



**UNIVERSIDAD NACIONAL DE
CAJAMARCA**

FACULTAD DE INGENIERÍA

**ESCUELA ACADÉMICO PROFESIONAL DE
INGENIERÍA CIVIL**



**“EVALUACIÓN DE LA REDUCCIÓN DEL ÁREA DE
CONFINAMIENTO DEL CONCRETO EN LAS UNIONES
RECTANGULARES VIGA – COLUMNA DE CONCRETO ARMADO NO
PREVISTAS EN EL DISEÑO ESTRUCTURAL EN EL ENSAYO DE
FLEXIÓN”**

TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO DE:

INGENIERO CIVIL

PRESENTADO POR EL BACHILLER:

SILVA SÁNCHEZ, JOSÉ LUIS

ASESOR:

Dr. Ing. MIGUEL MOSQUEIRA MORENO

Cajamarca 2017

DEDICATORIA

Con cariño y eterna gratitud dedico este trabajo a mi madre, *Isabel*, quien con su esfuerzo y sacrificio hizo posible culminar mi carrera.

A mi hermano, *Juan Carlos*, que recordándome memorias de infancia y sueños de adultos me animó a culminar la presente tesis.

A mis queridos abuelitos, *Pedro y Agripina*, por quererme y apoyarme siempre, esto también se lo debo a ustedes.

A mi *Maguita*, persona que durante muchos días y años fue mi compañera, mi amiga, mi consejera y mi complemento hacia la felicidad.

AGRADECIMIENTO

Al Ser Supremo, por haberme dado la vida y la inspiración para ser Ingeniero Civil.

A mis **Docentes de la Universidad Nacional de Cajamarca** como testimonio de eterna gratitud.

Al **Dr. Ing. Miguel Mosqueira Moreno**, quien se ha dignado asesorar la presente tesis con sus conocimientos y acertadas orientaciones.

Al **Mgc. Ing. Héctor Pérez Loayza**, que con nobleza, entusiasmo y conocimientos, brindó su apoyo permanente en la realización de la presente tesis.

Al presidente y miembros del jurado calificador

Presidente : Mgc. Ing. Héctor Pérez Loayza

Secretario : Ing. Simón Horna Pereira

Vocal : Mgc. Ing. Jaime Amorós Delgado

Por su apoyo y tiempo dedicado a las correcciones del presente trabajo.

Mi gratitud a todos **mis compañeros** quienes en momentos difíciles me animaron a culminar este trabajo.

Finalmente, agradezco a quien lee este trabajo, por permitir que mis experiencias, investigaciones y conocimiento, incurran dentro de su repertorio de información mental.

ÍNDICE GENERAL

1.	CAPÍTULO I INTRODUCCIÓN.....	17
1.1	CONTEXTO	18
1.2	PROBLEMA	18
1.2.1	PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	18
1.2.2	FORMULACIÓN DEL PROBLEMA	20
1.3	HIPÓTESIS	20
1.3.1	HIPÓTESIS GENERAL.....	20
1.4	JUSTIFICACIÓN.....	20
1.5	ALCANCES O DELIMITACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN.....	21
1.6	LIMITACIONES.....	22
1.7	OBJETIVOS.....	22
1.7.1	OBJETIVO GENERAL	22
1.7.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	22
2	CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO.....	23
2.1	ANTECEDENTES HISTÓRICOS DE LA INVESTIGACIÓN.....	24
2.1.1	COMPORTAMIENTO EXPERIMENTAL DE UNIONES INTERIORES VIGA PLANA-COLUMNA DE CONCRETO ARMADO BAJO ACCIONES SÍSMICAS Y CARGA AXIAL. (REVISIÓN TÉCNICA ING. UNIVERSIDAD DE ZULIA V.32 N.1 MARACAIBO ABR. 2009)	24
2.1.2	ENSAYOS DE RESISTENCIA DE PÓRTICOS DE CONCRETO A ESCALA, REFORZADOS CON CFRP EN LOS NUDOS (TECNURA VOL.15 NO.28 BOGOTÁ JAN. /JUNIO 2011)	25
2.2	CARACTERÍSTICAS GENERALES DEL CONCRETO Y EL ACERO	26
2.2.1	CONCRETO.....	26
2.2.2	CARACTERÍSTICAS ESFUERZO DEFORMACIÓN DEL CONCRETO SIMPLE	26
2.2.3	MODOS DE FALLA Y CARACTERÍSTICAS ESFUERZO-DEFORMACIÓN BAJO COMPRESIÓN AXIAL.....	27
2.2.4	CURVAS ESFUERZO-DEFORMACIÓN	27
2.3	ACERO	28
2.3.1	VARILLAS CORRUGADAS	29
2.3.2	RELACIÓN ESFUERZO DEFORMACIÓN DEL ACERO.....	30
2.4	ELEMENTOS SUJETOS A FLEXIÓN	31

2.5	COMPORTAMIENTO DE ELEMENTOS SUJETOS A FLEXIÓN	31
2.6	TIPOS DE FALLAS DE ELEMENTOS SUJETOS A FLEXIÓN	32
2.6.1	FALLA A TENSIÓN	32
2.7	FALLA A COMPRESIÓN.....	32
2.7.1	FALLA BALANCEADA.....	33
2.8	ELEMENTOS SUJETOS A FLEXIÓN Y CARGA AXIAL.....	34
2.8.1	ELEMENTOS SUJETOS A CARGA AXIAL.....	34
2.8.2	COMPORTAMIENTO, MODOS DE FALLA Y RESISTENCIA DE ELEMENTOS SUJETOS A COMPRESIÓN AXIAL	34
2.9	COMPORTAMIENTO Y MODOS DE FALLA DE ELEMENTOS SUJETOS A FLEXOCOMPRESIÓN 36	
2.10	UNIÓN VIGA - COLUMNA.....	38
2.10.1	TIPOS DE UNIONES	38
2.10.2	GEOMÉTRICA DE LA CONEXIÓN.....	38
2.10.3	CONDICIONES DE CARGA.....	39
2.10.4	CONFINAMIENTO Y REFUERZO TRANSVERSAL EN LA UNIÓN VIGA - COLUMNA	40
2.10.5	MODOS DE FALLA DE LAS UNIONES VIGA-COLUMNA	40
2.10.6	REQUISITOS FUNCIONALES DE LA UNIÓN VIGA-COLUMNA.....	41
2.11	ANÁLISIS Y DISEÑO ESTRUCTURAL.....	42
2.12	CARACTERÍSTICAS DE ACCIÓN RESPUESTA DE ELEMENTOS DE CONCRETO ARMADO	42
2.13	CONSIDERACIONES SOBRE RESISTENCIAS DE LOS MIEMBROS.....	43
2.14	SUPOSICIONES BÁSICAS DE LA TEORÍA DE LA RESISTENCIA A FLEXIÓN	44
2.14.1	PRINCIPIO DE BERNOULÍ	44
2.14.2	SE CONOCE LA CURVA DE ESFUERZO - DEFORMACIÓN PARA EL ACERO DE REFUERZO	45
2.14.3	SE PUEDE DESPRECIAR LA RESISTENCIA A TENSIÓN DEL CONCRETO	45
2.14.4	SE CONOCE LA CURVA DE ESFUERZO-DEFORMACIÓN DEL CONCRETO.....	45
2.14.5	DEFORMACIÓN DEL CONCRETO EN LA RESISTENCIA MÁXIMA A FLEXIÓN	46
2.15	PROCEDIMIENTO ESPACIAL DE ESTRUCTURACIÓN	48
2.16	PROCEDIMIENTO ESPACIAL DEL ANÁLISIS ESTRUCTURAL	48
2.16.1	MODELAR LA ESTRUCTURA	48
2.16.2	DETERMINAR LAS ACCIONES DE DISEÑO.....	49

2.16.3	DETERMINAR EL EFECTO DE LAS ACCIONES DE DISEÑO EN EL MODELO DE ESTRUCTURA ELEGIDO	49
2.16.4	DIMENSIONAMIENTO DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES	50
2.17	PROCEDIMIENTO ESPACIAL DEL PROCESO DE DISEÑO ESTRUCTURAL.....	50
2.17.1	PLANTEAMIENTO DE SOLUCIONES PRELIMINARES.....	50
2.17.2	EVALUACIÓN DE SOLUCIONES PRELIMINARES.	51
2.17.3	DISEÑO DETALLADO	51
2.17.4	TRANSFERENCIA DE LOS RESULTADOS DEL DISEÑO.....	51
2.17.5	SUPERVISIÓN	52
2.18	BASE TEÓRICA-CIENTÍFICA DE ESTRUCTURACIÓN	52
2.18.1	PREDIMENSIONAMIENTO DE VIGAS.....	52
2.18.2	PREDIMENSIONAMIENTO DE COLUMNAS.....	56
2.19	BASE TEÓRICA-CIENTÍFICA DEL ANÁLISIS ESTRUCTURAL	58
2.19.1	MÉTODOS CLÁSICOS.....	59
2.19.2	MÉTODOS MATRICIALES O PROGRAMABLES	59
2.19.3	TRANSFORMACIÓN DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ DE COORDENADAS LOCALES A COORDENADAS GLOBALES	71
2.20	BASE TEÓRICA-CIENTÍFICA DEL DISEÑO ESTRUCTURAL	75
2.20.1	DISEÑO POR ESFUERZOS DE TRABAJO	75
2.20.2	DISEÑO POR RESISTENCIA	76
2.21	VIGAS.....	84
2.21.1	DISEÑO POR FLEXIÓN.....	85
2.21.2	SECCIONES RECTANGULARES SIMPLEMENTE REFORZADAS	85
2.21.3	RESISTENCIA A LA TORSIÓN	92
2.22	COLUMNAS.....	95
2.22.1	EFFECTO GEOMÉTRICO EN COLUMNAS	95
2.22.2	DISEÑO DE COLUMNAS.....	96
2.22.3	COLUMNAS CORTAS	97
2.22.4	COLUMNAS ESBELTAS.....	100
2.22.5	DISEÑO POR CORTANTE	102
2.23	UNIONES VIGA-COLUMNA.....	104
2.23.1	CARGAS EN LAS UNIONES VIGA - COLUMNA Y FUERZAS RESULTANTES	105

