciones sobre relaciones y propiedades de las formas geométricas, a partir de experiencias directas o simulaciones.

III. SECUENCIA DIDÁCTICA

SECUENCIA DIDÁCTICA			
MOMENTOS	**ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE**	**RECURSOS**	**TIEMPO**
INICIO	✓ El docente da la bienvenida a los estudiantes. ✓ Se establecen los acuerdos de convivencia para el desarrollo de la clase. **FASE 1: INFORMACIÓN** ✓ Se presenta la situación problemática (Anexo 1) y responden a las siguientes preguntas: ¿Sobre qué trata la situación presentada? ¿Qué figuras geométricas se pueden identificar? ¿Conoces alguna propiedad propia de la figura? ¿en qué consiste? ¿Cómo contextualizas la figura que se presenta? ✓ Los estudiantes participan en forma ordenada y respetando las ideas de sus compañeros.	**Pizarra** **Anexo 1**	**15**
DESARROLO	**FASE 2: ORIENTACIÓN DIRIGIDA** ✓ El docente presenta y explica el tema a desarrollar (Anexo 2); del mismo modo, promueve a los estudiantes a que participen activamente en la comprensión del tema en desarrollo. **FASE 3: EXPLICITACIÓN** ✓ Finalmente, los estudiantes comparten sus interpretaciones del tema y consolidan su aprendizaje a través de ejemplos. ✓ Mencionan ejemplos relacionados al tema trabajado. **FASE 4: ORIENTACIÓN LIBRE** ✓ El docente plantea a los estudiantes ejercicios y problemas relacionados al tema trabajado (Anexo 3). E indica el tiempo que los desarrollarán para luego compartir sus resultados. ✓ Se consolida la información. Si hubiera alguna inquietud, el docente aclara las dudas. ✓ Se continúa el proceso hasta que todos hayan construido su aprendizaje.	**Pizarra** **Anexo 2** **Anexo 3**	**55**
CIERRE	**FASE 5: INTEGRACIÓN** ✓ El docente inicia este proceso haciendo un comentario sobre la temática que se viene desarrollando. E indica a los estudiantes que elaboraran, individualmente, un organizador visual sobre el tema tratado ✓ Asimismo, el docente manifiesta los aciertos y recomienda los aspectos por mejorar. ✓ Luego responden a las preguntas: ¿Qué aprendí hoy? ¿Cuáles fueron mis dificultades? ¿Cómo las superé?	**Pizarra**	**20**

IV. EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES

COMPETENCIA: Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.

CAPACIDADES:

- ✓ Modela objetos con formas y sus transformaciones.
- ✓ Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.
- ✓ Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio.
- ✓ Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas

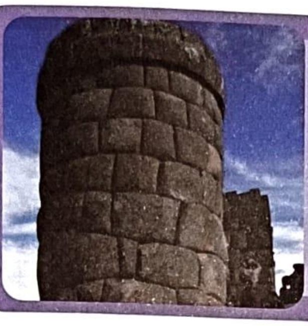
<table>
<tr><th>DESEMPEÑOS</th><th>INDICADORES</th><th>INSTRUMENTOS</th></tr>
<tr><td>Modela las características y atributos medibles de los objetos con formas geométricas compuestas que resultan de combinar formas geométricas tridimensionales y cuerpos de revolución, relaciones métricas.</td><td>1. Identifica figuras geométricas en objetos del aula, dibujos o imágenes.
2. Clasifica figuras geométricas según sus características.</td><td rowspan="4">Ficha de observación</td></tr>
<tr><td>Expresa el significado de las propiedades de los cuerpos geométricos, usando lenguaje geométrico, diversas representaciones o construcciones con regla. Clasifica las formas geométricas por sus características y propiedades. Interpreta enunciados verbales, terminologías y gráficos que describen las propiedades de los cuerpos de revolución; expresa su entendimiento usando lenguaje geométrico, dibujos o construcciones con regla.</td><td>3. Formula conjeturas sobre las propiedades de las figuras geométricas basándose en observaciones y experiencias previas.
4. Describe las propiedades de figuras geométricas utilizando un lenguaje geométrico.
5. Formula definiciones precisas de conceptos geométricos.
6. Define figuras geométricas utilizando sus propiedades.</td></tr>
<tr><td>Combina y adapta estrategias, recursos y procedimientos para determinar la longitud de cuerpos geométricos, empleando unidades de medida convencionales.</td><td>7. Utiliza sus conocimientos sobre las propiedades de las figuras geométricas para resolver problemas geométricos más complejos.
8. Relaciona los conceptos concedidos con otros conceptos matemáticos.</td></tr>
<tr><td>Plantea y contrasta afirmaciones sobre relaciones y propiedades de las formas geométricas, a partir de experiencias directas o simulaciones.</td><td>9. Justifica sus soluciones a problemas utilizando razonamientos lógicos.
10. Aplica sus conocimientos para modelar y resolver problemas de la vida real.</td></tr>
</table>

V. BIBLIOGRAFÍA

Corefo (2024). *Matemática V Secundaria*.
Ministerio de Educación. (2016). *Programa Curricular de Educación Secundaria.*

ANEXOS

Anexo 1

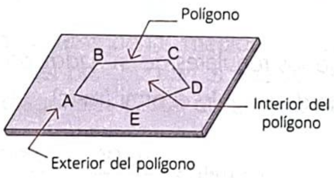


La cultura tiahuanaco tuvo un gran desarrollo en la construcción de templos y monumentos. En la imagen se muestra una chulpa donde se observan la técnica y forma que tenían para tallar las piedras, se puede ver las formas geométricas definidas de diferentes polígonos que desarrollaban en sus construcciones. ¿A qué tipo de polígono se asemejan las piedras que conforman la chulpa? *Se asemejan a cuadriláteros.*

Anexo 2

Polígono

Es una figura geométrica plana formada por una secuencia finita de segmentos rectos consecutivos que encierran una región en el plano.



Elementos:

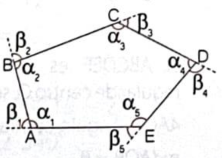
Vértices: A; B; C; D y E

Lados: $\overline{AB}$; $\overline{BC}$; $\overline{CD}$; $\overline{DE}$ y $\overline{AE}$

Notación:

Polígono: ABCDE

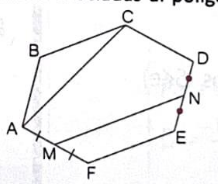
Para un polígono



Medida de los ángulos internos: α_1; α_2; α_3; α_4; α_5

Medida de los ángulos externos: β_1; β_2; β_3; β_4; β_5

Líneas asociadas al polígono



Diagonales: $\overline{AC}$; $\overline{BD}$; $\overline{AD}$; …

Diagonal media: $\overline{MN}$

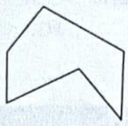
Recuerda

Nombre de los polígonos

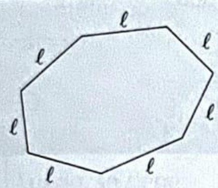
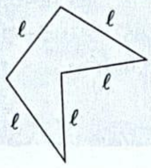
N.° de lados	Nombre
3	Triángulo
4	Cuadrilátero
5	Pentágono
6	Hexágono
7	Heptágono
8	Octágono
9	Nonágono
10	Decágono
11	Undecágono
12	Dodecágono
15	Pentadecágono
20	Icoságono

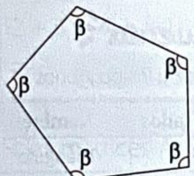
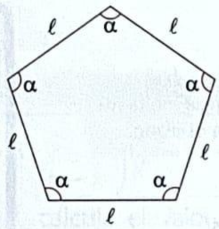
Clasificación de los polígonos

Según la región que limitan

Polígono convexo	Polígono no convexo
	

Según las medidas de sus lados y ángulos

Polígono equilátero	
 Polígono equilátero convexo	 Polígono equilátero no convexo

Polígono equiángulo	Polígono regular
	

Propiedades del polígono convexo

En todo polígono convexo de "n" lados se cumple:

$$\text{N.° de vértices} = \text{N.° de ángulos internos} = n$$

Suma de medidas de los ángulos internos ($S\sphericalangle i$)

$$S\sphericalangle i = 180°(n-2)$$

Suma de medidas de los ángulos externos ($S\sphericalangle e$)

$$S\sphericalangle e = 360°$$

Número de diagonales trazadas desde un vértice (ND_{1v})

$$ND_{1v} = n - 3$$

Número total de diagonales (ND)

$$ND = \frac{n(n-3)}{2}$$

Número total de diagonales medias (ND_m)

$$ND_m = \frac{n(n-1)}{2}$$

Número de diagonales trazadas desde "k" vértices consecutivos (ND_{KV})

$$ND_{KV} = nk - \frac{(k+1)(k+2)}{2} \qquad k < n$$

Para polígonos equiángulos convexos de "n" lados:

- Medida del ángulo interno ($m\sphericalangle i$)

$$m\sphericalangle i = \frac{180°(n-2)}{n}$$

- Medida del ángulo externo ($m\sphericalangle e$)

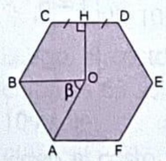
$$m\sphericalangle e = \frac{360°}{n}$$

Para polígonos regulares de "n" lados, se cumple:

- Medida del ángulo central ($m\sphericalangle c$)

$$m\sphericalangle c = \frac{360°}{n}$$

Recuerda



Si ABCDEF es un polígono regular de centro O, se cumple:

$\sphericalangle AOB$: Ángulo central

$m\sphericalangle AOB = \beta$

$\overline{OH}$: Apotema

Emplea las relaciones apropiadas y **determina** la razón entre la medida del ángulo interno y externo, respectivamente, de un octágono regular.

Resolución:

Octágono regular: $n = 8$

$m\sphericalangle i = \dfrac{180°(8-2)}{8} = 135°$

$m\sphericalangle e = \dfrac{360°}{8} = 45°$

Piden: $\dfrac{m\sphericalangle i}{m\sphericalangle e} = \dfrac{135°}{45°} = 3$

Rpta.: *La razón entre la medida del ángulo interno y externo es 3.*

En un polígono regular de "n" lados, desde sus 4 primeros vértices consecutivos se pueden trazar "3n" diagonales. **Establece** las relaciones pertinentes y **calcula** la medida de un ángulo interno.

Resolución:

Por dato:

$ND4v = 3n$

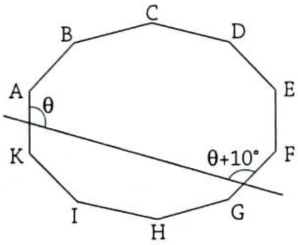
$n(4) - \dfrac{(4+1)(4+2)}{2} = 3n$

$n = 15$

Piden: $\dfrac{180°(15-2)}{15} = 156°$

Rpta.: *La medida de un ángulo interno es 156°.*

Observa el polígono equiángulo ABCDEFGHIK y **determina** el valor de θ.



Resolución:

Se observa que el polígono es un decágono. Entonces $n = 10$.

$m\sphericalangle i = \dfrac{180°(10-2)}{10} = 144°$

Luego, para el octógono se cumple:

$S\sphericalangle i = 180°(8-2) = 1\,080°$

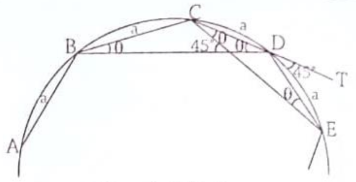
Del gráfico:

$144°(6) + 2\theta + 10° = 1\,080° \rightarrow \theta = 103°$

Rpta.: *El valor de θ es 103°.*

7. **Grafica** un polígono regular ABCDE..., donde el menor ángulo formado por las diagonales $\overline{BD}$ y $\overline{CE}$ mida 45°. Luego, **calcula** el número total de diagonales medias del polígono.

Resolución:



Se observa que $\Delta\, BCD \cong \Delta\, CDE$. *Entonces:*

$m\sphericalangle CBD = m\sphericalangle CDB = m\sphericalangle DCE = m\sphericalangle DEC = \theta$.

Además, $\theta + \theta = 45°$. *Luego, en el* $\Delta\, CDE$ *por ángulo exterior,* $m\sphericalangle EDT = 45°$.

Por ángulo externo del polígono: $45° = \dfrac{360°}{n} \rightarrow n = 8$

Piden: $NDm = \dfrac{8(8-1)}{2} = 28$

Rpta.: *El número total de diagonales medias del polígono es 28.*

8. Si se aumenta en 3 el número de lados de un polígono convexo, entonces su número de diagonales se triplica. **Analiza** la información e **indica** la suma de las medidas de los ángulos internos del polígono.

Resolución:

P_1: *n lados* $\rightarrow ND_1 = \dfrac{n(n-3)}{2}$

P_2: *(n + 3) lados* $\rightarrow ND_2 = \dfrac{(n+3)(n+3-3)}{2} = \dfrac{n(n+3)}{2}$

Por dato: $ND_2 = 3ND_1$

$\dfrac{n(n+3)}{2} = 3\left[\dfrac{n(n-3)}{2}\right] \rightarrow n = 6$

Piden: $S\sphericalangle i = 180°(6-2) = 720°$

Rpta.: *La suma de las medidas de los ángulos internos del polígono es 720°.*

9. Si el número de lados de un polígono regular disminuye en 2, la medida de su ángulo central aumenta en 6°. ¿Cómo se llama el polígono?

Resolución:

P_1: *n lados* $\rightarrow m\sphericalangle c_1 = \dfrac{360°}{n}$

P_2: *(n − 2) lados* $\rightarrow m\sphericalangle c_2 = \dfrac{360°}{n-2}$

Por dato:

$m\sphericalangle c_2 = m\sphericalangle c_1 + 6°$

$\dfrac{360°}{n-2} = \dfrac{360°}{n} + 6° \rightarrow n = 12$

Rpta.: *El polígono se llama dodecágono.*

SESIÓN DE APRENDIZAJE 05

Cuadriláteros

I. DATOS GENERALES

1. **Institución Educativa** : “Toribio Casanova López”
2. **Área** : Matemática
3. **Grado** : Quinto
4. **Nivel Educativo** : Secundaria
5. **Ciclo** : VII
6. **Tiempo probable** : 90 minutos
7. **Docente Responsable** : Castañeda Olivares, César Miguel
8. **Fecha** :

II. PROPÓSITOS DE APRENDIZAJE

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de forma movimiento y localización	Modela objetos con formas y sus transformaciones	Modela las características y atributos medibles de los objetos con formas geométricas compuestas que resultan de combinar formas geométricas tridimensionales y cuerpos de revolución, relaciones métricas.
	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas	Expresa el significado de las propiedades de los cuerpos geométricos, usando lenguaje geométrico, diversas representaciones o construcciones con regla. Clasifica las formas geométricas por sus características y propiedades. Interpreta enunciados verbales, terminologías y gráficos que describen las propiedades de los cuerpos de revolución; expresa su entendimiento usando lenguaje geométrico, dibujos o construcciones con regla.
	Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio	Combina y adapta estrategias, recursos y procedimientos para determinar la longitud de cuerpos geométricos, empleando unidades de medida convencionales.
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas	Plantea y contrasta afirmaciones sobre relaciones y propiedades de las formas geométricas, a partir de experiencias directas o simulaciones.

III. SECUENCIA DIDÁCTICA

<table>
<tr><th colspan="4">SECUENCIA DIDÁCTICA</th></tr>
<tr><th>MOMENTOS</th><th>ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE</th><th>RECURSOS</th><th>TIEMPO</th></tr>
<tr><td rowspan="2">INICIO</td><td>✓ El docente da la bienvenida a los estudiantes.
✓ Se establecen los acuerdos de convivencia para el desarrollo de la clase.</td><td rowspan="2">Pizarra
Anexo 1</td><td rowspan="2">15</td></tr>
<tr><td>FASE 1: INFORMACIÓN
✓ Se presenta la situación problemática (Anexo 1) y responden a las siguientes preguntas:
¿Sobre qué trata la situación presentada?
¿Qué figuras geométricas se pueden identificar?
¿Conoces alguna propiedad propia de la figura? ¿en qué consiste?
¿Cómo contextualizas la figura que se presenta?
✓ Los estudiantes participan en forma ordenada y respetando las ideas de sus compañeros.</td></tr>
<tr><td>DESARROLO</td><td>FASE 2: ORIENTACIÓN DIRIGIDA
✓ El docente presenta y explica el tema a desarrollar (Anexo 2); del mismo modo, promueve a los estudiantes a que participen activamente en la comprensión del tema en desarrollo.
FASE 3: EXPLICITACIÓN
✓ Finalmente, los estudiantes comparten sus interpretaciones del tema y consolidan su aprendizaje a través de ejemplos.
✓ Mencionan ejemplos relacionados al tema trabajado.
FASE 4: ORIENTACIÓN LIBRE
✓ El docente plantea a los estudiantes ejercicios y problemas relacionados al tema trabajado (Anexo 3). E indica el tiempo que los desarrollarán para luego compartir sus resultados.
✓ Se consolida la información. Si hubiera alguna inquietud, el docente aclara las dudas.
✓ Se continúa el proceso hasta que todos hayan construido su aprendizaje.</td><td>Pizarra
Anexo 2
Anexo 3</td><td>55</td></tr>
<tr><td>CIERRE</td><td>FASE 5: INTEGRACIÓN
✓ El docente inicia este proceso haciendo un comentario sobre la temática que se viene desarrollando. E indica a los estudiantes que elaboraran, individualmente, un organizador visual sobre el tema tratado
✓ Asimismo, el docente manifiesta los aciertos y recomienda los aspectos por mejorar.
✓ Luego responden a las preguntas:
¿Qué aprendí hoy?
¿Cuáles fueron mis dificultades?
¿Cómo las superé?</td><td>Pizarra</td><td>20</td></tr>
</table>

VI. EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES

COMPETENCIA: Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.

CAPACIDADES:

- ✓ Modela objetos con formas y sus transformaciones.
- ✓ Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.
- ✓ Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio.
- ✓ Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas

DESEMPEÑOS	INDICADORES	INSTRUMENTOS
Modela las características y atributos medibles de los objetos con formas geométricas compuestas que resultan de combinar formas geométricas tridimensionales y cuerpos de revolución, relaciones métricas.	1. Identifica figuras geométricas en objetos del aula, dibujos o imágenes. 2. Clasifica figuras geométricas según sus características.	Ficha de observación
Expresa el significado de las propiedades de los cuerpos geométricos, usando lenguaje geométrico, diversas representaciones o construcciones con regla. Clasifica las formas geométricas por sus características y propiedades. Interpreta enunciados verbales, terminologías y gráficos que describen las propiedades de los cuerpos de revolución; expresa su entendimiento usando lenguaje geométrico, dibujos o construcciones con regla.	3. Formula conjeturas sobre las propiedades de las figuras geométricas basándose en observaciones y experiencias previas. 4. Describe las propiedades de figuras geométricas utilizando un lenguaje geométrico. 5. Formula definiciones precisas de conceptos geométricos. 6. Define figuras geométricas utilizando sus propiedades.	
Combina y adapta estrategias, recursos y procedimientos para determinar la longitud de cuerpos geométricos, empleando unidades de medida convencionales.	7. Utiliza sus conocimientos sobre las propiedades de las figuras geométricas para resolver problemas geométricos más complejos. 8. Relaciona los conceptos concedidos con otros conceptos matemáticos.	
Plantea y contrasta afirmaciones sobre relaciones y propiedades de las formas geométricas, a partir de experiencias directas o simulaciones.	9. Justifica sus soluciones a problemas utilizando razonamientos lógicos. 10. Aplica sus conocimientos para modelar y resolver problemas de la vida real.	

V. BIBLIOGRAFÍA

Corefo (2024). *Matemática V Secundaria*.

Ministerio de Educación. (2016). *Programa Curricular de Educación Secundaria.*

ANEXOS

Anexo 1

La Portada del Sol es una piedra de una sola pieza. En la parte inferior tiene una abertura de un metro de ancho por dos de alto, que conforma la portada propiamente dicha. En la parte superior y central de la piedra, se encuentra esculpida, en alto relieve, la figura del dios Wiracocha, en forma estilizada, rodeado de dioses menores o geniecillos.

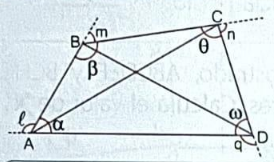
¿Qué tipo de cuadrilátero encuentras en la imagen de la portada?

Rectángulos

Anexo 2

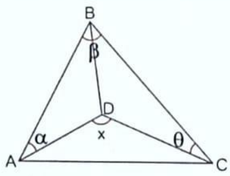
Cuadrilátero

Es aquel polígono de cuatro lados. Los cuadriláteros, de acuerdo a su forma, pueden ser convexos o no convexos.



Elementos:
Vértices: A, B, C y D
Lados: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ y $\overline{AD}$
Diagonales: $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$

$\alpha + \beta + \theta + \omega = 360°$ $\ell + m + n + q = 360°$



Notación:
ABCD es un cuadrilátero no convexo.
Diagonales: $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$
Se cumple:

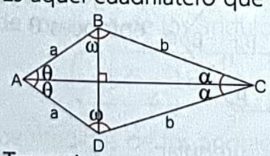
$x = \alpha + \beta + \theta$

Clasificación de los cuadriláteros convexos

Los cuadriláteros convexos, considerando el paralelismo de sus lados, se clasifican en trapezoides, trapecios y paralelogramos.

a. Trapezoide

Es aquel cuadrilátero que no tiene pares de lados opuestos paralelos.

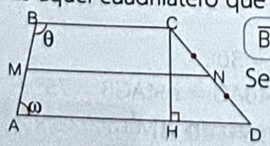


ABCD: trapezoide simétrico

$\overline{AB} \nparallel \overline{CD}$ y $\overline{AD} \nparallel \overline{BC}$

b. Trapecio

Es aquel cuadrilátero que tiene solo un par de lados opuestos paralelos.



$\overline{BC} \parallel \overline{AD}$ y $\overline{AB} \nparallel \overline{CD}$

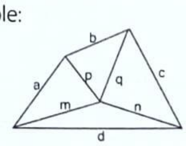
Se cumple:

$\theta + \omega = 180°$

- Bases: $\overline{BC}$ y $\overline{AD}$
- Lados laterales: $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$
- Base media: $\overline{MN}$
- Altura: $\overline{CH}$

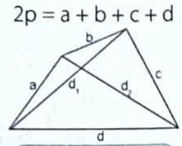
Recuerda

En todo cuadrilátero convexo se cumple:



$p < m + n + p + q < 3p$

$2p = a + b + c + d$

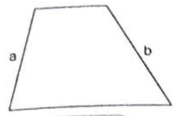


$p < d_1 + d_2 < 2p$

$2p = a + b + c + d$

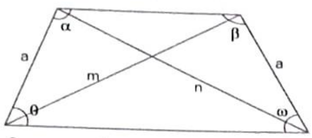
Clasificación de los trapecios

Trapecio escaleno



$a \neq b$

Trapecio isósceles

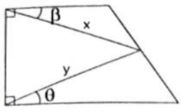


Se cumple:

$m = n$ | $\alpha = \beta$ | $\theta = \omega$

Observación:

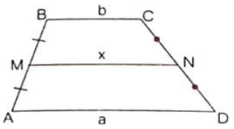
Trapecio rectángulo



Se cumple:

$x = y \leftrightarrow \beta = \theta$

Teorema 1. En todo trapecio se cumple:

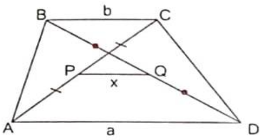


$\overline{MN} \parallel \overline{BC} \parallel \overline{AD}$

Además:

$$x = \frac{a + b}{2}$$

Teorema 2. En todo trapecio se cumple:



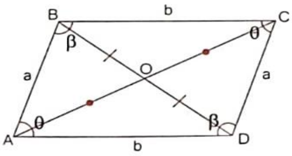
$\overline{PQ} \parallel \overline{BC} \parallel \overline{AD}$

Además:

$$x = \frac{a - b}{2}$$

Paralelogramo

Es aquel cuadrilátero que tiene dos pares de lados opuestos paralelos.



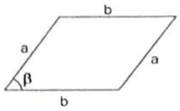
$\overline{AB} \parallel \overline{CD}$
$\overline{BC} \parallel \overline{AD}$

O: centro

$\beta + \theta = 180°$

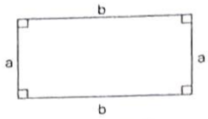
Clasificación de los paralelogramos

Romboide



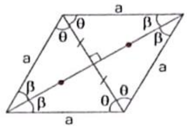
$a \neq b$
$\beta \neq 90°$

Rectángulo

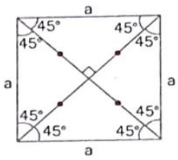


$a \neq b$

Rombo

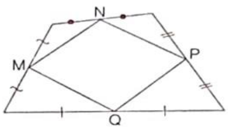


Cuadrado



Aplicaciones

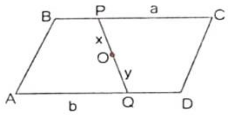
1.



Se cumple:

MNPQ es un paralelogramo

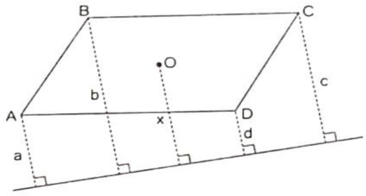
2.



Si O es centro del paralelogramo ABCD:

$a = b$ | $x = y$

3.

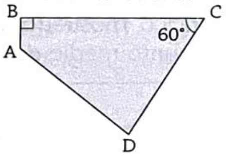


Si O es centro del paralelogramo ABCD, se cumple:

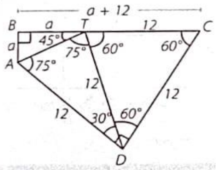
$$x = \frac{a + b + c + d}{4}$$

Anexo 3

1. La imagen muestra la vista superior de un museo donde se exponen diversas piezas arqueológicas de nuestro país. Se sabe que BC = AB + CD, CD = 12 m y m∢ADC = 90°. Juan desea colocar un protector de jebe en el borde $\overline{AD}$. ¿Cuál será la longitud que necesita cubrir?



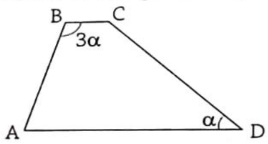
Resolución:



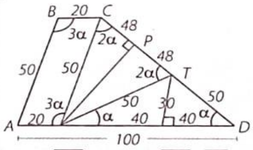
Traza $\overline{DT}$ y $\overline{AT}$, de modo que el Δ TDC sea equilátero. Por dato, BC = AB + CD. Si AB = a, entonces BC = a + 12. TC = CD = TD = 12. Luego, Δ ABT (notable de 45°) En el triángulo isósceles ATD: AD = TD = 12

Rpta.: *La longitud que necesita cubrir es 12 m.*

2. José alquila un terreno ABCD ($\overline{BC}//\overline{AD}$) como el que se muestra en la imagen, donde AB = 50 m, BC = 20 m y AD = 100 m. Él dialoga de manera asertiva con el dueño para que le permita colocar una malla en el lado $\overline{CD}$. Si el metro lineal de malla cuesta S/ 20, ¿cuánto gastará?



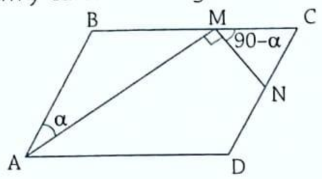
Resolución:



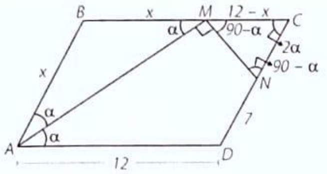
Traza $\overline{CM}$, tal que $\overline{CM}//\overline{AB}$. Luego, traza $\overline{MT}$, de manera que los triángulos MTD y CMT sean isósceles. AM = 20, MD = 80 y Δ MPT (notable de 16° y 74°), α = 37° y PT = 48. Entonces, CD = 146. Luego, el gasto será: 146 × 20 = 2 920

Rpta.: *Gastará S/ 2 920.*

3. **Revisa** el cuadro comparativo sobre los paralelogramos que elaboraste en el Libro del Área. Luego, **observa** el romboide ABCD donde AD = 12 cm, DN = 7 cm y **calcula** la longitud de $\overline{BM}$.