2.23.2	RESISTENCIA A FUERZA CORTANTE DE UNA UNIÓN VIGA-COLUMNA	107
2.23.3	REFUERZO TRANSVERSAL EN LA UNIÓN VIGA-COLUMNA	110
2.23.4	ANCLAJE Y DESARROLLO DEL REFUERZO DE VIGAS.....	112
2.24	DETALLES DEL REFUERZO.....	112
2.24.1	GANCHOS ESTÁNDAR.....	112
2.24.2	DIÁMETROS MÍNIMOS DE DOBLADO	113
2.24.3	COLOCACIÓN DEL REFUERZO.....	114
2.24.4	CONSIDERACIONES SÍSMICAS PARA DETALLES DE REFUERZO	116
2.24.5	REQUISITOS PARA SISTEMA RESISTENTE A FUERZAS LATERALES DE MUROS ESTRUCTURALES O DUAL TIPO I.....	116
2.24.6	REQUISITOS PARA SISTEMAS RESISTENTES A FUERZAS LATERALES DE PÓRTICOS Y DUALES TIPO II.....	119
2.25	EL ARTE DE DETALLAR	126
2.25.1	UNIÓN VIGA-COLUMNA BAJO CARGAS QUE CIERRAN	127
2.25.2	UNIÓN VIGA-COLUMNA BAJO CARGAS QUE ABREN	129
3	CAPÍTULO III MATERIALES Y MÉTODOS	131
3.1	UBICACIÓN DEL LUGAR DE INVESTIGACIÓN	132
3.2	METODOLOGÍA.....	132
3.2.1	POBLACIÓN	132
3.2.2	MUESTRA	133
3.3	UNIDAD DE ANÁLISIS	133
3.4	ALCANCE DEL PROYECTO	133
3.5	TIPO DE INVESTIGACIÓN	134
3.6	DISEÑO	134
3.7	TÉCNICAS DE RECOLECCIÓN DE DATOS.....	134
3.8	TRATAMIENTO Y ANÁLISIS DE DATOS UTILIZADOS	134
3.9	LIMITACIONES.....	134
3.10	PROCEDIMIENTOS	135
3.10.1	PREDIMENSIONAMIENTO DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES	135
3.11	ANÁLISIS ESTRUCTURAL	135
3.12	DISEÑO ESTRUCTURAL.....	135
3.13	ELABORACIÓN Y DETALLAMIENTO DE PLANOS ESTRUCTURALES	136

3.14	CONSTRUCCIÓN IN SITU DE LOS TESTIGOS A ENSAYAR	136
3.15	ENSAYO DE LOS TESTIGOS CONSTRUIDOS IN SITU.....	136
4	CAPÍTULO IV RESULTADOS Y DISCUSIÓN	137
4.1	ENSAYO DE TESTIGOS ESTANDARIZADOS	138
4.1.1	ENSAYOS A COMPRESIÓN DEL CONCRETO SIMPLE	138
4.1.2	PROPIEDADES FÍSICAS DEL ACERO DE REFUERZO	139
4.2	UNIÓN VIGA COLUMNA. QUE PRESENTA CONSTANCIA DEL ÁREA DE CONFINAMIENTO DEL CONCRETO	140
4.2.1	FUERZAS RESULTANTES EN UNIÓN VIGA COLUMNA, QUE PRESENTA CONSTANCIA DEL ÁREA DE CONFINAMIENTO DEL CONCRETO.....	141
4.2.2	UNIÓN VIGA COLUMNA, QUE PRESENTA UNA VARIACIÓN EN LA REDUCCIÓN DEL ÁREA DE CONFINAMIENTO DEL CONCRETO.....	144
4.2.3	FUERZAS RESULTANTES EN UNIÓN VIGA-COLUMNA, QUE PRESENTABAN UNA VARIACIÓN EN LA REDUCCIÓN DEL ÁREA DE CONFINAMIENTO DEL CONCRETO	145
4.2.4	UNIÓN VIGA-COLUMNA QUE PRESENTABAN LA SOLUCIÓN (REFUERZO DIAGONAL).....	148
4.2.5	FUERZAS RESULTANTES EN UNIÓN VIGA-COLUMNA, QUE PRESENTABAN UNA VARIACIÓN EN LA REDUCCIÓN DEL ÁREA DE CONFINAMIENTO DEL CONCRETO, CON ESTRIBO DIAGONAL DE REFUERZO	149
4.3	DISCUSIÓN DE ENSAYO DE TESTIGOS ESTANDARIZADOS	152
4.3.1	DISCUSIÓN DE RESULTADOS SOBRE RESISTENCIA A CARGA ÚLTIMA	152
4.3.2	DISCUSIÓN DE RESULTADOS SOBRE FUERZAS RESULTANTES POR ACCIÓN DE CARGA ÚLTIMA.....	153
5	CAPÍTULO V CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	156
5.1	CONCLUSIONES:.....	157
5.2	RECOMENDACIONES:	158
6	CAPÍTULO VI FUENTES BIBLIOGRÁFICAS	159
6.1	BIBLIOGRAFÍA.....	160
7	CAPÍTULO VII ANEXOS.....	162
7.1	PREDIMENSIONAMIENTO DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES	163
7.1.1	PREDIMENSIONAMIENTO DE VIGAS.....	163
7.1.2	PREDIMENSIONANDO POR LA NORMA E-030	163
7.1.3	PREDIMENSIONANDO POR LA NORMA E-060	165
7.2	PREDIMENSIONAMIENTO DE COLUMNAS:	165

7.2.1	PREDIMENSIONAMIENTO DE COLUMNAS DE ESQUINAS.....	166
7.2.2	PREDIMENSIONAMIENTO DE COLUMNAS DE CENTRO	166
7.3	ESTANDARIZACIÓN DE DIMENSIONES:	167
7.3.1	ÁREA TRANSVERSAL DE COLUMNAS:	167
7.3.2	ÁREA TRANSVERSAL DE VIGAS	167
7.4	ANÁLISIS ESTRUCTURAL DE TESTIGOS ESTANDARIZADOS.....	168
7.4.1	CARACTERÍSTICAS Y PROPIEDADES DE LOS TESTIGOS ESTANDARIZADOS.....	168
7.4.2	ENCONTRANDO ESFUERZOS EN EL MARCO ESTABLECIDO:.....	168
7.5	DISEÑO DE TESTIGOS ESTANDARIZADOS.....	177
7.5.1	DISEÑO DE ACERO EN VIGAS PARA MOMENTO POSITIVO Y NEGATIVO Y FUERZAS CORTANTES.....	177
7.5.2	DISTRIBUCIÓN DE ÁREA DE ACERO PARA MOMENTO POSITIVO	178
7.5.3	DISEÑO DE ÁREAS DE ACERO PARA MOMENTO NEGATIVO.....	179
7.5.4	RE -DISEÑO DE ÁREAS DE ACERO MOMENTO NEGATIVO.....	180
7.5.5	DISTRIBUCIÓN DE ÁREA DE ACERO MOMENTO NEGATIVO	180
7.5.6	RE -CÁLCULO DE MOMENTO ACTUANTE MOMENTO NEGATIVO.....	180
7.6	DISEÑO DE ACERO EN VIGAS PARA FUERZA CORTANTE.....	180
7.6.1	CÁLCULO DE RESISTENCIA A LA FUERZA CORTANTE DEL CONCRETO.....	180
7.7	DISEÑO DE ACERO EN COLUMNAS PARA MOMENTO POSITIVO Y NEGATIVO Y FUERZAS CORTANTES	181
7.7.1	DISEÑO DE ACERO EN COLUMNAS PARA FUERZAS CORTANTES.....	181
7.8	DISEÑO DE ACERO EN COLUMNAS PARA MOMENTO ACTUANTES	183
7.8.1	DATOS PRELIMINARES	183
7.8.2	PROCEDIMIENTO PARA LA CONSTRUCCIÓN DEL DIAGRAMA DE ITERACIÓN DE COLUMNA.....	184
7.9	DISEÑO DE REFUERZO DIAGONAL EN UNIONES VIGA-COLUMNA.....	187
7.9.1	DATOS A EMPLEAR	187
7.9.2	ÁCERAS DE ACERO ESTRIBO DIAGONAL	187
7.10	FOTOGRAFÍAS DE ENSAYOS REALIZADOS.....	188
7.11	PLANOS DE ESTRUCTURAS.....	190