Resolución:



Del gráfico, $m\measuredangle MAD = m\measuredangle BMA = \alpha$.

Luego, $m\measuredangle MCN = 2\alpha$ *y* ΔMCN *(isósceles).*

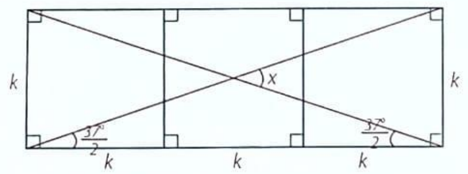
$MC = 12 - x$, $NC = x - 7$, $MC = CN$

Se cumple:

$12 - x = x - 7 \rightarrow x = 9{,}5$

Rpta.: *La longitud de $\overline{BM}$ es 9,5 cm.*

4. **Analiza** el rectángulo en donde se observan 3 cuadrados congruentes. Luego, **determina** la medida del menor ángulo formado por las diagonales de dicho rectángulo.



Resolución:

Traza las diagonales y se forman triángulos rectángulos notables de $\frac{37°}{2}$ *y* $\frac{143°}{2}$.

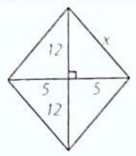
Luego, del gráfico:

$x = \frac{37°}{2} + \frac{37°}{2} = 37°$

Rpta.: *La medida del menor ángulo formado por las diagonales del rectángulo es 37°.*

5. **Grafica** un rombo cuyas diagonales midan 10 cm y 24 cm. Luego, **calcula** la longitud de su lado.

Resolución:



Por el teorema de Pitágoras:

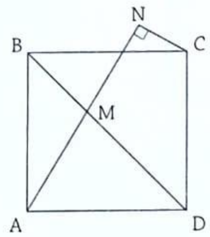
$x^2 = 5^2 + 12^2$

$x^2 = 169$

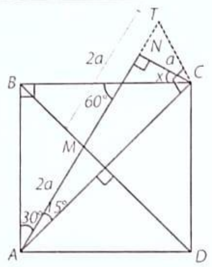
$x = 13$

Rpta.: *La longitud del lado del rombo es 13 cm.*

6. **Establece** las relaciones apropiadas en la figura mostrada, si ABCD es un cuadrado donde AM = 2(CN). Luego, **calcula** la medida del ángulo BCN.



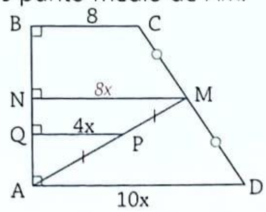
Resolución:



Traza $\overline{CT}$, tal que T pertenece a la prolongación de $\overline{AN}$ y AM = MT = 2a. Como $CN = a = \frac{AT}{4}$, *por propiedad se cumple que* $m\measuredangle MAC = 15°$. *Además, se observa que* $m\measuredangle BAM = 30°$. *Luego, se deduce que* $x = 30°$.

Rpta.: *La medida del ángulo BCN es 30°.*

7. **Analiza** el gráfico mostrado y **calcula** el valor de "x", si P es punto medio de $\overline{AM}$.



Resolución:

Traza $\overline{MN}$. En el ΔANM, por el teorema de la base media:

$PQ = \frac{MN}{2} \rightarrow 4x = \frac{MN}{2} \rightarrow MN = 8x$

En el trapecio ABCD, por el teorema de la base media:

$8x = \frac{8 + 10x}{2} \rightarrow x = \frac{4}{3}$

Rpta.: *El valor de "x" es* $\frac{4}{3}$

SESIÓN DE APRENDIZAJE 06

Relaciones métricas en el triángulo rectángulo y oblicuángulo

I. DATOS GENERALES

1. **Institución Educativa** : “Toribio Casanova López”
2. **Área** : Matemática
3. **Grado** : Quinto
4. **Nivel Educativo** : Secundaria
5. **Ciclo** : VII
6. **Tiempo probable** : 90 minutos
7. **Docente Responsable** : Castañeda Olivares, César Miguel
8. **Fecha** :

II. PROPÓSITOS DE APRENDIZAJE

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de forma movimiento y localización	Modela objetos con formas y sus transformaciones	Modela las características y atributos medibles de los objetos con formas geométricas compuestas que resultan de combinar formas geométricas tridimensionales y cuerpos de revolución, relaciones métricas.
	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas	Expresa el significado de las propiedades de los cuerpos geométricos, usando lenguaje geométrico, diversas representaciones o construcciones con regla. Clasifica las formas geométricas por sus características y propiedades. Interpreta enunciados verbales, terminologías y gráficos que describen las propiedades de los cuerpos de revolución; expresa su entendimiento usando lenguaje geométrico, dibujos o construcciones con regla.
	Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio	Combina y adapta estrategias, recursos y procedimientos para determinar la longitud de cuerpos geométricos, empleando unidades de medida convencionales.
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas	Plantea y contrasta afirmaciones sobre relaciones y propiedades de las formas geométricas, a partir de experiencias directas o simulaciones.

III. SECUENCIA DIDÁCTICA

SECUENCIA DIDÁCTICA			
MOMENTOS	**ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE**	**RECURSOS**	**TIEMPO**
INICIO	✓ El docente da la bienvenida a los estudiantes. ✓ Se establecen los acuerdos de convivencia para el desarrollo de la clase. **FASE 1: INFORMACIÓN** ✓ Se presenta la situación problemática (Anexo 1) y responden a las siguientes preguntas: ¿Sobre qué trata la situación presentada? ¿Qué figuras geométricas se pueden identificar? ¿Conoces alguna propiedad propia de la figura? ¿en qué consiste? ¿Cómo contextualizas la figura que se presenta? ✓ Los estudiantes participan en forma ordenada y respetando las ideas de sus compañeros.	**Pizarra** **Anexo 1**	**15**
DESARROLLO	**FASE 2: ORIENTACIÓN DIRIGIDA** ✓ El docente presenta y explica el tema a desarrollar (Anexo 2); del mismo modo, promueve a los estudiantes a que participen activamente en la comprensión del tema en desarrollo. **FASE 3: EXPLICITACIÓN** ✓ Finalmente, los estudiantes comparten sus interpretaciones del tema y consolidan su aprendizaje a través de ejemplos. ✓ Mencionan ejemplos relacionados al tema trabajado. **FASE 4: ORIENTACIÓN LIBRE** ✓ El docente plantea a los estudiantes ejercicios y problemas relacionados al tema trabajado (Anexo 3). E indica el tiempo que los desarrollarán para luego compartir sus resultados. ✓ Se consolida la información. Si hubiera alguna inquietud, el docente aclara las dudas. ✓ Se continúa el proceso hasta que todos hayan construido su aprendizaje.	**Pizarra** **Anexo 2** **Anexo 3**	**55**
CIERRE	**FASE 5: INTEGRACIÓN** ✓ El docente inicia este proceso haciendo un comentario sobre la temática que se viene desarrollando. E indica a los estudiantes que elaboraran, individualmente, un organizador visual sobre el tema tratado ✓ Asimismo, el docente manifiesta los aciertos y recomienda los aspectos por mejorar. ✓ Luego responden a las preguntas: ¿Qué aprendí hoy? ¿Cuáles fueron mis dificultades? ¿Cómo las superé?	**Pizarra**	**20**

IV. EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES

COMPETENCIA: Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.

CAPACIDADES:

- ✓ Modela objetos con formas y sus transformaciones.
- ✓ Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.
- ✓ Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio.
- ✓ Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas

DESEMPEÑOS	INDICADORES	INSTRUMENTOS
Modela las características y atributos medibles de los objetos con formas geométricas compuestas que resultan de combinar formas geométricas tridimensionales y cuerpos de revolución, relaciones métricas.	1. Identifica figuras geométricas en objetos del aula, dibujos o imágenes. 2. Clasifica figuras geométricas según sus características.	Ficha de observación
Expresa el significado de las propiedades de los cuerpos geométricos, usando lenguaje geométrico, diversas representaciones o construcciones con regla. Clasifica las formas geométricas por sus características y propiedades. Interpreta enunciados verbales, terminologías y gráficos que describen las propiedades de los cuerpos de revolución; expresa su entendimiento usando lenguaje geométrico, dibujos o construcciones con regla.	3. Formula conjeturas sobre las propiedades de las figuras geométricas basándose en observaciones y experiencias previas. 4. Describe las propiedades de figuras geométricas utilizando un lenguaje geométrico. 5. Formula definiciones precisas de conceptos geométricos. 6. Define figuras geométricas utilizando sus propiedades.	
Combina y adapta estrategias, recursos y procedimientos para determinar la longitud de cuerpos geométricos, empleando unidades de medida convencionales.	7. Utiliza sus conocimientos sobre las propiedades de las figuras geométricas para resolver problemas geométricos más complejos. 8. Relaciona los conceptos concedidos con otros conceptos matemáticos.	
Plantea y contrasta afirmaciones sobre relaciones y propiedades de las formas geométricas, a partir de experiencias directas o simulaciones.	9. Justifica sus soluciones a problemas utilizando razonamientos lógicos. 10. Aplica sus conocimientos para modelar y resolver problemas de la vida real.	

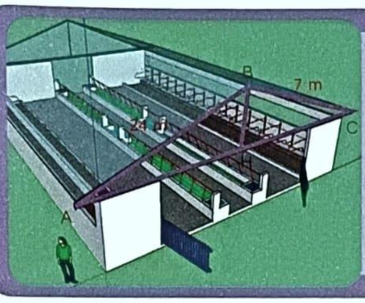
V. BIBLIOGRAFÍA

Corefo (2024). *Matemática V Secundaria*.

Ministerio de Educación. (2016). *Programa Curricular de Educación Secundaria.*

ANEXOS

Anexo 1

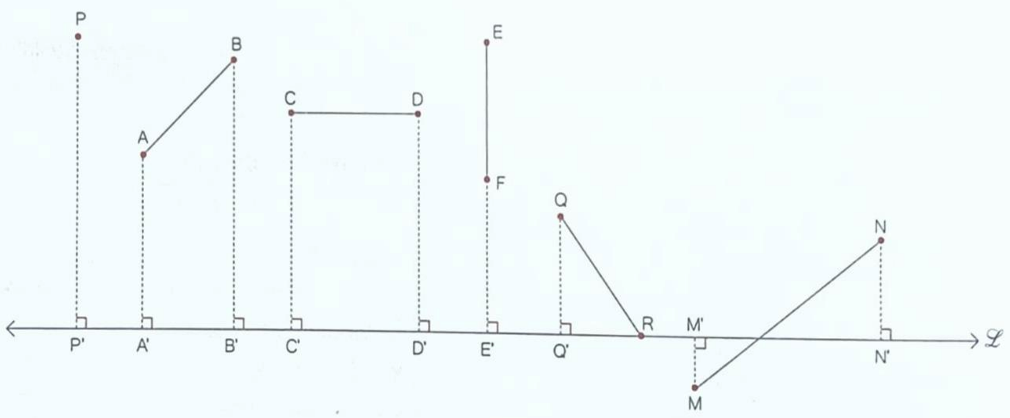


Con la finalidad de mantener a las llamas y alpacas fuera de peligro, por las bajas temperaturas y las fuertes nevadas que caen sobre la zona, un grupo de ganaderos ha empezado a construir corrales térmicos tal como se muestra en la imagen de la izquierda. **Determina** la longitud de las proyecciones de los segmentos $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ sobre el segmento $\overline{AC}$, si $m\measuredangle ABC = 90°$. *Las proyecciones miden 23,04 m y 1,96 m.*

Anexo 2

Proyección ortogonal sobre una recta

La proyección ortogonal de cualquier elemento geométrico sobre una recta denominada recta de proyección se obtiene al tomar todos sus puntos, para lo cual, se traza desde ellos líneas rectas perpendiculares denominadas proyectantes a la recta de proyección. Donde dicha proyección es el conjunto de todos los puntos determinados por los pies de dichas perpendiculares.



$\mathscr{L}$: Recta de proyección

P' : Proyección de P sobre $\mathscr{L}$

$\overline{A'B'}$: Proyección de $\overline{AB}$ sobre $\mathscr{L}$

$\overline{C'D'}$: Proyección de $\overline{CD}$ sobre $\mathscr{L}$

E' : Proyección de $\overline{EF}$ sobre $\mathscr{L}$

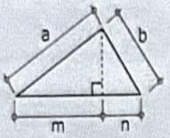
$\overline{Q'R}$: Proyección de $\overline{QR}$ sobre $\mathscr{L}$

$\overline{M'N'}$: Proyección de $\overline{MN}$ sobre $\mathscr{L}$

Relaciones métricas en el triángulo oblicuángulo

Acutángulo

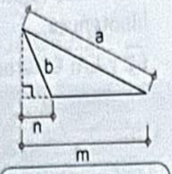
Teorema de las proyecciones



$$a^2 - b^2 = m^2 - n^2$$

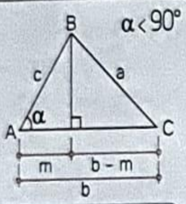
Obtusángulo

Teorema de las proyecciones

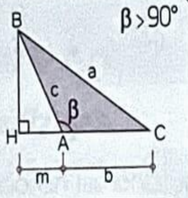


$$a^2 - b^2 = m^2 - n^2$$

Teorema de Euclides

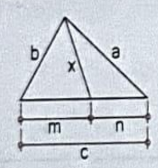


$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bm$$



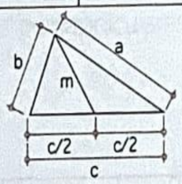
$$a^2 = b^2 + c^2 + 2bm$$

Teorema de Stewart



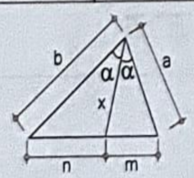
$$a^2m + b^2n = x^2c + mnc$$

Cálculo de la mediana



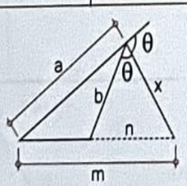
$$a^2 + b^2 = 2m^2 + \frac{c^2}{2}$$

Cálculo de la bisectriz interior



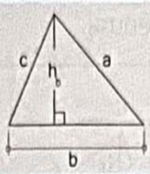
$$x^2 = ab - mn$$

Cálculo de la bisectriz exterior



$$x^2 = mn - ab$$

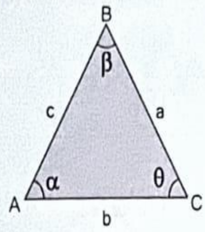
Cálculo de la altura



$$p = \frac{a + b + c}{2}$$

$$h_b = \frac{2}{b}\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

Teorema de cosenos



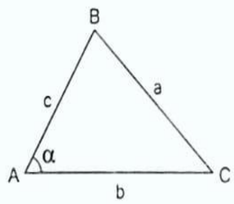
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \theta$$

Naturaleza de un triángulo

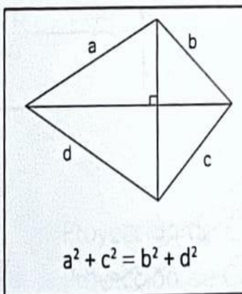
Un triángulo es acutángulo, rectángulo u obtusángulo, si el cuadrado del lado mayor es menor, igual o mayor que la suma de los cuadrados de los otros dos lados, respectivamente.



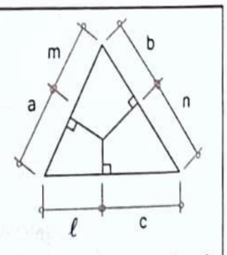
Sea: $a > b$, $a > c$ ($\overline{BC}$: mayor lado)

- Si $a^2 < b^2 + c^2$, el triángulo ABC es acutángulo es decir, $\alpha < 90°$.
- Si $a^2 = b^2 + c^2$, el triángulo es rectángulo es decir $\alpha = 90°$.
- Si $a^2 > b^2 + c^2$, el triángulo es obtusángulo es decir, $\alpha > 90°$.

Observación



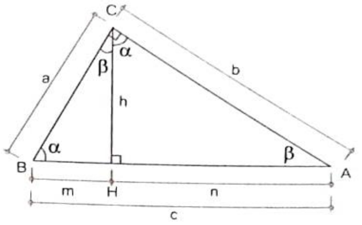
$$a^2 + c^2 = b^2 + d^2$$



$$a^2 + b^2 + c^2 = m^2 + n^2 + \ell^2$$

Relaciones métricas en el triángulo rectángulo

Las relaciones métricas en el triángulo rectángulo se basan en la semejanza de los triángulos que se forman al trazar la altura relativa a la hipotenusa.



Donde:
$\overline{CH}$: Altura relativa a la hipotenusa
$\overline{BC}$ y $\overline{CA}$: Catetos
$\overline{AB}$: Hipotenusa
$\overline{BH}$ y $\overline{HA}$: Proyecciones de los catetos

Cálculo del cateto

$a^2 = m \cdot c$ $\quad$ $b^2 = n \cdot c$

Cálculo de la hipotenusa (teorema de Pitágoras)

$c^2 = a^2 + b^2$

Cálculo de la altura

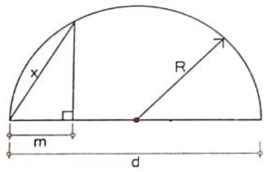
$h^2 = m \cdot n$

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$$

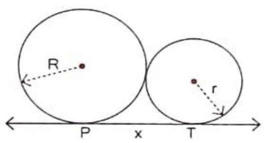
El producto de los catetos es igual a la hipotenusa por la altura relativa a la misma.

$a \cdot b = c \cdot h$

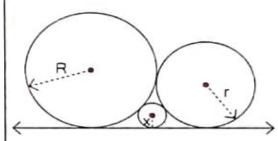
Aplicaciones



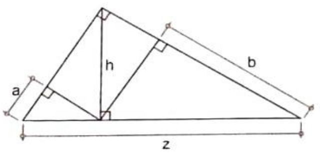
$x^2 = d \cdot m$



$x = 2\sqrt{Rr}$

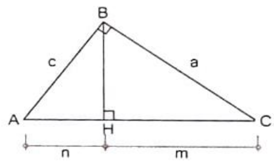


$$\frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{R}} + \frac{1}{\sqrt{r}}$$



$h^3 = a \cdot b \cdot z$

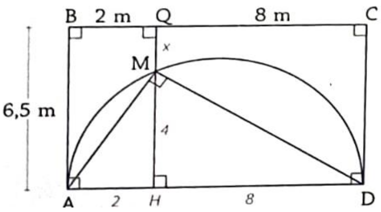
$\sqrt[3]{z^2} = \sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{b^2}$



$$\frac{a^2}{c^2} = \frac{m}{n}$$

Anexo 3

1. **Recuerda** el parafraseo que realizaste en el Libro del Área sobre el tema. Luego, **resuelve** la siguiente situación problemática: En la parte frontal de un túnel semicircular de diámetro $\overline{AD}$ como se muestra en la imagen, se coloca un reflector en el punto M sujetado con una vara de metal en la parte superior en el punto Q. ¿Cuál es la longitud de dicha vara?



Resolución:

Traza $\overline{MH} \perp \overline{AD}$. Por semicircunferencia, se deduce que $m\measuredangle AMD = 90°$. Por relaciones métricas:

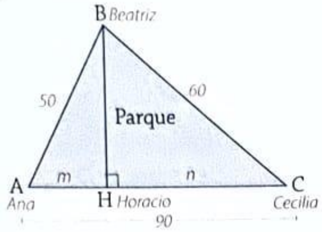
$MH^2 = (2)(8) \rightarrow MH = 4$

Del gráfico: $4 + x = 6{,}5 \rightarrow x = 2{,}5$

Rpta.: *La longitud de la vara es 2,5 m.*

2. Un grupo de estudiantes asiste a un museo donde hay una exposición sobre las culturas preincas, ya que desean conocer sus raíces culturales. La sala del museo tiene forma triangular con las esquinas A, B y C, tal como se muestra en la imagen. Ana se ubica en A, Beatriz en B, Cecilia en C y Horacio en H. Si Ana y Cecilia se dirigen hacia Beatriz, cada una

recorre 50 m y 60 m, respectivamente, y la distancia entre ellas es 90 m, ¿qué distancia recorre aproximadamente Cecilia más que Ana para llegar a la posición donde se encuentra Horacio?



Resolución:

Por el teorema de las proyecciones:

$50^2 - m^2 = 60^2 - n^2$

$n^2 - m^2 = 1\ 100$

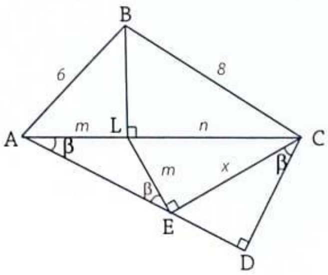
$(m + n)(n - m) = 1\ 100$

$90(n - m) = 1\ 100$

$n - m \approx 12{,}2$

Rpta.: *Aproximadamente recorre 12,2 m más.*

3. **Observa** la figura mostrada donde AB = 6 cm y BC = 8 cm. Luego, **determina** la longitud de $\overline{EC}$.



Resolución:

En el Δ EDC por ángulo externo:

$m\measuredangle CEA = 90° + \beta \rightarrow m\measuredangle LEA = \beta$

El Δ ALE es isósceles, AL = LE = m.

En el Δ ABC, por teorema de las proyecciones:

$6^2 - m^2 = 8^2 - n^2 \rightarrow n^2 - m^2 = 28$

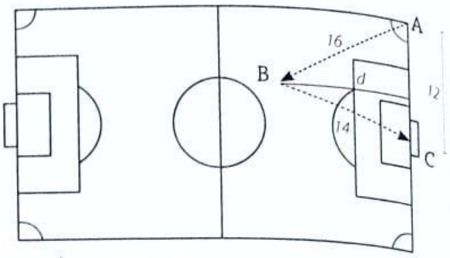
En el Δ LEC, por el teorema de Pitágoras:

$n^2 = x^2 + m^2 \rightarrow n^2 - m^2 = x^2$

$28 = x^2 \rightarrow x = 2\sqrt{7}$

Rpta.: *La longitud de $\overline{EC}$ es $2\sqrt{7}$ cm.*

4. Beto y Alonso se encuentran ubicados en los puntos B y A, respectivamente, del campo de fútbol mostrado. Ellos practican una jugada rápida para hacer un gol en un tiro de esquina, tal que el balón recorre los puntos A, B y C en línea recta, donde AB = 16 m, BC = 14 m y AC = 12 m. ¿Cuál será la distancia de Beto a la línea de meta?



Resolución:

Calcula el semiperímetro del Δ ABC:

$$p = \frac{12 + 14 + 16}{2} = 21$$

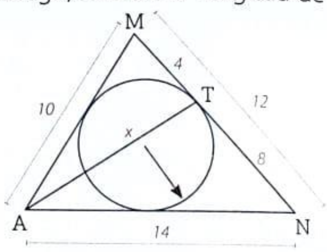
Por el teorema de Herón:

$$d = \frac{2}{12}\sqrt{21(21 - 16)(21 - 14)(21 - 12)}$$

$$d = \frac{1}{6}\sqrt{21(5)(7)(9)} = \frac{7}{2}\sqrt{15}$$

Rpta.: *La distancia de Beto a la línea de meta es $\frac{7}{2}\sqrt{15}$ m.*

5. **Observa** el gráfico mostrado donde AM = 10 cm, MN = 12 cm, AN = 14 cm y T es punto de tangencia. Luego, **calcula** la longitud de $\overline{AT}$.



Resolución:

Calcula el semiperímetro del Δ AMN:

$$p = \frac{10 + 12 + 14}{2} = 18$$

Por propiedad se cumple:

$MT = p - AN = 18 - 14 = 4$

Luego, $NT = 12 - 4 = 8$

Por el teorema de Stewart:

$10^2(8) + 14^2(4) = x^2(12) + 12(4)(8)$

$12x^2 = 1\ 200$

$x = 10$

Rpta.: *La longitud de $\overline{AT}$ es 10 cm.*

SESIÓN DE APRENDIZAJE 07

Áreas de figuras geométricas

I. DATOS GENERALES

1. **Institución Educativa** : “Toribio Casanova López”
2. **Área** : Matemática
3. **Grado** : Quinto
4. **Nivel Educativo** : Secundaria
5. **Ciclo** : VII
6. **Tiempo probable** : 90 minutos
7. **Docente Responsable** : Castañeda Olivares, César Miguel
8. **Fecha** :

II. PROPÓSITOS DE APRENDIZAJE

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de forma movimiento y localización	Modela objetos con formas y sus transformaciones	Modela las características y atributos medibles de los objetos con formas geométricas compuestas que resultan de combinar formas geométricas tridimensionales y cuerpos de revolución, relaciones métricas.
	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas	Expresa el significado de las propiedades de los cuerpos geométricos, usando lenguaje geométrico, diversas representaciones o construcciones con regla. Clasifica las formas geométricas por sus características y propiedades. Interpreta enunciados verbales, terminologías y gráficos que describen las propiedades de los cuerpos de revolución; expresa su entendimiento usando lenguaje geométrico, dibujos o construcciones con regla.
	Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio	Combina y adapta estrategias, recursos y procedimientos para determinar la longitud de cuerpos geométricos, empleando unidades de medida convencionales.
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas	Plantea y contrasta afirmaciones sobre relaciones y propiedades de las formas geométricas, a partir de experiencias directas o simulaciones.

III. SECUENCIA DIDÁCTICA

SECUENCIA DIDÁCTICA			
MOMENTOS	**ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE**	**RECURSOS**	**TIEMPO**
INICIO	✓ El docente da la bienvenida a los estudiantes. ✓ Se establecen los acuerdos de convivencia para el desarrollo de la clase. **FASE 1: INFORMACIÓN** ✓ Se presenta la situación problemática (Anexo 1) y responden a las siguientes preguntas: ¿Sobre qué trata la situación presentada? ¿Qué figuras geométricas se pueden identificar? ¿Conoces alguna propiedad propia de la figura? ¿en qué consiste? ¿Cómo contextualizas la figura que se presenta? ✓ Los estudiantes participan en forma ordenada y respetando las ideas de sus compañeros.	**Pizarra** **Anexo 1**	**15**
DESARROLO	**FASE 2: ORIENTACIÓN DIRIGIDA** ✓ El docente presenta y explica el tema a desarrollar (Anexo 2); del mismo modo, promueve a los estudiantes a que participen activamente en la comprensión del tema en desarrollo. **FASE 3: EXPLICITACIÓN** ✓ Finalmente, los estudiantes comparten sus interpretaciones del tema y consolidan su aprendizaje a través de ejemplos. ✓ Mencionan ejemplos relacionados al tema trabajado. **FASE 4: ORIENTACIÓN LIBRE** ✓ El docente plantea a los estudiantes ejercicios y problemas relacionados al tema trabajado (Anexo 3). E indica el tiempo que los desarrollarán para luego compartir sus resultados. ✓ Se consolida la información. Si hubiera alguna inquietud, el docente aclara las dudas. ✓ Se continúa el proceso hasta que todos hayan construido su aprendizaje.	**Pizarra** **Anexo 2** **Anexo 3**	**55**
CIERRE	**FASE 5: INTEGRACIÓN** ✓ El docente inicia este proceso haciendo un comentario sobre la temática que se viene desarrollando. E indica a los estudiantes que elaboraran, individualmente, un organizador visual sobre el tema tratado ✓ Asimismo, el docente manifiesta los aciertos y recomienda los aspectos por mejorar. ✓ Luego responden a las preguntas: ¿Qué aprendí hoy? ¿Cuáles fueron mis dificultades? ¿Cómo las superé?	**Pizarra**	**20**

IV. EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES

COMPETENCIA: Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.