ÍNDICE DE CUADROS

<i>Cuadro 1: Características resistentes de los aceros grado 40, 60,75</i>	<i>29</i>
<i>Cuadro 2: valores de “n” y “P”, según el tipo de columna a diseñar.</i>	<i>58</i>
<i>Cuadro 3: sistema de coordenadas globales</i>	<i>60</i>
<i>Cuadro 4: Combinaciones de cargas factorizadas para determinar la resistencia requerida según el Reglamento Nacional de Edificaciones del Perú.....</i>	<i>79</i>
<i>Cuadro 5: Factores de reducción de resistencia para estados límite determinados.</i>	<i>80</i>
<i>Cuadro 7: Factores de reducción de resistencia Φ.....</i>	<i>96</i>
<i>Cuadro 8: diámetros interiores mínimos de doblado</i>	<i>113</i>
<i>Cuadro 9: tolerancias aceptables para peralte efectivo y recubrimiento.....</i>	<i>114</i>
<i>Cuadro 10: Variables e indicadores de la investigación.....</i>	<i>134</i>
<i>Cuadro 11: Cargas última y promedio de testigos ensayados.....</i>	<i>138</i>
<i>Cuadro 12: Dimensiones y pesos nominales de barras usadas en la elaboración de testigos estandarizados.</i>	<i>139</i>
<i>Cuadro 13: Propiedades mecánicas del acero de refuerzo.</i>	<i>139</i>
<i>Cuadro 14: Cargas últimas y promedio de testigos ensayados</i>	<i>140</i>
<i>Cuadro 15: Fuerzas resultantes que se presentan ante la acción de la carga última</i>	<i>141</i>
<i>Cuadro 16: Carga promedio de fuerzas resultante ante la acción de fuerza última</i>	<i>143</i>
<i>Cuadro 17: Cargas última y promedio de testigos ensayados, en elementos que presentan reducción del área de confinamiento del concreto.</i>	<i>144</i>
<i>Cuadro 18: Fuerzas resultantes que se presentan ante la acción de la carga última.</i>	<i>145</i>
<i>Cuadro 19: Carga promedio de fuerzas resultante ante la acción de fuerza última.</i>	<i>147</i>
<i>Cuadro 20: Cargas última y promedio de testigos ensayados, en elementos que presentan una solución mediante refuerzo diagonal.</i>	<i>148</i>
<i>Cuadro 21: Fuerzas resultantes que se presentan ante la acción de la carga última</i>	<i>149</i>
<i>Cuadro 22: Carga promedio de fuerzas resultante ante la acción de fuerza última.</i>	<i>151</i>
<i>Cuadro 23: Cargas promedio de testigos ensayados.....</i>	<i>152</i>
<i>Cuadro 24: Fuerzas axiales promedio de testigos ensayados</i>	<i>153</i>
<i>Cuadro 25: Fuerzas cortantes promedio de testigos ensayados.....</i>	<i>154</i>
<i>Cuadro 26: Fuerzas cortantes promedio de testigos ensayados.....</i>	<i>155</i>
<i>Cuadro 27: Peralte mínimo de vigas</i>	<i>163</i>
<i>Cuadro 28: valores de “n” y “P”, según el tipo de columna a diseñar.....</i>	<i>165</i>
<i>Cuadro 29: Resumen de fuerzas para diseño estructural de testigos estandarizado.....</i>	<i>176</i>
<i>Cuadro 30: Resumen de fuerzas para diseño estructural de testigos estandarizado.....</i>	<i>176</i>
<i>Cuadro 31: Fuerza axial, aplicada en el punto de compresión pura.</i>	<i>184</i>
<i>Cuadro 32: Fuerza de tracción nula.....</i>	<i>184</i>
<i>Cuadro 33: Fuerza de tracción del refuerzo.....</i>	<i>184</i>
<i>Cuadro 34: Fuerza en el punto de falla balanceada</i>	<i>185</i>
<i>Cuadro 35: Fuerza en el punto de falla balanceada.</i>	<i>185</i>
<i>Cuadro 36: Tabulación de datos calculados para gráficas diagrama de iteración.</i>	<i>186</i>

ÍNDICE DE FIGURAS

<i>Figura 1: Falla a compresión de un cilindro de concreto</i>	27
<i>Figura 2: curvas esfuerzo-deformación a carga un axial</i>	28
<i>Figura 3: Características de las corrugaciones de las varillas de acero</i>	29
<i>Figura 4: Curva típica esfuerzo-deformación para refuerzo de acero</i>	30
<i>Figura 5: Idealización de la curva esfuerzo-deformación, asumido por el ACI</i>	30
<i>Figura 6: Espécimen típico para estudio de flexión</i>	31
<i>Figura 7: Gráfica carga deflexión de un elemento, con un porcentaje de acero usual en tención</i>	32
<i>Figura 8: Agrietamiento en viga sub-reforzada</i>	32
<i>Figura 9: Agrietamiento en viga sub-reforzada</i>	33
<i>Figura 10: Gráfica carga deflexión elementos con porcentajes variables de acero</i>	33
<i>Figura 12: Curvas carga-deformación unitaria de columnas cortas bajo compresión axial</i> .	36
<i>Figura 13: Espécimen para ensaye en flexocompresión con agrietamiento típico</i>	37
<i>Figura 14: Diagrama de interacción típico para una sección rectangular</i>	37
<i>Figura 15: Tipos de conexiones viga-columna</i>	39
<i>Figura 16: Cargas gravitacionales bajo momentos</i>	39
<i>Figura 17: Cargas que producen desplazamiento lateral</i>	40
<i>Figura 18: Modos de falla en uniones viga-columna</i>	41
<i>Figura 19: Acciones, características y tipo de respuesta en elementos de concreto armado</i>	43
<i>Figura 20: Distribución de deformación a través de una sección de columna de concreto reforzado, en distinto incrementos de carga</i>	45
<i>Figura 21: Distribución de deformaciones y esfuerzos en en concreto comprimido de una sección al aumentar el esfuerzo flexionante asta la resistencia a flexión</i>	46
<i>Figura 22: Curvas momento-deformación para una viga de concreto simplemente reforzada en base a las pruebas de compresión en cilindros</i>	47
<i>Figura 23: Efecto del perfil de una sección en la deformación del concreto en la fibra extrema de compresión a momento máximo</i>	47
<i>Figura 24: viga rectangular con acero solo en tracción</i>	52
<i>Figura 25: vista en planta de una viga cualquiera</i>	53
<i>Figura 26: vista sección transversal de dos vigas cualquiera</i>	56
<i>Figura 27: vista sección transversal de dos vigas cualquiera</i>	57
<i>Figura 28: Sistema de coordenadas locales</i>	60
<i>Figura 29: ángulo " α " de transformación de sistemas de coordenadas</i>	61
<i>Figura 30: Transformación de coordenadas</i>	61
<i>Figura 31: ejemplo de transformación de coordenadas</i>	63
<i>Figura 32: fuerzas en coordenadas globales</i>	64
<i>Figura 33: Idealización del elemento en estado de deformación</i>	65
<i>Figura 34: Fuerza y desplazamientos en los extremos de un elemento de un pórtico plano</i> .	66
<i>Figura 35: Desplazamiento unitario en la dirección del primer grado de libertad</i>	67

<i>Figura 36: Desplazamiento unitario en la dirección del segundo grado de libertad</i>	
<i>Figura 37: términos de las variables de la ecuación de pendiente deformación.....</i>	<i>68</i>
<i>Figura 38: Desplazamiento unitario en la dirección del tercer grado de libertad.....</i>	<i>70</i>
<i>Figura 39: términos de las variables de la ecuación de pendiente deformación.....</i>	<i>70</i>
<i>Figura 40: Viga con deflexión ante una fuerza “f”</i>	<i>72</i>
<i>Figura 41: Gráfica fuerza vs desplazamiento.....</i>	<i>72</i>
<i>Figura 42: Viga con cargas aplicadas entre nudos.....</i>	<i>74</i>
<i>Figura 43: Distribución de deformaciones unitarias</i>	<i>83</i>
<i>Figura 44: Distribución de deformaciones unitarias</i>	<i>84</i>
<i>Figura 45: condiciones de equilibrio con refuerzo en tensión</i>	<i>86</i>
<i>Figura 46: Condiciones de apoyo y de aplicación de las cargas externas en las cuales se puede reducir la fuerza V_u de diseño a “d” de la cara.....</i>	<i>88</i>
<i>Figura 47: Ejemplo de porción de losa que debe considerarse para el cálculo de A_{cp} y P_{cp}</i>	<i>91</i>
<i>Figura 48: Definición de A_{0h} (área sombreada).....</i>	<i>92</i>
<i>Figura 49: Diagrama de deformaciones y esfuerzos para una sección con carga axial excéntrica.....</i>	<i>98</i>
<i>Figura 50: Diagrama de deformaciones y esfuerzos para una sección con carga axial....</i>	<i>99</i>
<i>Figura 51: Descripción de curvas en el Diagrama de deformaciones y esfuerzos para una sección con carga axial.</i>	<i>99</i>
<i>Figura 52: Superficie de interacción biaxial.....</i>	<i>100</i>
<i>Figura 53: Efectos del pandeo en columnas.....</i>	<i>101</i>
<i>Figura 54: Valores de longitud efectiva “k”</i>	<i>102</i>
<i>Figura 55: diagrama de cuerpo libre de una unión común de un pórtico sometido a cargas gravitacionales con momentos M_1 y M_2, que actúan en caras opuestas y en sentidos contrarios.....</i>	<i>105</i>
<i>Figura 56: fuerzas resultantes que deben transmitirse a través del nudo</i>	<i>106</i>
<i>Figura 57: Diagrama de cuerpo libre de una columna interior y del nudo</i>	<i>107</i>
<i>Figura 58: Determinación del ancho efectivo b del nudo: (a) unión interior; (b) unión exterior o de esquina; (c) viga más ancha que la columna.....</i>	<i>108</i>
<i>Figura 59: Confinamiento de uniones en las direcciones “X” e “Y”</i>	<i>111</i>
<i>Figura 60: Confinamiento de uniones en las direcciones “X”</i>	<i>111</i>
<i>Figura 61: Ganchos de barras longitudinales, estribos y grapas suplementarias.</i>	<i>113</i>
<i>Figura 62: Diámetros interiores mínimos de doblado de barras</i>	<i>114</i>
<i>Figura 63: Requerimientos de estribos en vigas.....</i>	<i>117</i>
<i>Figura 64: Requerimientos de estribos en columnas.....</i>	<i>118</i>
<i>Figura 65: Ejemplos de determinación de A_{sh}.....</i>	<i>122</i>
<i>Figura 66: Distancia máxima entre ramas del refuerzo transversal,</i>	<i>122</i>
<i>Figura 67: Área efectiva en el nudo</i>	<i>125</i>
<i>Figura 68: Fuerzas para el cálculo del cortante en el nudo</i>	<i>125</i>