CAPACIDADES:

- ✓ Modela objetos con formas y sus transformaciones.
- ✓ Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.
- ✓ Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio.
- ✓ Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas

DESEMPEÑOS	INDICADORES	INSTRUMENTOS
Modela las características y atributos medibles de los objetos con formas geométricas compuestas que resultan de combinar formas geométricas tridimensionales y cuerpos de revolución, relaciones métricas.	1. Identifica figuras geométricas en objetos del aula, dibujos o imágenes. 2. Clasifica figuras geométricas según sus características.	Ficha de observación
Expresa el significado de las propiedades de los cuerpos geométricos, usando lenguaje geométrico, diversas representaciones o construcciones con regla. Clasifica las formas geométricas por sus características y propiedades. Interpreta enunciados verbales, terminologías y gráficos que describen las propiedades de los cuerpos de revolución; expresa su entendimiento usando lenguaje geométrico, dibujos o construcciones con regla.	3. Formula conjeturas sobre las propiedades de las figuras geométricas basándose en observaciones y experiencias previas. 4. Describe las propiedades de figuras geométricas utilizando un lenguaje geométrico. 5. Formula definiciones precisas de conceptos geométricos. 6. Define figuras geométricas utilizando sus propiedades.	
Combina y adapta estrategias, recursos y procedimientos para determinar la longitud de cuerpos geométricos, empleando unidades de medida convencionales.	7. Utiliza sus conocimientos sobre las propiedades de las figuras geométricas para resolver problemas geométricos más complejos. 8. Relaciona los conceptos concedidos con otros conceptos matemáticos.	
Plantea y contrasta afirmaciones sobre relaciones y propiedades de las formas geométricas, a partir de experiencias directas o simulaciones.	9. Justifica sus soluciones a problemas utilizando razonamientos lógicos. 10. Aplica sus conocimientos para modelar y resolver problemas de la vida real.	

V. BIBLIOGRAFÍA

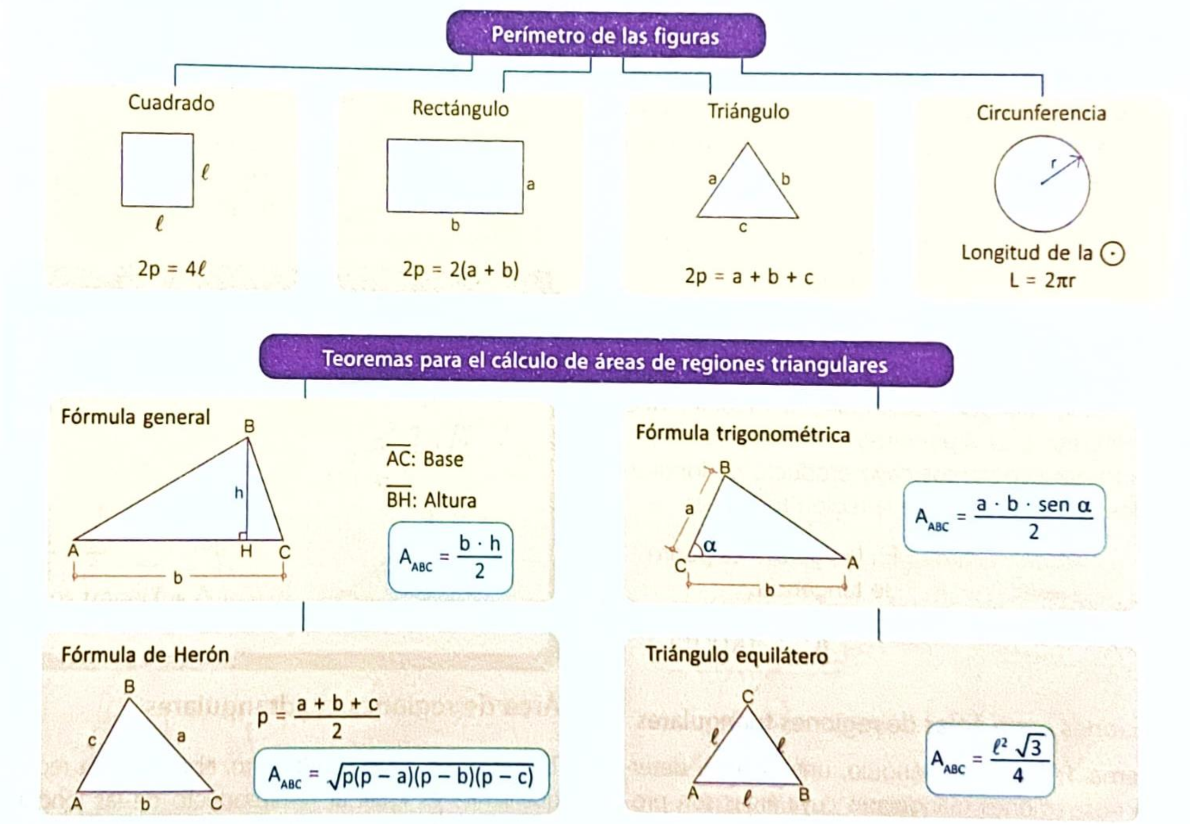
Corefo (2024). *Matemática V Secundaria*.
Ministerio de Educación. (2016). *Programa Curricular de Educación Secundaria.*

ANEXOS

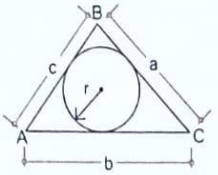
Anexo 1

La cancha de básquet es una superficie plana, tiene forma rectangular con una longitud de 28 m y 15 m de ancho. La cancha está dividida en dos y, al centro, tiene un círculo que cuenta con un diámetro de 3,6 m. Los tableros son de forma rectangular y tienen 1,05 por 1,80 m, incluso el aro de la canasta tiene un diámetro de 45 cm. El rectángulo pequeño sirve para que el jugador calcule el tiro y pueda hacer canasta, y el aro debe estar a una altura de, aproximadamente, 3 m. **Determina** el área de la cancha de básquet. *El área es 420 m².*

Anexo 2



En función del inradio

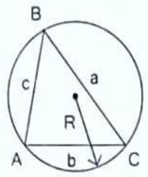


$$p = \frac{a+b+c}{2}$$

r: inradio

$$\boxed{A_{ABC} = p \cdot r}$$

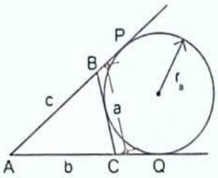
En función del circunradio



R: circunradio del triángulo ABC

$$\boxed{A_{ABC} = \frac{abc}{4R}}$$

En función del exradio



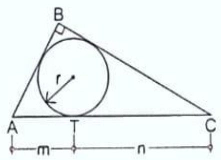
$$p = \frac{a+b+c}{2}$$

r_a: Exradio relativo a $\overline{BC}$

$$\boxed{A_{ABC} = r_a \cdot (p - a)}$$

Teoremas adicionales

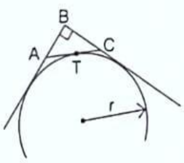
- En todo triángulo rectángulo, la circunferencia inscrita determina en la hipotenusa dos segmentos cuyo producto de longitudes es igual al área de la región triangular.



En la figura, T es punto de tangencia.

$$\boxed{A_{ABC} = m \cdot n}$$

- En todo triángulo rectángulo, la circunferencia exinscrita a la hipotenusa determina en dicho lado dos segmentos cuyo producto de longitudes es igual al área de la región triangular.

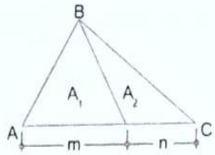


En la figura, T es punto de tangencia.

$$\boxed{A_{ABC} = (AT)(TC)}$$

Relaciones entre áreas de regiones triangulares

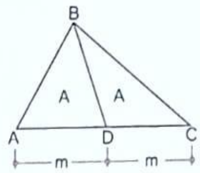
Teorema 1: En todo triángulo, una ceviana determina dos regiones triangulares cuya áreas son proporcionales a las longitudes de los segmentos que determina la ceviana en el lado opuesto.



Se cumple que:

$$\boxed{\frac{A_1}{A_2} = \frac{m}{n}}$$

Teorema 2: En todo triángulo, una mediana determina dos regiones triangulares equivalentes.

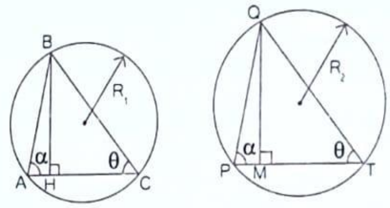


Se cumple que:

$$\boxed{A_{ABD} = A_{DBC}}$$

$\overline{BD}$: Mediana

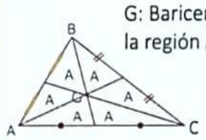
Teorema 3: En dos regiones triangulares semejantes, sus áreas son proporcionales a los cuadrados de las longitudes de los elementos homólogos.



$$\Delta\, ABC \sim \Delta\, PQT$$

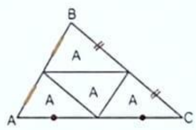
$$\boxed{\frac{A_{ABC}}{A_{PQT}} = \frac{(AB)^2}{(PQ)^2} = \frac{(BC)^2}{(QT)^2} = \frac{(AC)^2}{(PT)^2} = \frac{(BH)^2}{(QM)^2} = \frac{(R_1)^2}{(R_2)^2}}$$

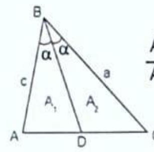
Observación



G: Baricentro de la región ABC

G: Baricentro de la región ABC

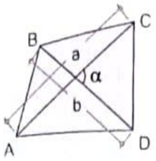


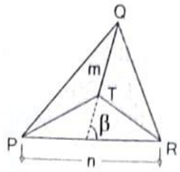


$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{c}{a}$$

Área de regiones cuadrangulares

Teorema: En todo cuadrilátero, el área de la región que limita es igual al semiproducto de las longitudes de las diagonales y el seno del ángulo que ellos forman.



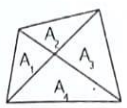


$$A_{ABCD} = \frac{a \cdot b \cdot \text{sen}\,\alpha}{2}$$

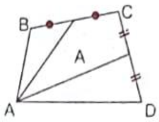
$$A_{PQRT} = \frac{m \cdot n \cdot \text{sen}\,\beta}{2}$$

Relaciones de áreas de regiones cuadrangulares

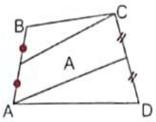
En los cuadriláteros



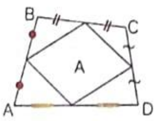
$$(A_1)(A_3) = (A_2)(A_4)$$



$$A = \frac{A_{ABCD}}{2}$$



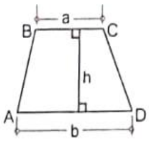
$$A = \frac{A_{ABCD}}{2}$$



$$A = \frac{A_{ABCD}}{2}$$

En una región trapecial

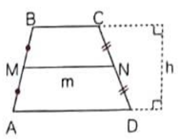
Teorema 1



Si $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$, se cumple:

$$A_{ABCD} = \left(\frac{a+b}{2}\right) \cdot h$$

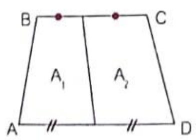
Teorema 2



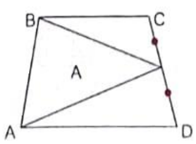
Si $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$, se cumple:

$$A_{ABCD} = mh$$

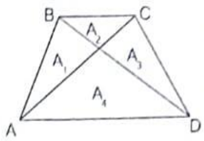
En los trapecios



$$A_1 = A_2$$



$$A = \frac{A_{ABCD}}{2}$$



Si $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$, se cumple:

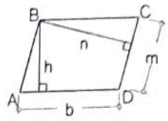
$$A_1 = A_3 \qquad A_1{}^2 = A_3{}^2 = (A_2)(A_4)$$

$$A_{ABCD} = (\sqrt{A_2} + \sqrt{A_4})^2$$

En una región paralelográmica

Teorema 1

ABCD: romboide

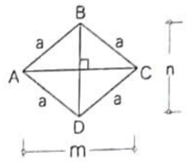


$$A_{ABCD} = bh$$

$$A_{ABCD} = mn$$

Teorema 2

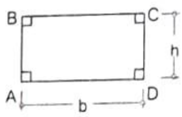
ABCD: rombo



$$A_{ABCD} = \frac{mn}{2}$$

Teorema 3

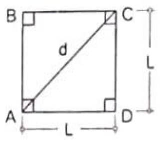
ABCD: rectángulo



$$A_{ABCD} = bh$$

Teorema 4

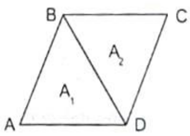
ABCD: cuadrado



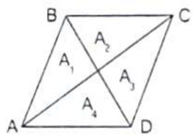
$$A_{ABCD} = L^2$$

$$A_{ABCD} = \frac{d^2}{2}$$

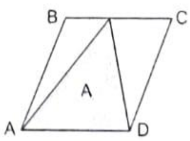
En los paralelogramos



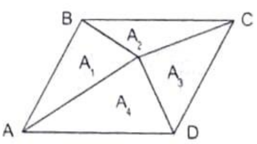
$$A_1 = A_2$$



$$A_1 = A_2 = A_3 = A_4$$



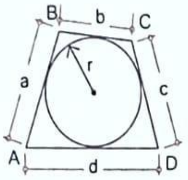
$$A = \frac{A_{ABCD}}{2}$$



$$A_1 + A_3 = A_2 + A_4 = \frac{A_{ABCD}}{2}$$

Área de una región limitada por un cuadrilátero circunscrito

En todo cuadrilátero circunscrito, el área de la región que limita es igual al producto del semiperímetro y el radio de la circunferencia inscrita (inradio).



$$p = \frac{a+b+c+d}{2}$$

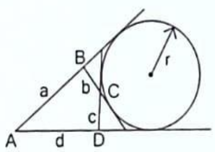
$$\boxed{A_{ABCD} = p \cdot r}$$

r: inradio del cuadrilátero ABCD.

Además $\boxed{a + c = b + d}$ (Teorema de Pitot)

Área de una región limitada por un cuadrilátero exinscrito

En todo cuadrilátero exinscrito, el área de la región que limita es igual al producto del radio de la circunferencia exinscrita y la diferencia de las longitudes de dos de sus lados opuestos.



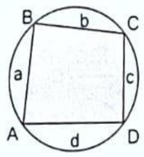
Se cumple:

$$\boxed{A_{ABCD} = r(a - c)}$$

$$\boxed{A_{ABCD} = r(d - b)}$$

Área de una región limitada por un cuadrilátero inscrito o inscriptible

En todo cuadrilátero inscrito o inscriptible, el área de la región que limita es igual a la raíz cuadrada del producto de las diferencias del semiperímetro con las longitudes de cada uno de los cuatro lados. Esta relación es conocida como la fórmula de Brahmagupta.