<i>Figura 69: Acciones fuerzas internas y grietas a cortante y fisuración de una unión viga columna sometida a fuerzas de cierre.....</i>	<i>127</i>
<i>Figura 70: Refuerzo secundario en la unión viga-columna</i>	<i>128</i>
<i>Figura 71: Acciones fuerzas internas y grietas a cortante y fisuración de una unión viga columna sometida a fuerzas de abertura.</i>	<i>129</i>
<i>Figura 72: Detalle sugerido para uniones viga columna ante fuerzas que abren.</i>	<i>130</i>
<i>Figura 73: Marco sometido a cargas mayoradas.....</i>	<i>169</i>
<i>Figura 74: Configuración de materiales en el programa sap2000 v 18.2.0.....</i>	<i>169</i>
<i>Figura 75: Configuración de geometría en el programa sap2000 v 18.2.0</i>	<i>170</i>
<i>Figura 76: Configuración de peralte efectivo en el programa sap2000 v 18.2.0.....</i>	<i>170</i>
<i>Figura 77: Configuración de geometría en el programa sap2000 v 18.2.0</i>	<i>171</i>
<i>Figura 78: Configuración de recubrimiento en el programa sap2000 v 18.2.0.....</i>	<i>171</i>
<i>Figura 79: Modelado de testigos estandarizados en el programa sap2000 v 18.2.0</i>	<i>172</i>
<i>Figura 80: Configuración de cargas en el programa sap2000 v 18.2.0.....</i>	<i>172</i>
<i>Figura 81: Configuración de factores de cargas en el programa sap2000 v 18.2.0.....</i>	<i>173</i>
<i>Figura 82: Asignación de fuerza en el programa sap2000 v 18.2.0.....</i>	<i>173</i>
<i>Figura 83: carga puntual en testigo estandarizado en el programa sap2000 v 18.2.0</i>	<i>174</i>
<i>Figura 84: Distribución cromática de esfuerzos en testigo estandarizado en el programa sap2000 v 18.2.0.....</i>	<i>174</i>
<i>Figura 85: diagramas de momentos en testigo estandarizado en el programa sap2000 v 18.2.0.....</i>	<i>175</i>
<i>Figura 86: diagramas de fuerzas cortantes en testigo estandarizado en el programa sap2000 v 18.2.0.....</i>	<i>175</i>
<i>Figura 87: diagramas de fuerzas axiales en testigo estandarizado en el programa sap2000 v 18.2.0.....</i>	<i>176</i>
<i>Figura 88: Croquis de distribución de acero</i>	<i>183</i>

ÍNDICE DE GRÁFICOS

<i>Gráfico 1: Cargas última y promedio de testigos ensayados</i>	<i>138</i>
<i>Gráfico 2: Cargas última y promedio de testigos ensayados</i>	<i>140</i>
<i>Gráfico 3: Fuerzas axiales resultantes antes la acción de carga última</i>	<i>142</i>
<i>Gráfico 4: Fuerzas cortantes resultantes antes la acción de carga última</i>	<i>142</i>
<i>Gráfico 5: Momentos flectores, resultantes antes la acción de carga última.....</i>	<i>143</i>
<i>Gráfico 6: Cargas última y promedio de testigos ensayados, en elementos que presentan reducción del área de confinamiento del concreto</i>	<i>144</i>
<i>Gráfico 7: Fuerzas axiales resultantes antes la acción de carga última</i>	<i>146</i>
<i>Gráfico 8: Fuerzas axiales resultantes antes la acción de carga última</i>	<i>146</i>
<i>Gráfico 9: Fuerzas axiales resultantes antes la acción de carga última</i>	<i>147</i>
<i>Gráfico 10: Cargas última y promedio de testigos ensayados, en elementos que presentan una solución mediante refuerzo diagonal.....</i>	<i>148</i>

<i>Gráfico 11: Fuerzas axiales resultantes antes la acción de carga última</i>	<i>150</i>
<i>Gráfico 12: Fuerzas cortantes resultantes ante la acción de carga última</i>	<i>150</i>
<i>Gráfico 13: Fuerzas cortantes resultantes ante la acción de carga última</i>	<i>151</i>
<i>Gráfico 14: Comparación de cargas últimas y promedios de testigos ensayados.....</i>	<i>152</i>
<i>Gráfico 15: Diagrama de iteración de columna.....</i>	<i>186</i>

ÍNDICE DE IMÁGENES

<i>Imagen 1: fallas en testigos de ensayos unión viga-columna</i>	<i>24</i>
<i>Imagen 2: fallas en testigos de ensayos unión viga-columna</i>	<i>25</i>
<i>Imagen 3: testigo ensayado sin refuerzo de fibra de carbono</i>	<i>25</i>
<i>Imagen 4: testigo ensayado con refuerzo de fibra de carbono,</i>	<i>26</i>
<i>Imagen 5: Ubicación gráfica del lugar de investigación.....</i>	<i>132</i>

ÍNDICE DE TABLAS

<i>Tabla 1: Característica de elementos con distintos índices de refuerzo.....</i>	<i>34</i>
<i>Tabla 3: Valores de "γ" para conexiones viga-columna</i>	<i>109</i>

ÍNDICE DE FOTOGRAFÍAS

<i>Fotografía 1: Ejecución de diseño de mezclas</i>	<i>188</i>
<i>Fotografía 2: proceso constructivos de testigos estandarizados</i>	<i>188</i>
<i>Fotografía 3: proceso constructivos de testigos estandarizados</i>	<i>189</i>
<i>Fotografía 4 : supervisión de testigos estandarizados.....</i>	<i>189</i>
<i>Fotografía 5: prueba de testigos estandarizados.....</i>	<i>190</i>
<i>Fotografía 7 : fala diagonal en prueba de flexión.....</i>	<i>190</i>



RESUMEN

La presente Tesis tiene como objetivo evaluar la reducción del área de confinamiento del concreto en las uniones rectangulares viga-columna no prevista en el diseño estructural en el ensayo de flexión. A lo largo del presente trabajo se estudiaron los antecedentes de fallas en uniones viga-columna, bases teóricas y prácticas de predimensionamiento, análisis y diseño estructural de elementos de pórtico (vigas, columnas y uniones viga-columna). Para luego ser plasmados en un plano de estructuras.

Posteriormente luego del trabajo de gabinete, se procedió al trabajo en laboratorio, el cual consistía en la elaboración de testigos (pórticos), específicamente para tres casos planteados. Estos testigos se los probó en el ensayo de flexión. Los resultados de esta prueba reflejaron que la reducción del área de confinamiento del concreto en las uniones rectangulares viga-columna no prevista en el diseño estructural, disminuye la resistencia de la unión viga-columna en más de un 10%. Así también, que la adición de refuerzo diagonal al área de confinamiento del concreto en las uniones rectangulares viga-columna no prevista en el diseño estructural compensan en gran medida la disminución de la resistencia, llegando incluso hasta una variación de compensación de resistencia a carga última del 1%; demostrándose así que la adición de acero diagonal al área de confinamiento del concreto en las uniones rectangulares viga-columna no prevista en el diseño estructural, solucionaría un problema presente y recurrente, devenido de la informalidad en la construcción, en la ciudad de Cajamarca.

PALABRAS CLAVES

- Unión viga-columna,
- Estribo diagonal,
- Carga última,
- Fuerza axial,
- Fuerza cortante,
- Momento actuante, y
- Momento resistente.



ABSTRACT

The present thesis aims to evaluate the reduction of the confinement area of concrete in the beam-column rectangular joints not provided for in the structural design in the bending test. Throughout the present work, the history of faults in beam-column joints, theoretical bases and predimensioning practices, analysis and structural design of gantry elements (beams, columns and beam-column joints) were studied. Later to be sapped in a plane of structures.

Subsequently after the work of cabinet, the work was done in a laboratory, which consisted of the production of witnesses (porticos), for three cases raised. These tests were tested in the bending test. The results of this investigation showed that the reduction of the confinement area of the concrete in the beam-column rectangular joints not foreseen in the structural design decreases the strength of the beam-column joint by more than 10%. Also, the addition of diagonal reinforcement to the confinement area of the concrete in the beam-column rectangular joints not provided for in the structural design greatly compensates for the decrease in strength, even reaching a variation of ultimate load strength compensation of 1%, thus demonstrating that the addition of diagonal steel to the confinement area of the concrete in the beam-column rectangular joints not provided for in the structural design would solve a present and recurrent problem of construction informality in the city of Cajamarca.

KEYWORDS:

- Beam-column joint,
- Diagonal stirrup,
- Ultimate load,
- Axial force,
- Shear force,
- Acting moment, and
- Sturdy moment.



CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN



1.1 CONTEXTO

Existen edificaciones en Cajamarca que se diseñan y construyen sin ningún criterio y mucho menos una dirección técnica, lo cual origina deficiencias en el diseño y construcción, lo que conlleva a una gran cantidad de deficiencias y retrasos en las obras, (Víctor Roberto Narro De Los Ríos, Tesis: Estudio de vulnerabilidad sísmica en la ciudad de Cajamarca, 2006). Y si las fallencias corresponden específicamente a uniones de concreto armado no previstas en el diseño estructural se hace necesario brindar una solución para aquellas, máxime si no existe información que nos oriente y ayude a identificar, diagnosticar y dar solución adecuada a estos inconvenientes. Razón por la cual, se ha desarrollado el presente trabajo de investigación “Evaluación de la reducción del área de confinamiento del concreto en las uniones rectangulares viga-columna no previstas en el diseño estructural en el ensayo de flexión”, con el fin de tener una forma de evaluación, así como también, conocimiento de la forma cómo y en qué porcentajes afectan a la estructura y tomar la precaución necesaria para no cometer los mismos errores en la mezcla.

1.2 PROBLEMA

1.2.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El conocimiento del comportamiento de las estructuras es un tema que requiere mucho estudio y en especial al momento de entender la respuesta del sistema estructural ante diferentes situaciones (Mahmoud EI-Mihilmi, 2008). En la actualidad, la ingeniería civil ha llegado a un gran nivel de competitividad a nivel estructural y vial, por lo cual nos lleva a ser más exactos con nuestros análisis y diseños, pero ahora debemos ser conscientes de que todos estos análisis y diseños podrían ser inútiles si nuestros procesos constructivo son inadecuados y en especial si la forma en que se hace la unión viga-columna presenta defectos.

Es así que al pasar de los años las edificaciones se van deteriorando ya sea por el cambio de uso, clima, la falta de mantenimiento o eventos fortuitos entre los cuales puede ser un sismo o deslizamiento de lodo, etc.

Para mitigar el daño posible en una estructura, hay que conocer el comportamiento en condiciones reales de las diferentes estructuras que conforman una edificación.