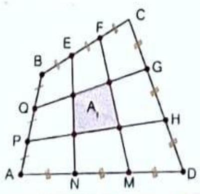


ABCD: cuadrilátero inscrito

$$\boxed{A_{ABCD} = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}}$$

Donde: $p = \dfrac{a+b+c+d}{2}$

Observación

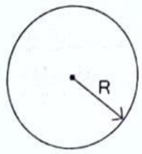


En el cuadrilátero ABCD se cumple:

$$\boxed{A_1 = \frac{A_{ABCD}}{9}}$$

Áreas de regiones circulares

Teorema: El área de la región circular o círculo es igual al producto del número π ($\pi \approx 3{,}1416\ldots$) por el cuadrado de la longitud del radio.

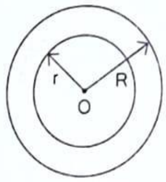


$A_{\odot}$: Área del círculo

Entonces:

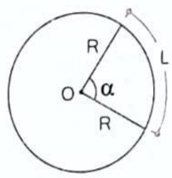
$$\boxed{A_{\odot} = \pi R^2}$$

Área de la corona circular



$$\boxed{A_{C.C.} = \pi(R^2 - r^2)}$$

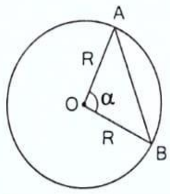
Área del sector circular



$$\boxed{A_{S.C.} = \frac{L \times R}{2}}$$

$$\boxed{A_{S.C.} = \frac{\pi R^2 \alpha}{360°}}$$

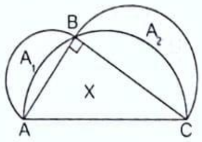
Área del segmento circular



$$\boxed{A = \frac{\pi r^2 \alpha}{360°} - \frac{R^2}{2}\,\mathrm{sen}\alpha}$$

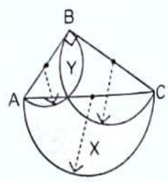
Lúnulas de Hipócrates

Si en un triángulo rectángulo sobre sus lados se construyen exteriormente semicircunferencias, se cumple que la suma de las áreas de las lúnulas formadas es igual al área del triángulo rectángulo.



$$\boxed{X = A_1 + A_2}$$

Si en un triángulo rectángulo se construyen semicírculos sobre sus lados, se cumple:



$$\boxed{A_{ABC} = X - Y}$$

Se tiene un triángulo cuyos lados miden 13; 14 y 15 cm. **Emplea** la fórmula apropiada e **indica** el área de la región triangular.

Resolución:

Calcula el semiperímetro de la región triangular:

$p = \frac{13 + 14 + 15}{2} = 21$

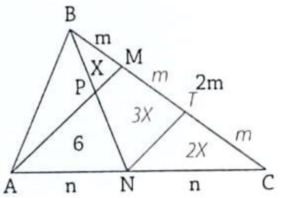
Por el teorema de Herón.

$A = \sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)}$

$A = \sqrt{21 \times 8 \times 7 \times 6} = 84$

Rpta.: *El área del triángulo es 84 cm².*

Observa el siguiente gráfico y **determina** el valor del área X.



Resolución:

Traza $\overline{NT} // \overline{AM}$. En el Δ NBT, como $\overline{PM}$ es base media se cumple que $A_{NPMT} = 3(A_{PBM}) = 3X$.

En el Δ NBC, se cumple:

$\frac{A_{CNT}}{A_{NBT}} = \frac{m}{2m} \rightarrow \frac{A_{CNT}}{4X} = \frac{1}{2} \rightarrow A_{CNT} = 2X$

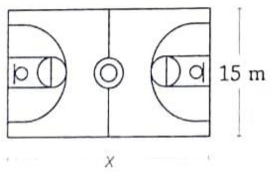
En el Δ ACM, como $\overline{NT}$ es base media se cumple que:

$A_{ANTM} = 3(A_{NCT})$

$6 + 3X = 6X \rightarrow X = 2$

Rpta.: *El valor del área X es 2 u².*

Observa el gráfico que representa una cancha de básquet. Si su perímetro es 86 m, **determina** el área de la cancha.



Resolución:

Por dato del perímetro se cumple:

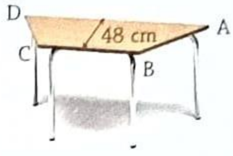
$15 + x + 15 + x = 86$

$2x = 56 \rightarrow x = 28$

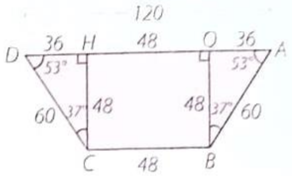
Piden: $A = 15x = 15(28) = 420$

Rpta.: *El área de la cancha es 420 cm².*

6. En el gráfico se muestra una mesa para niños con forma de trapecio isósceles. **Analiza** y **calcula** el área de la superficie plana, si AB = 60 cm y AD = 120 cm.



Resolución:

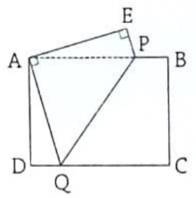


Como HC = 48 = 4 x 12 y CD = 60 = 5 x 12, entonces se deduce que el Δ CHD es notable de 37° y 53°. Luego, HD = 36. Análogamente en el Δ AQB, AQ = 36. Como AD = 120, entonces HQ = 48. Luego, BC = 48.

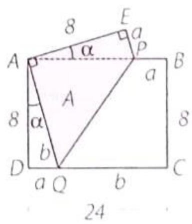
Piden: $A_{ABCD} = \left(\frac{120 + 48}{2}\right) \times 48 = 4\,032$

Rpta.: *El área de la superficie plana es 4 032 cm².*

7. **Analiza** el gráfico y **expresa** el área de la región sombreada, si EP = PB, QC = AQ, CD = 24 cm y BC = 8 cm.



Resolución:



Se observa que los triángulos AEP y ADQ son congruentes (ALA).

$DQ = EP = a \rightarrow a + b = 24$

Piden: $A = \left(\frac{a + b}{2}\right) \times 8 = \left(\frac{24}{2}\right) \times 8 = 96$

Rpta.: *El área de la región sombreada es 96 cm².*

SESIÓN DE APRENDIZAJE 08

Transformaciones geométricas

I. DATOS GENERALES

1. **Institución Educativa** : "Toribio Casanova López"
2. **Área** : Matemática
3. **Grado** : Quinto
4. **Nivel Educativo** : Secundaria
5. **Ciclo** : VII
6. **Tiempo probable** : 90 minutos
7. **Docente Responsable** : Castañeda Olivares, César Miguel
8. **Fecha** :

II. PROPÓSITOS DE APRENDIZAJE

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de forma movimiento y localización	Modela objetos con formas y sus transformaciones	Modela las características y atributos medibles de los objetos con formas geométricas compuestas que resultan de combinar formas geométricas tridimensionales y cuerpos de revolución, relaciones métricas.
	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas	Expresa el significado de las propiedades de los cuerpos geométricos, usando lenguaje geométrico, diversas representaciones o construcciones con regla. Clasifica las formas geométricas por sus características y propiedades. Interpreta enunciados verbales, terminologías y gráficos que describen las propiedades de los cuerpos de revolución; expresa su entendimiento usando lenguaje geométrico, dibujos o construcciones con regla.
	Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio	Combina y adapta estrategias, recursos y procedimientos para determinar la longitud de cuerpos geométricos, empleando unidades de medida convencionales.
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas	Plantea y contrasta afirmaciones sobre relaciones y propiedades de las formas geométricas, a partir de experiencias directas o simulaciones.

III. SECUENCIA DIDÁCTICA

<table>
<tr><th colspan="4">SECUENCIA DIDÁCTICA</th></tr>
<tr><th>MOMENTOS</th><th>ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE</th><th>RECURSOS</th><th>TIEMPO</th></tr>
<tr><td rowspan="2">INICIO</td><td>✓ El docente da la bienvenida a los estudiantes.
✓ Se establecen los acuerdos de convivencia para el desarrollo de la clase.</td><td rowspan="2">Pizarra
Anexo 1</td><td rowspan="2">15</td></tr>
<tr><td>FASE 1: INFORMACIÓN
✓ Se presenta la situación problemática (Anexo 1) y responden a las siguientes preguntas:
¿Sobre qué trata la situación presentada?
¿Qué figuras geométricas se pueden identificar?
¿Conoces alguna propiedad propia de la figura? ¿en qué consiste?
¿Cómo contextualizas la figura que se presenta?
✓ Los estudiantes participan en forma ordenada y respetando las ideas de sus compañeros.</td></tr>
<tr><td>DESARROLO</td><td>FASE 2: ORIENTACIÓN DIRIGIDA
✓ El docente presenta y explica el tema a desarrollar (Anexo 2); del mismo modo, promueve a los estudiantes a que participen activamente en la comprensión del tema en desarrollo.
FASE 3: EXPLICITACIÓN
✓ Finalmente, los estudiantes comparten sus interpretaciones del tema y consolidan su aprendizaje a través de ejemplos.
✓ Mencionan ejemplos relacionados al tema trabajado.
FASE 4: ORIENTACIÓN LIBRE
✓ El docente plantea a los estudiantes ejercicios y problemas relacionados al tema trabajado (Anexo 3). E indica el tiempo que los desarrollarán para luego compartir sus resultados.
✓ Se consolida la información. Si hubiera alguna inquietud, el docente aclara las dudas.
✓ Se continúa el proceso hasta que todos hayan construido su aprendizaje.</td><td>Pizarra
Anexo 2
Anexo 3</td><td>55</td></tr>
<tr><td>CIERRE</td><td>FASE 5: INTEGRACIÓN
✓ El docente inicia este proceso haciendo un comentario sobre la temática que se viene desarrollando. E indica a los estudiantes que elaboraran, individualmente, un organizador visual sobre el tema tratado
✓ Asimismo, el docente manifiesta los aciertos y recomienda los aspectos por mejorar.
✓ Luego responden a las preguntas:
¿Qué aprendí hoy?
¿Cuáles fueron mis dificultades?
¿Cómo las superé?</td><td>Pizarra</td><td>20</td></tr>
</table>

IV. EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES

COMPETENCIA: Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.

CAPACIDADES:

- ✓ Modela objetos con formas y sus transformaciones.
- ✓ Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.
- ✓ Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio.
- ✓ Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas

DESEMPEÑOS	INDICADORES	INSTRUMENTOS
Modela las características y atributos medibles de los objetos con formas geométricas compuestas que resultan de combinar formas geométricas tridimensionales y cuerpos de revolución, relaciones métricas.	1. Identifica figuras geométricas en objetos del aula, dibujos o imágenes. 2. Clasifica figuras geométricas según sus características.	Ficha de observación
Expresa el significado de las propiedades de los cuerpos geométricos, usando lenguaje geométrico, diversas representaciones o construcciones con regla. Clasifica las formas geométricas por sus características y propiedades. Interpreta enunciados verbales, terminologías y gráficos que describen las propiedades de los cuerpos de revolución; expresa su entendimiento usando lenguaje geométrico, dibujos o construcciones con regla.	3. Formula conjeturas sobre las propiedades de las figuras geométricas basándose en observaciones y experiencias previas. 4. Describe las propiedades de figuras geométricas utilizando un lenguaje geométrico. 5. Formula definiciones precisas de conceptos geométricos. 6. Define figuras geométricas utilizando sus propiedades.	
Combina y adapta estrategias, recursos y procedimientos para determinar la longitud de cuerpos geométricos, empleando unidades de medida convencionales.	7. Utiliza sus conocimientos sobre las propiedades de las figuras geométricas para resolver problemas geométricos más complejos. 8. Relaciona los conceptos concedidos con otros conceptos matemáticos.	
Plantea y contrasta afirmaciones sobre relaciones y propiedades de las formas geométricas, a partir de experiencias directas o simulaciones.	9. Justifica sus soluciones a problemas utilizando razonamientos lógicos. 10. Aplica sus conocimientos para modelar y resolver problemas de la vida real.	

V. BIBLIOGRAFÍA

Corefo (2024). *Matemática V Secundaria*.

Ministerio de Educación. (2016). *Programa Curricular de Educación Secundaria.*

ANEXOS

Anexo 1

Internet es la gran biblioteca virtual mundial, a la que toda persona en cualquier parte del mundo puede acceder. Este es un gigantesco archivo digital donde el conocimiento, el ocio y el mundo laboral convergen en un mismo espacio.

Internet representa el máximo exponente de la globalización, es un espacio donde podemos comprar, vender o compartir cualquier producto, servicio o información con cualquier persona y lugar del mundo, es decir, internet es un lugar donde interactuamos globalmente. ¿Qué tipo de transformación geométrica observas en la imagen? *Se observa una simetría*

Anexo 2

Transformaciones geométricas

Es una aplicación matemática que permite crear una nueva figura a partir de una figura dada.

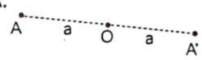
Existen las transformaciones isométricas (simetría, rotación, traslación) que no alteran la forma ni el tamaño; y las transformaciones isomorfas (homotecia) que alteran el tamaño, pero no la forma.

1. Simetría o reflexión

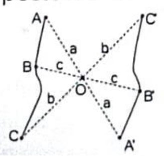
   Son aquellas transformaciones que invierten los puntos y figura del plano. Esta simetría puede ser respecto de una recta (simetría axial), respecto a un punto (simetría central o puntual) o respecto a un plano (simetría especular).

   a. **Simetría central o puntual**

   Sea A' el simétrico de A con respecto de O si OA = OA'.

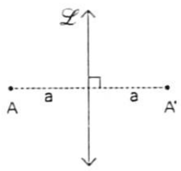


   Sea la línea A'B'C' el simétrico de la línea ABC con respecto de O.

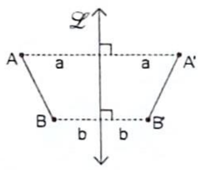


   b. **Simetría axial**

   Sea A' el simétrico de A con respecto de la recta $\mathscr{L}$.

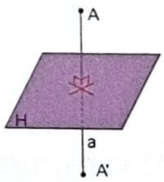


   Sea $\overline{A'B'}$ el simétrico de $\overline{AB}$ con respecto de $\mathscr{L}$.



   c. **Simetría especular**

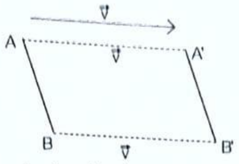
   Sea A' el simétrico de A con respecto del ▱H.



2. Traslación

Son transformaciones que permiten desplazar en línea recta todos los puntos de una figura a través de una determinada dirección, sentido y distancia. Por lo que toda la traslación queda definida por su "vector de traslación".

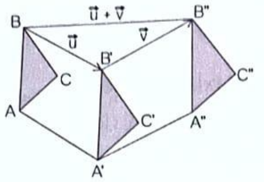
Sea $\overline{A'B'}$ la traslación de $\overline{AB}$ con respecto del vector $\vec{v}$:



Composición de traslaciones

Se obtiene al aplicar sucesivamente dos traslaciones de vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$, se obtiene otra traslación cuyo vector es la suma de los vectores.

Sea Δ A''B''C'' la traslación del Δ ABC con respecto del vector $\vec{u} + \vec{v}$.

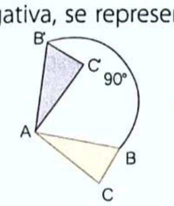


3. Rotación

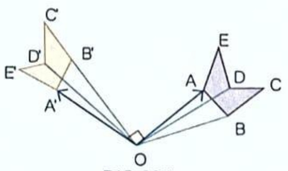
Las rotaciones son aquellas isometrías que permiten girar todos los puntos del plano. Cada punto gira siguiendo un arco que tiene un centro y un ángulo bien determinado, por lo que toda rotación queda definida por su centro de rotación y por su ángulo de giro.

Si la rotación se efectúa en sentido antihorario, se dice que la rotación es positiva. En caso contrario, se dice que la rotación es negativa.

Una rotación con centro P y ángulo de giro α, se representa por R (P, α). Si la rotación es negativa, se representa por R (P, $-\alpha$).



R(A; 90°)



R(O; 90°)

Composición de rotaciones

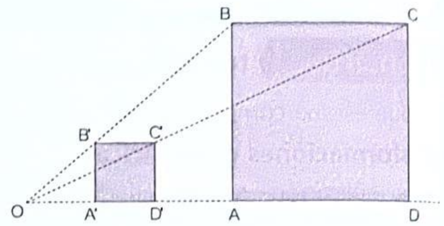
Se obtiene al aplicar dos rotaciones con centros coincidentes. La composición resulta un giro del mismo centro que tiene como ángulo la suma de los ángulos de giro.

4. Homotecia

La homotecia permite crear figuras semejantes a partir de una figura dada. Es decir, nos permite graficar, a partir de una figura inicial, figuras de menor o mayor tamaño, pero que conservan una real similitud en las formas.

a. Homotecia directa

Sea $\square$A'B'C'D' el homotético del $\square$ABCD, y O el centro de homotecia:



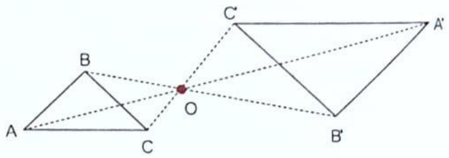
Además:

$$\frac{OA}{OA'} = \frac{OB}{OB'} = \frac{OC}{OC'} = \frac{OD}{OD'} = k$$

k: razón de homotecia

b. Homotecia indirecta

Sea Δ A'B'C' el homotético del Δ ABC y O el centro de homotecia.

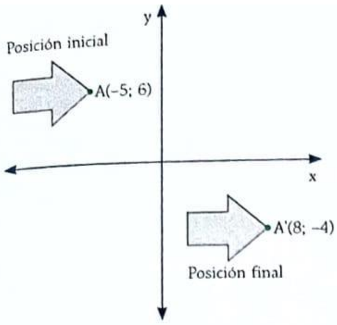


Además:

$$\frac{OA}{OA'} = \frac{OB}{OB'} = \frac{OC}{OC'} = k$$

k: razón de homotecia

Anexo 3



Resolución:

Sea r el vector de traslación. Del gráfico, se cumple:

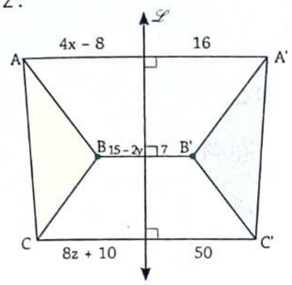
$r = A' - A = (8; -4) - (-5; 6) = (13; -10)$

Piden:

$13 + (-10) = 3$

Rpta.: *La suma de las coordenadas de su vector de traslación es 3.*

4. En el gráfico mostrado, **interpreta** el triángulo A'B'C' que es el simétrico del triángulo ABC respecto de la recta $\mathscr{L}$. Luego, **indica** el valor de "x + y + z".



Resolución:

Como los puntos son simétricos respecto de la recta L, entonces las distancias de cada punto hacia la recta deben ser iguales. Luego:

$4x - 8 = 16 \rightarrow x = 6$

$15 - 2y = 7 \rightarrow y = 4$

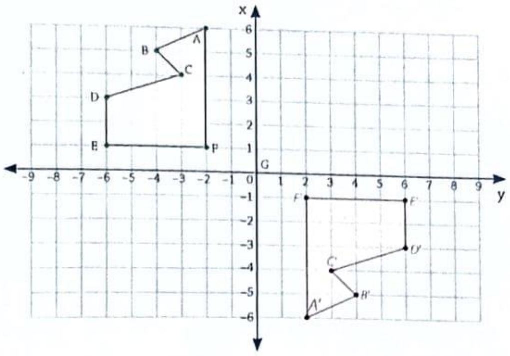
$8z + 10 = 50 \rightarrow z = 5$

Piden:

$x + y + z = 6 + 4 + 5 = 15$

Rpta.: *El valor de "x + y + z" es 15.*

5. **Aplica** una simetría central al polígono mostrado respecto del origen de coordenadas y **calcula** la suma de las ordenadas de todos los vértices del polígono en su nueva posición.



Resolución:

Del gráfico:

$A' = (2; -6)$, $B' = (4; -5)$, $C' = (3; -4)$,

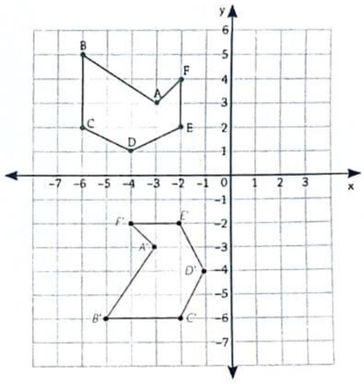
$D' = (6; -3)$, $E' = (6; -1)$, $F' = (2; -1)$,

Piden:

$-6 + (-5) + (-4) + (-3) + (-1) + (-1) = -20$

Rpta.: *La suma de las ordenadas de los vértices del polígono en su nueva posición es −20.*

6. **Rota** 270° en sentido horario el polígono mostrado. Luego, **calcula** la suma de las abscisas de todos los puntos en su posición final. (considera el punto de rotación (0; 0))



Resolución:

Del gráfico, $A' = (-3; -3)$, $B' = (-5; -6)$,

$C' = (-2; -6)$, $D' = (-1; -4)$, $E' = (-2; -2)$,

$F' = (-4; -2)$.

Piden:

$(-3) + (-5) + (-2) + (-1) + (-2) + (-4) = -17$

Rpta.: *La suma de las abscisas de todos los puntos en la posición final es −17.*

SESIÓN DE APRENDIZAJE 09
Planos y mapas a escala

I. DATOS GENERALES

1. **Institución Educativa** : "Toribio Casanova López"
2. **Área** : Matemática
3. **Grado** : Quinto
4. **Nivel Educativo** : Secundaria
5. **Ciclo** : VII
6. **Tiempo probable** : 90 minutos
7. **Docente Responsable** : Castañeda Olivares, César Miguel
8. **Fecha** :

II. PROPÓSITOS DE APRENDIZAJE

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de forma movimiento y localización	Modela objetos con formas y sus transformaciones	Modela las características y atributos medibles de los objetos con formas geométricas compuestas que resultan de combinar formas geométricas tridimensionales y cuerpos de revolución, relaciones métricas.
	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas	Expresa el significado de las propiedades de los cuerpos geométricos, usando lenguaje geométrico, diversas representaciones o construcciones con regla. Clasifica las formas geométricas por sus características y propiedades. Interpreta enunciados verbales, terminologías y gráficos que describen las propiedades de los cuerpos de revolución; expresa su entendimiento usando lenguaje geométrico, dibujos o construcciones con regla.
	Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio	Combina y adapta estrategias, recursos y procedimientos para determinar la longitud de cuerpos geométricos, empleando unidades de medida convencionales.
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas	Plantea y contrasta afirmaciones sobre relaciones y propiedades de las formas geométricas, a partir de experiencias directas o simulaciones.

III. SECUENCIA DIDÁCTICA

<table>
<tr><th colspan="4">SECUENCIA DIDÁCTICA</th></tr>
<tr><th>MOMENTOS</th><th>ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE</th><th>RECURSOS</th><th>TIEMPO</th></tr>
<tr><td rowspan="2">INICIO</td><td>✓ El docente da la bienvenida a los estudiantes.
✓ Se establecen los acuerdos de convivencia para el desarrollo de la clase.</td><td rowspan="2">Pizarra
Anexo 1</td><td rowspan="2">15</td></tr>
<tr><td>FASE 1: INFORMACIÓN
✓ Se presenta la situación problemática (Anexo 1) y responden a las siguientes preguntas:
¿Sobre qué trata la situación presentada?
¿Qué figuras geométricas se pueden identificar?
¿Conoces alguna propiedad propia de la figura? ¿en qué consiste?
¿Cómo contextualizas la figura que se presenta?
✓ Los estudiantes participan en forma ordenada y respetando las ideas de sus compañeros.</td></tr>
<tr><td>DESARROLO</td><td>FASE 2: ORIENTACIÓN DIRIGIDA
✓ El docente presenta y explica el tema a desarrollar (Anexo 2); del mismo modo, promueve a los estudiantes a que participen activamente en la comprensión del tema en desarrollo.
FASE 3: EXPLICITACIÓN
✓ Finalmente, los estudiantes comparten sus interpretaciones del tema y consolidan su aprendizaje a través de ejemplos.
✓ Mencionan ejemplos relacionados al tema trabajado.
FASE 4: ORIENTACIÓN LIBRE
✓ El docente plantea a los estudiantes ejercicios y problemas relacionados al tema trabajado (Anexo 3). E indica el tiempo que los desarrollarán para luego compartir sus resultados.
✓ Se consolida la información. Si hubiera alguna inquietud, el docente aclara las dudas.
✓ Se continúa el proceso hasta que todos hayan construido su aprendizaje.</td><td>Pizarra
Anexo 2
Anexo 3</td><td>55</td></tr>
<tr><td>CIERRE</td><td>FASE 5: INTEGRACIÓN
✓ El docente inicia este proceso haciendo un comentario sobre la temática que se viene desarrollando. E indica a los estudiantes que elaboraran, individualmente, un organizador visual sobre el tema tratado
✓ Asimismo, el docente manifiesta los aciertos y recomienda los aspectos por mejorar.
✓ Luego responden a las preguntas:
¿Qué aprendí hoy?
¿Cuáles fueron mis dificultades?
¿Cómo las superé?</td><td>Pizarra</td><td>20</td></tr>
</table>

IV. EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES

COMPETENCIA: Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.

CAPACIDADES:

- ✓ Modela objetos con formas y sus transformaciones.
- ✓ Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.
- ✓ Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio.
- ✓ Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas

DESEMPEÑOS	INDICADORES	INSTRUMENTOS
Modela las características y atributos medibles de los objetos con formas geométricas compuestas que resultan de combinar formas geométricas tridimensionales y cuerpos de revolución, relaciones métricas.	1. Identifica figuras geométricas en objetos del aula, dibujos o imágenes. 2. Clasifica figuras geométricas según sus características.	Ficha de observación
Expresa el significado de las propiedades de los cuerpos geométricos, usando lenguaje geométrico, diversas representaciones o construcciones con regla. Clasifica las formas geométricas por sus características y propiedades. Interpreta enunciados verbales, terminologías y gráficos que describen las propiedades de los cuerpos de revolución; expresa su entendimiento usando lenguaje geométrico, dibujos o construcciones con regla.	3. Formula conjeturas sobre las propiedades de las figuras geométricas basándose en observaciones y experiencias previas. 4. Describe las propiedades de figuras geométricas utilizando un lenguaje geométrico. 5. Formula definiciones precisas de conceptos geométricos. 6. Define figuras geométricas utilizando sus propiedades.	
Combina y adapta estrategias, recursos y procedimientos para determinar la longitud de cuerpos geométricos, empleando unidades de medida convencionales.	7. Utiliza sus conocimientos sobre las propiedades de las figuras geométricas para resolver problemas geométricos más complejos. 8. Relaciona los conceptos concedidos con otros conceptos matemáticos.	
Plantea y contrasta afirmaciones sobre relaciones y propiedades de las formas geométricas, a partir de experiencias directas o simulaciones.	9. Justifica sus soluciones a problemas utilizando razonamientos lógicos. 10. Aplica sus conocimientos para modelar y resolver problemas de la vida real.	

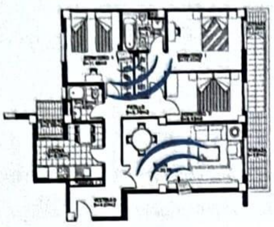
V. BIBLIOGRAFÍA

Corefo (2024). *Matemática V Secundaria*.

Ministerio de Educación. (2016). *Programa Curricular de Educación Secundaria.*

ANEXOS

Anexo 1



En muchas ocasiones la cobertura de nuestra red WiFi no es suficientemente potente como para abastecer toda la zona que necesitamos. Hoy en día muchos arquitectos incluyen, en los planos de construcción, el plano de la red tal como se puede observar en el gráfico.

¿De qué manera se puede interpretar la escala 1 : 2 000?

Anexo 2

Mapa

Es la representación de todo el planeta tierra o partes del planeta. Se realiza generalmente en un espacio plano. Para dibujar un mapa se usa una escala de reducción.