Dado que, la gran mayoría de las fallas que se presentan en estructuras de concreto armado se producen en la unión de vigas con columnas. Esto puede deberse a la falta de estribos o mala distribución en las armaduras (Bernal, Jorge.2005). Por cuanto, en las construcciones en nuestro país no se acostumbra a hacer ingeniería de detalle en especial en las uniones viga-columna. Debido a que, para los nudos no se efectúan ningún tipo de recomendaciones escritas o detalles gráficos y los errores comienzan en la etapa de diseño y se agravan por falta de control en las obras durante la colocación de las armaduras (Bernal, Jorge.2005).

Muchas obras tanto de vivienda como de infraestructura presentan deficiencias de calidad, lo cual repercute en altos costos de construcción y mantenimiento, inseguridad e insatisfacción de los usuarios. Por tal motivo, se evidencia que en el sector construcción en general, existe la necesidad de aplicar un control de calidad en todas las etapas en que se lleva a cabo la realización del proyecto (Rojas Áreas, 1980)

Un ejemplo de esto se evidencia en la variación del recubrimiento y consecuentemente la reducción del **área de confinamiento del concreto** que se presenta en las uniones viga-columna, las cuales son las más sensibles y críticas de una construcción. Pues tener continuidad en el área de confinamiento del concreto, sirve para que la estructura trabaje como un sólido monolítico, y si fallan estas conexiones debido a la disminución del área de confinamiento del concreto, pueden presentarse fisuras, deformaciones importantes, grietas e inclusive colapso parcial o total de la estructura que conllevarías al abandono o su demolición.

Por ello, es fundamental que se conozca el comportamiento de la variación del área de confinamiento, especialmente, en las uniones viga-columna, para el caso específico en la unión viga-columna (sección transversal rectangular). He aquí el problema, sobre todo cuando no se tiene cuidado en la Ingeniería de detalle tanto de la columna y de la viga, ya que si se quiere unir la viga con la columna, se hace necesario reducir el **área de confinamiento**, el cual no está previsto en el diseño estructural idealizado.

Por ende, dado que una unión construida mediante la reducción del área de confinamiento no previsto en el análisis estructural de la edificación, afecta a la continuidad del área de confinamiento del concreto y la manera en que el nudo transmite las fuerzas originadas, ya sea de un sismo o de otro factor, a los elementos



de soporte, influye en la estabilidad y consecuentemente la seguridad de la estructura se podrían ver afectada.

1.2.2 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

¿La reducción del área de confinamiento en la unión rectangular viga-columna de concreto armado, disminuirá la resistencia de esta unión en más de un 10%?

1.3 HIPÓTESIS

1.3.1 HIPÓTESIS GENERAL

La reducción del área de confinamiento en la unión rectangular viga-columna de concreto armado, disminuye la resistencia de la unión viga-columna en más de un 10%.

1.4 JUSTIFICACIÓN

Esta investigación encuentra su justificación en que se pretende evaluar y dar solución a un problema constructivo, la misma que reducirá la gran dificultad de prever los esfuerzos permisibles que soportan una unión viga-columna anómala, (debido a la reducción del área de confinamiento del concreto), conllevando a reducir daños en las edificaciones.

Después de haber alcanzado nuestro resultado, se podrá desarrollar una nueva manera de analizar las uniones viga-columna, en las cuales se presenta un aumento del recubrimiento y una reducción del área de confinamiento del concreto, no previstos. Precisándose que esta variación del área de confinamiento, es de suma importancia, por no decir la base del análisis estructural de edificaciones y del concreto armado.

Ahora, este análisis de variación de la reducción del área de confinamiento en la conexión de viga-columna, al ser aplicada, nos dará un nuevo instrumento para tener en cuenta el análisis estructural en edificaciones.

Así mismo, para que nuestras características de ensamblaje constructivo en la unión viga-columna, (específicamente la reducción del área de confinamiento del concreto), **no varíen** con las características de unión idealizada viga-columna, (específicamente en la continuidad del área de confinamiento del concreto), nace la necesidad de analizar la forma de variación de las uniones idealizadas versus las uniones construidas, ya que esto indicará si nuestros resultados obtenidos en el diseño versus resultados obtenidos en la construcción estén dentro del rango permisible, para



que, en nuestras futuras construcciones estructurales, se tomen en cuenta esta variación del área de confinamiento del concreto aplicados a la forma en que se da la transmisión de esfuerzos.

Ahora considerando que, el ingeniero civil influye en la sociedad en una gran variedad de aspectos, porque la sociedad está en constante crecimiento y desarrollo y tal trabajo es parte del alcance de un ingeniero civil, en sus distintas ramas de aplicación, entonces al buscar una mejor obtención de datos con mayor exactitud, esto influirá de una manera favorable al crecimiento de la sociedad, con una disminución de errores de construcción.

1.5 ALCANCES O DELIMITACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

En la investigación se realizó testigos de uniones viga-columna, de sección transversal rectangular, los cuales presentaban reducción del área de confinamiento, versus testigos viga-columna, de sección transversal rectangular, los cuales no presentaban reducción del área de confinamiento a escala estándar, los que fueron fijados en laboratorio.

La reducción de la sección transversal, era mayor o igual al diámetro de las barras entre las caras longitudinales de la columna, las cuales se unen con la viga; estas reducciones oscilan entre 5.1% - 15% del área de la columna, según el diámetro de la barra que se utilice.

Estas muestras, se construyeron en la ciudad de Cajamarca, en el campus de la Universidad Nacional de Cajamarca, en el laboratorio de materiales de la Facultad de Ingeniería, Escuela Académico Profesional de Ingeniería Civil, donde se cuenta con la infraestructura necesaria para realizar pruebas representativas.

Las variables que se analizaron en la investigación, son la carga última, la resistencia al esfuerzo cortante y la resistencia a la flexión mediante el ensayo de flexión.



1.6 LIMITACIONES

En la elaboración de la presente Tesis se tuvieron las siguientes limitaciones:

- La imposibilidad de controlar la presencia de esfuerzos ajenos a la carga aplicada, en el momento preciso en que se probaría los testigos hechos.
- La inexistencia de normativa para realizar este ensayo.
- La limitación de evaluar los testigos, antes descritos, para varias resistencias de características de concreto estructural, ya que solo se evaluaría una resistencia promedio ($f'c$) de 210kg/cm².
- La limitación de evaluar las uniones viga-columna, no sólo para la reducción, sino también para ensanches, así como la variabilidad en asentamientos, es decir haciendo variable los niveles de los nudos.
- La limitación de evaluar la reducción en estructuras sometidas a grandes cargas axiales y cortantes, como son las ménsulas.
- La limitación de evaluar vigas de cambio de sección, en dónde se presenten esfuerzos cortantes relativamente altos. Caso por ejemplo en uniones de viga-viga.

1.7 OBJETIVOS

1.7.1 OBJETIVO GENERAL

Evaluar el comportamiento de la reducción del área de confinamiento del concreto en una unión rectangular viga-columna, hecha de concreto armado, no prevista en diseño estructural a través de ensayos de flexión.

1.7.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Realizar diversos ensayos en uniones de concreto viga-columna, los cuales contarán con una reducción del área de confinamiento, para luego ser analizados analíticamente y estadísticamente.
- Realizar diversos ensayos en uniones de concreto viga-columna, los cuales no sufrirán variación de su área de confinamiento, para luego ser analizados analíticamente y estadísticamente.
- Aplicar el modelo existente para dar solución al problema estudiado en uniones viga-columna con resultados experimentales a flexión.



CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

2.1 ANTECEDENTES HISTÓRICOS DE LA INVESTIGACIÓN

Se recuerda que en las uniones viga-columna, el esfuerzo de corte provoca grietas diagonales; de ahí que es común ver fallas por adherencia y anclaje del refuerzo longitudinal y transversal de las vigas a consecuencia de esfuerzos excesivos de flexión y cortante.

2.1.1 COMPORTAMIENTO EXPERIMENTAL DE UNIONES INTERIORES VIGA PLANA-COLUMNA DE CONCRETO ARMADO BAJO ACCIONES SÍSMICAS Y CARGA AXIAL. (REVISIÓN TÉCNICA ING. UNIVERSIDAD DE ZULIA V.32 N.1 MARACAIBO ABR. 2009)

Este trabajo presenta un modelo experimental que muestra la influencia de la carga axial en las juntas interiores viga plana-columna de concreto armado sometida a desplazamientos laterales simulando su comportamiento ante un sismo. Existe una parte numérica donde se simula el ensayo experimental usando el Modelo de Daño con Deslizamiento en las Juntas viga plana-columna. Los resultados numéricos y experimentales son muy parecidos. Los ensayos experimentales se realizaron sin carga axial de compresión en la columna y con carga axial aplicando el método de post-tensado para incorporar y mantener la carga axial en la columna de la junta. Los fenómenos analizados de los resultados experimentales son el estrangulamiento en las curvas de comportamiento histerético, la disipación de energía y la comparación entre las curvas de comportamiento experimentales y las simulaciones numéricas. Como resultado se reportan el aumento de resistencia al desplazamiento lateral de la probeta con carga axial aplicada, la mayor energía disipada de la probeta sin carga axial aplicada. Los niveles de daño obtenidos en la simulación con carga axial de compresión en la columna de la junta son mayores que sin carga axial, estando estos resultados numéricos acordes a los experimentales.

Imagen 1: Fallas en testigos de ensayos unión viga-columna



Fuente: Revisión Técnica. Ing. Universidad. Zulia v.32 n.1 Maracaibo abr. 2009

Imagen 2: Fallas en testigos de ensayos unión viga-columna



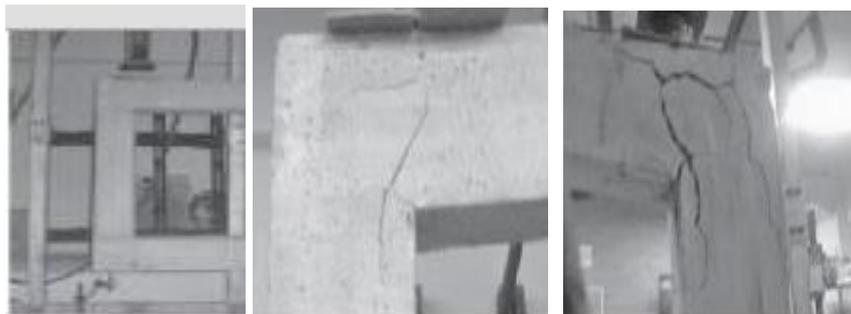
Fuente: Revisión Técnica. Ing. Universidad. Zulia v.32 n.1 Maracaibo abr. 2009)

Presentó como una de sus recomendaciones lo siguiente: realizar otros ensayos adicionales, variando las relaciones ancho de viga/ancho de columnas (b_v/b_c), y así determinar la relación a partir de la cual la carga axial de la columna tiene influencia determinante en el comportamiento histerético de las juntas viga plana-columna de concreto armado. Pudiendo verificar cual es la relación b_v/b_c en que el efecto de estrangulamiento tiende a desaparecer.

2.1.2 ENSAYOS DE RESISTENCIA DE PÓRTICOS DE CONCRETO A ESCALA, REFORZADOS CON CFRP EN LOS NUDOS (TECNURA VOL.15 NO.28 BOGOTÁ JAN. /JUNIO 2011)

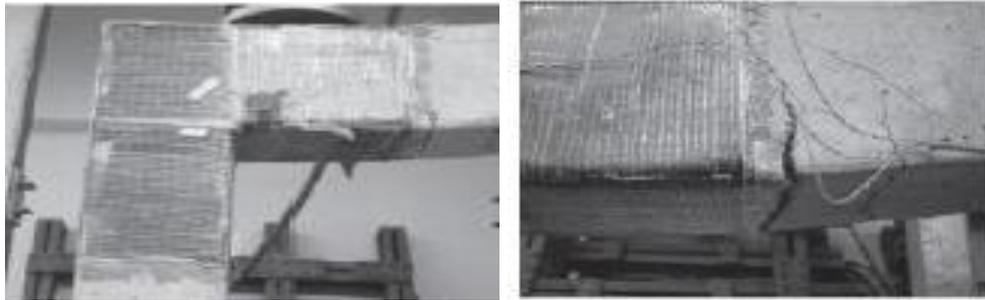
Se presentan los resultados de un estudio experimental de cuatro pórticos de concreto a escala (1:2) sometidos a carga monotónica. Éstos fueron diseñados y construidos sin zonas de confinamiento en los nudos y considerando únicamente la carga gravitacional. Dos de los cuatro marcos de concreto fueron fortalecidos en los nudos mediante un confinamiento con Polímeros Reforzados con Fibra de Carbono (CFRP). La instrumentación de los ensayos consistió en una celda de carga, deformímetros análogos y strain gages en las barras de acero de refuerzo y en las fibras de carbono.

Imagen 3: Testigo ensayado sin refuerzo de fibra de carbono



Fuente: Tecnura vol.15 no.28 Bogotá Jan. /junio 2011

Imagen 4: Testigo ensayado con refuerzo de fibra de carbono,



Fuente: Tecnura vol.15 no.28 Bogotá Jan. /Jun 2011)

De acuerdo con los resultados experimentales, el refuerzo con fibras duplica la resistencia y la rigidez de los pórticos e incrementa su desplazamiento máximo sin pérdida de resistencia en un 60%. Así mismo, el confinamiento de los nudos con CFRP disminuye notablemente las fisuras y grietas de los elementos estructurales.

2.2 CARACTERÍSTICAS GENERALES DEL CONCRETO Y EL ACERO

2.2.1 CONCRETO

El concreto es un material pétreo, artificial, obtenido de la mezcla, en proporciones determinadas, de cemento, agregados y agua. El cemento y el agua forman una pasta que rodea a los agregados, constituyendo un material heterogéneo. En algunas oportunidades se añaden ciertas sustancias, llamadas aditivos o adicionantes, que mejoran o modifican algunas propiedades del concreto. (Cuevas, 2005)

2.2.2 CARACTERÍSTICAS ESFUERZO DEFORMACIÓN DEL CONCRETO SIMPLE

El objeto principal del estudio del comportamiento del concreto es la obtención de las relaciones acción-respuesta del material utilizado, bajo la gama de solicitaciones a que puede estar sujeto. Estas características acción-respuesta pueden describirse claramente mediante curvas esfuerzo-deformación de especímenes ensayados bajo distintas condiciones.

En este caso, el esfuerzo es comúnmente una medida de la acción ejercida en el espécimen, y la deformación, una medida de la respuesta. Sin embargo, debe tenerse en cuenta que en algunos casos, como por ejemplo en asentamientos y contracciones, esta

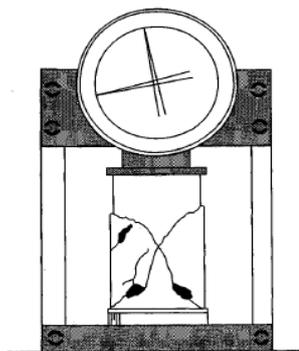
relación se invierte; es decir, las solicitaciones quedan medidas por la deformación y la respuesta está representada por los esfuerzos respectivos.

2.2.3 MODOS DE FALLA Y CARACTERÍSTICAS ESFUERZO-DEFORMACIÓN BAJO COMPRESIÓN AXIAL

Los especímenes que se utilizan para ensayos a compresión axial son en relación de lado a diámetro igual a dos. Las fallas se pueden presentar a través de planos inclinados con respecto a la dirección de la carga. Esta inclinación es debida principalmente a la restricción que ofrecen las placas de apoyo de la máquina contra movimientos laterales. Si se engrasan los extremos del cilindro para reducir las fricciones, o si el espécimen es más esbelto, las grietas que se producen son aproximadamente paralelas a la dirección de aplicación de la carga. Al comprimir un prisma de concreto en estas condiciones, se desarrollan grietas en el sentido paralelo al de la compresión, porque el concreto se expande transversalmente.

Las grietas se presentan de ordinario en la pasta y muy frecuentemente entre el agregado y la pasta. En algunos casos también se llega a fracturar el agregado. Este microagrietamiento es irreversible y se desarrolla a medida que aumenta la carga, hasta que se produce el colapso.

Figura 1: Falla a compresión de un cilindro de concreto



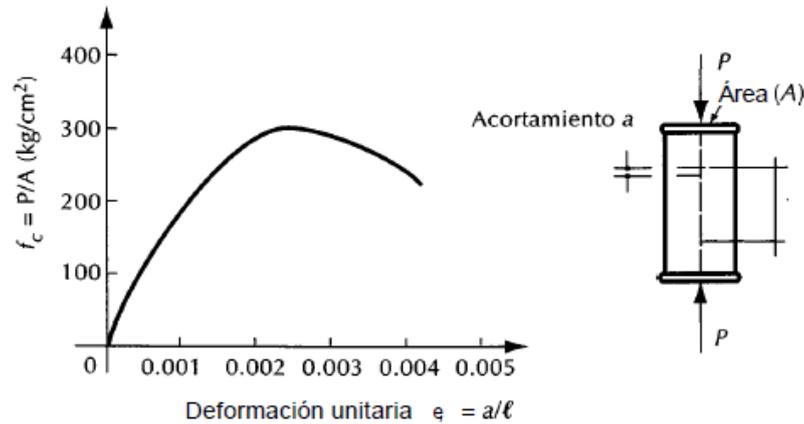
Fuente: Aspectos Fundamentales De Concreto Reforzado, Óscar M Cuevas Gonzales, 2005.

2.2.4 CURVAS ESFUERZO-DEFORMACIÓN

Las curvas esfuerzo-deformación se obtienen del ensayo de prismas sujetos a carga axial repartida uniformemente en la sección transversal mediante una placa rígida. Los valores del esfuerzo resultan de dividir la carga total aplicada (P) entre el área de

la sección transversal del prisma (A) y representan valores promedio obtenidos bajo la hipótesis de que la distribución de deformaciones es uniforme y de que las características esfuerzo-deformación del concreto son constantes en toda la masa. El valor de la deformación unitaria, %, es la relación entre el acortamiento total (a) y la longitud de medición del espécimen ensayado.

Figura 2: Curvas esfuerzo-deformación a carga un axial.



Fuente: Aspectos Fundamentales De Concreto Reforzado, Óscar M Cuevas Gonzales, 2005.

2.3 ACERO

El acero es una aleación de diversos elementos entre ellos: carbono, manganeso, silicio, cromo, níquel y vanadio (Harmsen, 2005). El carbono es el más importante y el que determina sus propiedades mecánicas. A mayor contenido de carbono, la dureza, la resistencia a la tracción y el límite elástico aumenta. Por el contrario disminuye la ductilidad y la tenacidad. El manganeso es adicionado en forma de ferro –manganeso, el cual aumenta la forjabilidad del acero, su templabilidad y la resistencia al impacto. Así mismo, disminuye ductilidad. El silicio se adiciona en proporciones que varían de 0.05% a 0.5%. Se incluye en la aleación para propósitos de desoxidación, ya que este metal se combina con el oxígeno disuelto en la mezcla. El cromo incrementa la resistencia a la abrasión y la templabilidad; el níquel, por su parte mejora la resistencia al impacto y la calidad superficial. Finalmente el vanadio mejora la temperabilidad.

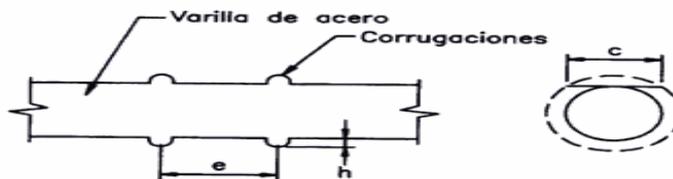
El acero para ser utilizado en concreto armado se fabrica bajo las normas ASTM A615/615 M 04b y A706/706M 04b. En el Perú es producido a partir de siderúrgicas y minas de explotación, pero en el extranjero también se suele conseguir del el reciclaje.

El refuerzo del concreto se presenta en tres formas: varillas corrugadas, alambre y mallas electro soldadas.

2.3.1 VARILLAS CORRUGADAS

Las varillas corrugadas son de sección circular y como su nombre lo dice, presentan corrugaciones en su superficie para favorecer la adherencia con el concreto. Estas corrugaciones deben satisfacer requisitos mínimos para ser tomadas en cuenta en el diseño (Harmsen, 2005).