Plano

Un plano es la representación esquemática, a determinada escala, de una ciudad, terreno, casa, etc. Para dibujar se puede usar una escala de reducción o ampliación, esto va a depender del tamaño del objeto.

Escala

Se denomina escala a la relación de proporción entre las medidas del objeto en el dibujo y la medida de dicho objeto en la realidad.

Sea "E" la escala:

$$E = \frac{\text{Medida del objeto en el dibujo}}{\text{Medida del objeto real}}$$

$$\text{Escala} = \frac{\text{Dibujo}}{\text{Realidad}} \qquad E = \frac{D}{R}$$

Donde:

E: Escala del plano o mapa

D: Dimensiones en el plano

R: Dimensiones del terreno

D y R deben estar en las mismas unidades de medida.

Ejemplo:

Si un objeto en el dibujo es como 1, podemos representarlo de tres formas, tal como se muestra en la imagen:

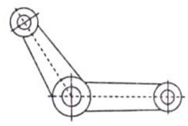
Dibujo natural 1 : 1 Escala natural | Dibujo mayor que al natural 1,5 : 1 Escala de ampliación | Dibujo menor que al natural 1 : 1,5 Escala de reducción

Las escalas se dividen en:

a. **Escala natural**

Es la que utilizamos al dibujar un objeto en su tamaño 1: 1, esto es una unidad de dibujo que equivale a una unidad en el objeto real.

En el siguiente gráfico se observa la escala 1:1.



Escala 1 : 1

b. **Escala de ampliación**

Es cuando las dimensiones del objeto en el dibujo son mayores que las dimensiones del objeto en la realidad. Esto se utiliza cuando se quiere hacer planos de piezas muy pequeñas.

Ejemplo:

Si un objeto mide 0,2 cm en la realidad y en el dibujo mide 5 cm, entonces podemos decir que el objeto está a escala de ampliación.

$$E = \frac{\text{medida del objeto en el dibujo}}{\text{medida en el objeto real}}$$

$$E = \frac{5\text{ cm}}{0{,}2\text{ cm}} \rightarrow E = \frac{25}{1}$$

También se representa como escala 25:1.

c. **Escala de reducción**

Es cuando las dimensiones del objeto en el dibujo son menores que las dimensiones del objeto real.

Esto se utiliza para representar planos de vivienda, carreteras, mapas de ciudades, etc.

Ejemplo:

Si un objeto mide 8 000 m en la realidad y en el dibujo mide 8 cm entonces se puede decir que el objeto está a escala de reducción.

$$E = \frac{\text{medida del objeto en el dibujo}}{\text{medida en el objeto real}}$$

$$E = \frac{8\text{ cm}}{8\ 000\text{ m}} = \frac{8\text{ cm}}{800\ 000\text{ cm}}$$

$$E = \frac{1}{100\ 000}$$

También se representa como escala de 1:100 000.

Regla práctica

Para poder hacer el cálculo de las longitudes del objeto en el dibujo o del objeto real, se usará la siguiente relación:

$$\boxed{E = \frac{D}{R}}$$

Donde:

E: escala

D: longitud en el dibujo

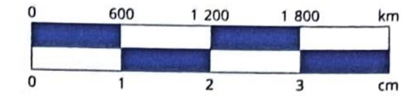
R: longitud real del objeto

Equivalencias:

- 1 m < > 100 cm
- 1 km < > 1 000 m
- 1 cm < > 10 mm
- 1 m < > 1 000 mm
- 1 km < > 100 000 cm

d. **Escala gráfica**

Consiste en representar sobre el plano una línea dividida en distancias o unidades en correspondencia con la escala escogida.



La siguiente escala gráfica nos indica que 1 cm del plano equivale a 600 km en la realidad.

Ejemplo:

Juan sale todos los días de su casa en Puente Piedra hacia su trabajo que queda en Villa El Salvador. Antes de partir observa el tráfico en el Google Maps y se da cuenta que tiene que recorrer 53,9 km. **Indica** la distancia que está representada en el plano.

Resolución:

Se realiza la conversión a cm:

$$53{,}9\text{ km} \times \frac{1\ 000\text{ m}}{1\text{ km}} \times \frac{100\text{ cm}}{1\text{ m}} = 5\ 390\ 000\text{ cm}$$

1 cm en el mapa → 50 000 cm en la realidad

"x" cm en el plano → 5 390 000 cm en la realidad

$$\frac{5\ 390\ 000}{50\ 000} = x$$

$x = 107{,}8$ cm

Por lo tanto, la distancia representada en el mapa es 107,8 cm.

Anexo 3

María está feliz por el cumpleaños de su madre. Ella utiliza un pantógrafo para dibujar un retrato de su madre y regalárselo. Se sabe que las dimensiones de la foto real son 10 cm × 20 cm y el pantógrafo utiliza una escala de ampliación de 3:1. **Establece** las relaciones pertinentes y **determina** las dimensiones del portarretrato que necesitará para colocar la nueva foto.

Resolución:

Como la escala es 3:1, entonces las nuevas dimensiones se obtendrán de la siguiente forma:

$10 \times 3 = 30$ cm, $20 \times 3 = 60$ cm

Rpta.: *Las dimensiones del portarretrato serán 30 cm × 60 cm.*

La escala de un mapa es 1:50 000. ¿A cuántos kilómetros en la realidad equivale una distancia de 4 cm en el mapa?

Resolución:

Mapa	Realidad
1	50 000
4	x

Se cumple: $\frac{1}{4} = \frac{50\ 000}{x} \rightarrow x = 200\ 000$ cm

Convierte a km:

$200\ 000 \text{ cm} \times \frac{1 \text{ km}}{100\ 000 \text{ cm}} = 2$ km

Rpta.: *Equivale a 2 kilómetros.*

. Manuel observa en un mapa que la distancia entre 2 ciudades A y B es de 57,5 cm. Si la escala del mapa es 1:1 000 000, ¿qué distancia en kilómetros están separadas dichas ciudades?

Resolución:

Sea "d" la distancia pedida. Luego, se cumple:

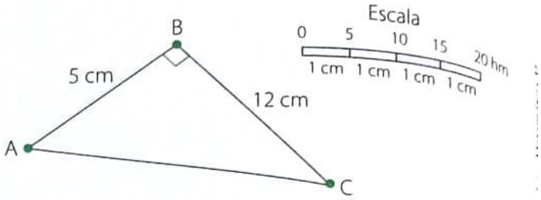
$\frac{57{,}5 \text{ cm}}{d} = \frac{1}{1\ 000\ 000} \rightarrow d = 57\ 500\ 000$ cm

Convierte a kilómetros:

$57\ 500\ 000 \text{ cm} \times \frac{1 \text{ km}}{100\ 000 \text{ cm}} = 575$

Rpta.: *Las ciudades están separadas 575 km.*

Pablo desea adquirir una computadora y visita 3 tiendas donde venden artículos tecnológicos. La imagen muestra el dibujo a escala que muestra el recorrido que realizó con su auto para ir a las tiendas A, B y C.



Analiza la información y **determina** la distancia real (en km) que debió recorrer para ir de la tienda A a la tienda C.

Resolución:

En el Δ ABC, por el teorema de Pitágoras:

$AC^2 = 5^2 + 12^2$

$AC^2 = 169 \rightarrow AC = 13$ cm

De la escala, se observa que 1 cm <> 5 hm.

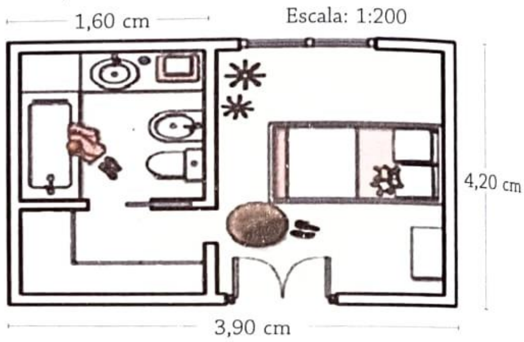
Luego, AC = 13 cm <> 65 hm

Convierte a kilómetros.

$65 \text{ hm} \times \frac{1 \text{ km}}{10 \text{ hm}} = 6{,}5$ km

Rpta.: *La distancia que debió recorrer para ir de la tienda A a la tienda C es de 6,5 km.*

8. Jorge es arquitecto y dibujó el siguiente plano de su casa. **Identifica** los datos y **calcula** el área real que ocupa su dormitorio.



Resolución:

Sea "a" el ancho del dormitorio en el plano. Luego, del gráfico se cumple:

$a = 3{,}90 - 1{,}60 = 2{,}30$ cm

Determina las dimensiones reales:

Ancho: $2{,}30 \text{ cm} \times 200 = 460$ cm <> 4,6 m

Largo: $4{,}20 \text{ cm} \times 200 = 840$ cm <> 8,4 m

Piden el área (A):

$A = 4{,}6 \times 8{,}4 = 38{,}64 \text{ m}^2$

Rpta.: *El área real que ocupa el dormitorio es de 38,64 m².*

ANEXO 4: CONSTANCIA DE LA I.E. N° 82012 “TORIBIO CASANOVA LÓPEZ”

DIRECCION REGIONAL DE EDUCACION-CAJAMARCA
INSTITUCIÓN EDUCATIVA Nº 82012 "TORIBIO CASANOVA LÓPEZ"
COD. MOD.PRIM.0444695 - COD.MOD.SEC.1356294
“ Año de la Recuperación y Consolidación de la Economía Peruana”

EL DIRECTOR DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA N° 82012 “TORIBIO CASANOVA LÓPEZ” – CAJAMARCA, hace

CONSTAR QUE

El **Bach. César Miguel Castañeda Olivares**, identificado con DNI N° **75656982**, egresado de la Universidad Nacional de Cajamarca, de la facultad de Educación, Escuela de Matemática y Física, desarrollo su proyecto de investigación titulado: “**Modelo de Van Hiele y su influencia en el desarrollo de la competencia resuelve problemas de forma, movimiento y localización, de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria de la I.E. N° 82012 “Toribio Casanova López”-Cajamarca 2024”** ,implementando la etapa experimental, mediante el desarrollo de sesiones de aprendizaje y la aplicación de los respectivos instrumentos.

Durante su permanencia en nuestra Institución Educativa el egresado demostró capacidad, puntualidad, responsabilidad durante el desarrollo de su Investigación.

Se expide la presente constancia a la parte interesada para los fines que estime conveniente.

Cajamarca,15 de julio del 2025

DIRECCIÓN REGIONAL DE EDUCACIÓN - I.E. N° 82012 TORIBIO CASANOVA LÓPEZ CAJAMARCA - DIRECCIÓN - GOBIERNO REGIONAL CAJAMARCA

Grimaldo Martín Correa Alvarez
DIRECTOR

Jr. Dos de Mayo N° 867-Cajamarca – Teléf.: 076-313677 / 076-365427 / 076-313679
E-mail: ie.82012_prim@tcl.edu.pe / ie.82012_sec@tcl.edu.pe

Universidad Nacional de Cajamarca
"Norte de la Universidad Peruana"

Repositorio Digital Institucional

CONSTANCIA DE AUTORIZACIÓN

1. Datos del autor:

Nombres y Apellidos: César Miguel Castañeda Olivares

DNI/Otros Nº: 75656982

Correo electrónico: ccastanedao18_2@unc.edu.pe

Teléfono: 906657526

2. Grado académico o título profesional

☐Bachiller ☒Título profesional ☐Segunda especialidad

☐Maestro ☐Doctor

3. Tipo de trabajo de investigación

☒Tesis ☐Trabajo de investigación ☐Trabajo de suficiencia profesional

☐Trabajo académico

Título: MODELO DE VAN HIELE Y SU INFLUENCIA EN EL DESARROLLO DE LA COMPETENCIA RESUELVE PROBLEMAS DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN, DE LOS ESTUDIANTES DEL QUINTO GRADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DE LA I.E. Nº 82012 "TORIBIO CASANOVA LÓPEZ" - CAJAMARCA, 2024

Asesor: M. Cs. Elmer Luis Pisco Goicochea

Jurados: Presidente : Dr. Luis Enrique Zelaya de los Santos
Secretario : Dr. Juan Edilberto Julca Novoa
Vocal : Mg. Ever Rojas Huamán

Fecha de publicación: 05 / 01 / 2026

Escuela profesional/Unidad:
Escuela Académico Profesional de Educación

4. Licencias

Bajo los siguientes términos autorizo el depósito de mi trabajo de investigación en el Repositorio Digital Institucional de la Universidad Nacional de Cajamarca.

Con la autorización de depósito de mi trabajo de investigación, otorgo a la Universidad Nacional de Cajamarca una licencia no exclusiva para reproducir, distribuir, comunicar al público, transformar (únicamente mediante su traducción a otros idiomas) y poner a disposición del público mi trabajo de investigación, en formato físico o digital, en cualquier medio, conocido por conocerse, a través de los diversos servicios provistos por la Universidad, creados o por crearse, tales como el Repositorio Digital de la UNC, Colección de Tesis, entre otros, en el Perú y en el extranjero, por el tiempo y veces que considere necesarias, y libre de remuneraciones.

En virtud de dicha licencia, la Universidad Nacional de Cajamarca podrá reproducir mi trabajo de investigación en cualquier tipo de soporte y en más de un ejemplar, sin modificar su contenido, solo con propósitos de seguridad, respaldo y preservación.

Universidad Nacional de Cajamarca
"Norte de la Universidad Peruana"

Repositorio Digital Institucional

CONSTANCIA DE AUTORIZACIÓN

Declaro que el trabajo de investigación es una creación de mi autoría y exclusiva titularidad, o coautoría con titularidad compartida, y me encuentro facultado a conceder la presente licencia y, asimismo, garantizo que dicho trabajo de investigación no infringe derechos de autor de terceras personas. La Universidad Nacional de Cajamarca consignará el nombre del(los) autor(es) del trabajo de investigación, y no le hará ninguna modificación más que la permitida en la presente licencia.

Autorizo el depósito (marque con una X)

__X__ Sí, autorizo que se deposite inmediatamente.

______ Sí, autorizo que se deposite a partir de la fecha ______/______/______

______ No autorizo

Firma

05 / 01 / 2026

Fecha