Figura 3: Características de las corrugaciones de las varillas de acero



Fuente: Diseño de Estructuras de Concreto Armado, Teodoro E. Harmsen, 2005

Existen tres calidades distintas de acero corrugado: grado 40, grado 60, y grado 75, aunque en nuestro medio sólo se usa el de grado 60, las características de este tipo se muestran a continuación.

Cuadro 1: Características resistentes de los aceros grado 40, 60,75

	f_y (kg/cm ²)	f_s (kg/cm ²)
Grado 40	2800	4900
Grado 60	4200	6300
Grado 75	5300	7000

Fuente: Diseño de Estructuras de Concreto Armado, Teodoro E. Harmsen, 2005

Dónde: F_y : Esfuerzo de fluencia del acero
 F_s : resistencia mínima a la tracción a la rotura

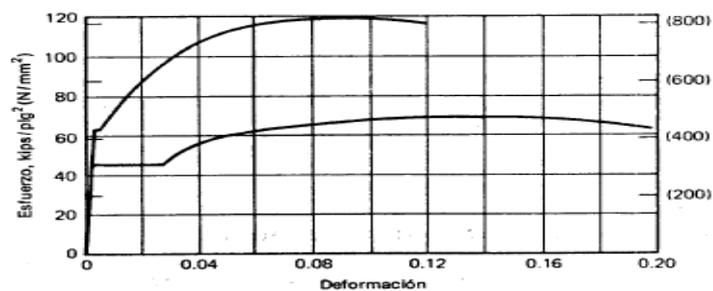
2.3.2 RELACIÓN ESFUERZO DEFORMACIÓN DEL ACERO

Para el diseño de estructuras de concreto armado se debe conocer el comportamiento del acero y para ello deben conocerse sus propiedades. Los diagramas esfuerzo-deformación ofrecen parte de la información necesaria para entender cómo se comporta el acero.

Las curvas típicas de esfuerzo-deformación para varillas de acero utilizadas en la construcción del concreto armado, exhiben una porción inicial elástica lineal, una plataforma de cedencia (es decir una zona más allá de la cual la deformación aumenta con poco o ningún aumento del esfuerzo), una región de endurecimiento por deformación en la que el esfuerzo nuevamente aumenta con la deformación, y finalmente una región en la que el esfuerzo decae hasta que ocurre la fractura. (PAULAY R _PARK T., 1988)

El módulo de elasticidad del acero está dado por la pendiente de la porción elástica lineal de la curva, por lo general se toma igual 2100000 Kg/cm^2

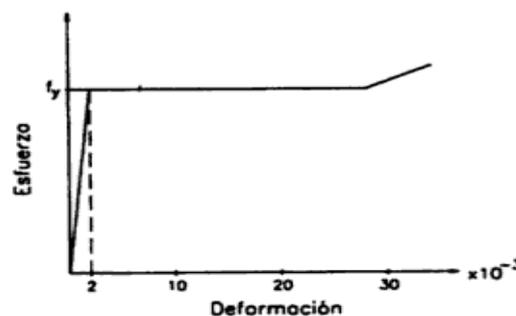
Figura 4: Curva típica esfuerzo-deformación para refuerzo de acero



Fuente: Estructuras de concreto reforzado, R Park y T. Paulay, 1988

Se asume para el diseño, que el acero tiene un comportamiento elastoplástico para pequeñas deformaciones. (American Concrete Institute, ACI-318 SUS, 2014)

Figura 5: Idealización de la curva esfuerzo-deformación, asumido por el ACI

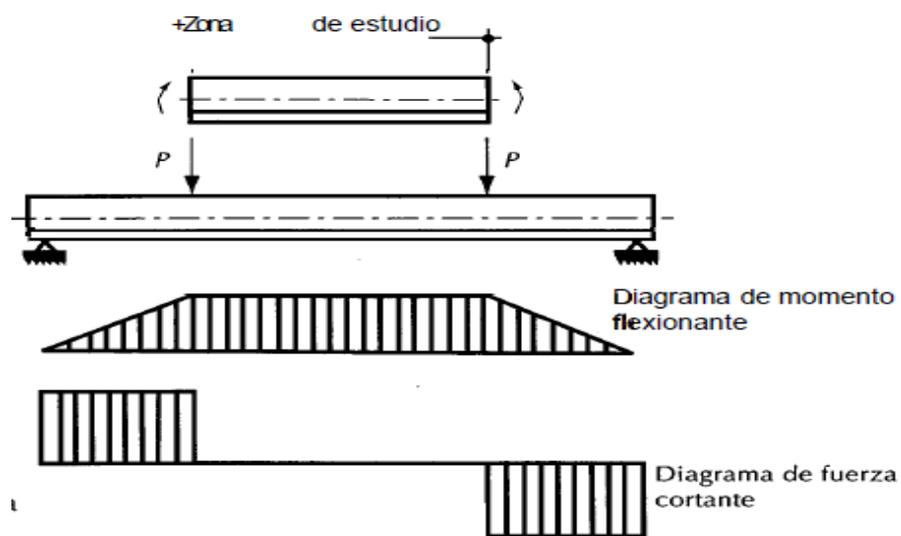


Fuente: ACI 318S-2014

2.4 ELEMENTOS SUJETOS A FLEXIÓN

Se denomina **flexión** al tipo de deformación que presenta un elemento estructural alargado en una dirección perpendicular a su eje longitudinal. El término "alargado" se aplica cuando una dimensión es dominante frente a las otras. Un caso típico son las vigas, las que están diseñadas para trabajar, principalmente, por flexión. Igualmente, el concepto de flexión se extiende a elementos estructurales superficiales como placas y láminas.

Figura 6: *Espécimen típico para estudio de flexión*



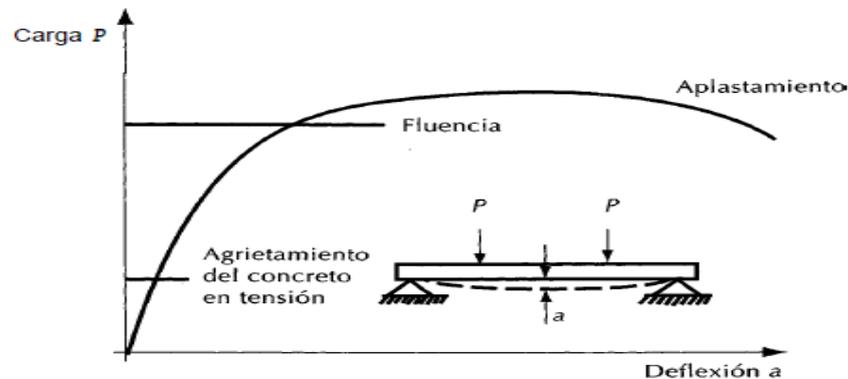
Fuente: *Aspectos Fundamentales Del Concreto Reforzado, Óscar M. Cuevas*

2.5 COMPORTAMIENTO DE ELEMENTOS SUJETOS A FLEXIÓN

Se ha llevado a cabo gran número de ensayos en flexión utilizando vigas simplemente apoyadas, sometidas a cargas de modo simétrico en las que existe una zona sujeta a un momento flexionante.

En la figura adjunta, se muestra una gráfica de carga-deflexión de un elemento con un porcentaje de acero usual.

Figura 7: Gráfica carga deflexión de un elemento, con un porcentaje de acero usual en tensión



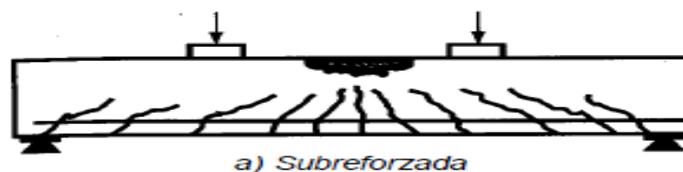
Fuente: Aspectos Fundamentales Del Concreto Reforzado, Óscar M. Cuevas

2.6 TIPOS DE FALLAS DE ELEMENTOS SUJETOS A FLEXIÓN

2.6.1 FALLA A TENSIÓN

Si el contenido de acero de la sección es bajo, el acero alcanza la resistencia f_y de cedencia antes que el concreto alcance su capacidad máxima. Esto se traduce, en que si se presentan incrementos de carga adicional a la diseñada, ocasionará una elongación plástica grande del acero a través de grietas de flexión, lo que produce un agrietamiento ancho y un aumento grande de deformaciones en la fibra extrema a compresión del concreto. (R.PARK Y T PAULAY, 1988)

Figura 8: Agrietamiento en viga sub-reforzada



Fuente: Aspectos Fundamentales Del Concreto Reforzado, Óscar M. Cuevas

2.7 FALLA A COMPRESIÓN

Si el contenido de acero de la sección es grande, el concreto puede alcanzar su capacidad máxima antes de que ceda el acero, se alcanza la resistencia a flexión de la sección cuando la deformación del concreto en la fibra a compresión del concreto es

aproximadamente 0.003. Entonces la sección falla repentinamente en forma frágil. Puede haber poca advertencia visible de la falla, debido a que los anchos de las grietas de flexión en la zona a tensión del concreto en la sección de falla son pequeñas, debido al bajo esfuerzo del acero. (R.PARK Y T PAULAY, 1988)

Figura 9: Agrietamiento en viga sub-reforzada



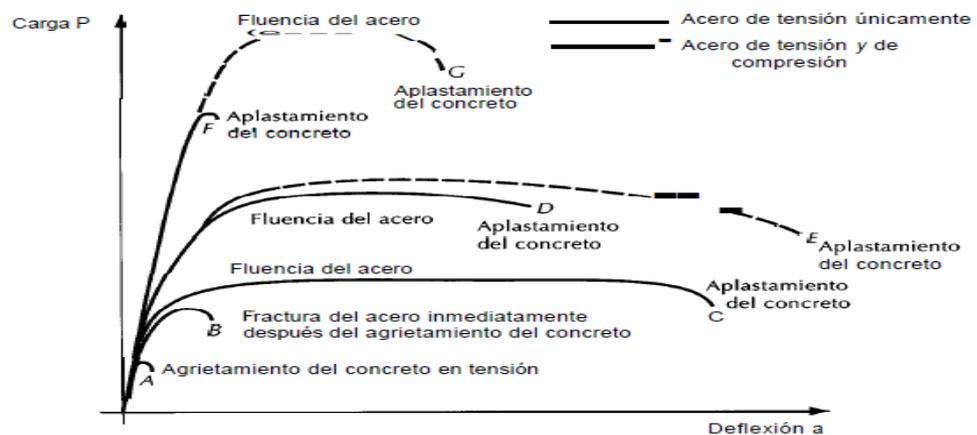
Fuente: Aspectos Fundamentales Del Concreto Reforzado, Óscar M. Cuevas

2.7.1 FALLA BALANCEADA

Para un refuerzo de acero específico, éste alcanza la resistencia de cedencia f_y y simultáneamente el concreto alcanza la deformación a compresión de la fibra extrema de 0.003. (R.PARK Y T. PAULAY, 1988)

En resumen, hay tres tipos de fallas que se pueden presentar en elementos a flexión las cuales son: falla a tensión, falla a compresión y falla balanceada, de las cuales sólo la falla balanceada se puede dibujar su gráfica respectiva de carga deformación como se ilustra en la figura adjunta.

Figura 10: Gráfica carga deflexión elementos con porcentajes variables de acero



Fuente: Aspectos Fundamentales Del Concreto Reforzado, Óscar M. Cuevas

Tabla 1: Característica de elementos con distintos índices de refuerzo

Curva típica correspondiente de la figura 5.4	Porcentaje de acero		Índice de refuerzo ω	Tipo de elemento	Modo de falla	Grado de ductilidad
	de tensión ρ	de compresión ρ'				
A	Nulo	Nulo	Nulo	Concreto simple	Concreto en tensión	Frágil
B	Muy pequeño	Nulo	Muy pequeño	Muy subreforzado	Fractura del acero, frágil	Poco dúctil
C	Normal bajo	Nulo	Normal bajo	Subreforzado	Aplastamiento después de la fluencia	Muy dúctil
D	Normal alto	Nulo	Normal alto	Subreforzado	Aplastamiento después de la fluencia	Dúctil
E	Normal alto	Del orden del de tensión	Normal bajo	Subreforzado	Aplastamiento después de la fluencia	Muy dúctil
F	Muy alto	Nulo	Muy alto	Sobrerreforzado	Aplastamiento sin fluencia del acero	Frágil
G	Muy alto	Del orden del de tensión	Normal bajo	Subreforzado	Aplastamiento después de la fluencia	Dúctil

Fuente: Aspectos Fundamentales Del Concreto Reforzado, Óscar M. Cuevas

2.8 ELEMENTOS SUJETOS A FLEXIÓN Y CARGA AXIAL

2.8.1 ELEMENTOS SUJETOS A CARGA AXIAL

No es común que los elementos de concreto reforzado de estructuras reales se encuentren sujetos únicamente a carga axial. Debido a que casi siempre las estructuras son continuas, la carga axial se encuentra actuando simultáneamente con momento flexionante; aun en elementos isostáticos, las excentricidades accidentales en la colocación de la carga o los pequeños defectos constructivos introducen momentos flexionantes. Por esta razón, los reglamentos de construcción recomiendan considerar siempre la existencia de momentos flexionantes, aun cuando el análisis indique que no hay dichos momentos.

Sin embargo, el estudio del comportamiento bajo carga axial pura es importante para comprender muchos aspectos del funcionamiento de diversos tipos de elementos de concreto reforzado, y porque el valor de la resistencia a carga axial se utiliza para calcular la resistencia de elementos sujetos a carga axial combinada con otras acciones.

2.8.2 COMPORTAMIENTO, MODOS DE FALLA Y RESISTENCIA DE ELEMENTOS SUJETOS A COMPRESIÓN AXIAL

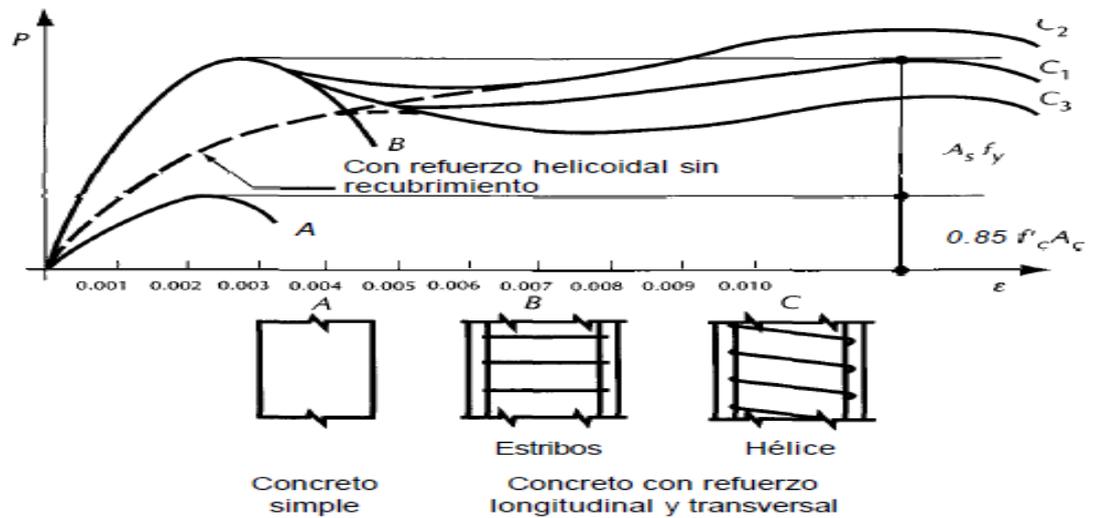
En la siguiente figura se representan curvas carga-deformación unitaria para tres tipos de elementos de concreto sujetos a compresión axial. Las curvas son típicas de las que se obtienen de ensayos de columnas relativamente cortas. Si las columnas fueran muy esbeltas, la resistencia estaría afectada en forma importante por los efectos de la deflexión, por este motivo se idealizará una columna corta.



- **La curva A**, correspondiente a un espécimen de concreto simple, representa la característica carga-deformación de una columna con relación de esbeltez mayor que dos pero menor que 10 o 12. Como en el caso de cilindros de control, la carga máxima se alcanza cuando se llega a una deformación unitaria del orden de 0.002.
- **La curva B**, representa la característica acción-respuesta de un espécimen con refuerzo longitudinal. La resistencia adicional sobre la de un prisma de concreto simple es debida a la contribución del refuerzo longitudinal en compresión.
- **La curva C**, representa, si el elemento, además de refuerzo longitudinal, tiene refuerzo helicoidal continuo a todo lo largo, su comportamiento bajo carga queda representado por la curva “C” y sus respectivas sub curvas de las cuales se describe el proceso a continuación.

Inicialmente su comportamiento es similar al de un prisma con estribos, hasta llegar al primer máximo, a una deformación unitaria del orden de 0.002. Aproximadamente a esta deformación, el recubrimiento de la hélice o zuncho empieza a desprenderse y, por tanto, la capacidad de carga del elemento disminuye. Al deformarse lateralmente el concreto en forma apreciable por el efecto de Poisson, la hélice se alarga, produciendo como reacción una presión confinante en el núcleo de concreto limitado por el zuncho. De acuerdo con las características de la hélice, la recuperación en capacidad de carga del espécimen será mayor o menor. Si el confinamiento proporcionado por el zuncho es suficiente, puede alcanzarse una segunda carga máxima superior a la alcanzada inicialmente, pero a deformaciones considerablemente mayores, como muestra la curva C2. Por el contrario, si el confinamiento no es suficiente, nunca se alcanzará una carga como la del primer máximo (C3). Si se ensaya un espécimen con hélice y refuerzo longitudinal, pero sin recubrimiento, la etapa inicial quedará representada por la línea de trazo interrumpido con una pendiente menor que la del espécimen con recubrimiento, ya que el área de concreto es menor. La parte final de ambas curvas será igual, puesto que el espécimen con recubrimiento lo habrá perdido a estas deformaciones.

Figura 11: Curvas carga-deformación unitaria de columnas cortas bajo compresión axial.



Fuente: Aspectos Fundamentales Del Concreto Reforzado, Óscar M. Cuevas

Se puede considerar, entonces, que la resistencia en compresión axial de un elemento de concreto reforzado se obtiene de la contribución de cuatro factores: el concreto del núcleo, el acero longitudinal, el concreto del recubrimiento y el refuerzo helicoidal. Estas dos últimas contribuciones no pueden existir simultáneamente, ya que, como se ha visto, el refuerzo helicoidal actúa en forma apreciable sólo cuando la deformación longitudinal del elemento es igual o mayor que la que produce la caída del recubrimiento.

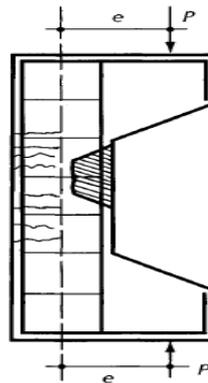
2.9 COMPORTAMIENTO Y MODOS DE FALLA DE ELEMENTOS SUJETOS A FLEXOCOMPRESIÓN

El tipo de espécimen usado en investigaciones de elementos sujetos a flexocompresión es semejante al que aparece en la figura adjunta, donde se indican esquemáticamente el refuerzo usual y una posible configuración de agrietamiento. Generalmente la carga “P” se aplica a una excentricidad constante. Esto hace que toda la zona prismática del espécimen esté sujeta a una carga axial y a un momento flexionante que crecen en la misma proporción, hasta el colapso.

Existen dos modos principales de falla de elementos sujetos a flexocompresión: falla en compresión y falla en tensión.

- **FALLA EN COMPRESIÓN** se produce por aplastamiento del concreto. El acero del lado más comprimido fluye, en tanto que el del lado opuesto no fluye en tensión.
- **FALLA EN TENSION** se produce cuando el acero de un lado fluye en tensión antes de que se produzca el aplastamiento del concreto en el lado opuesto, más comprimido.

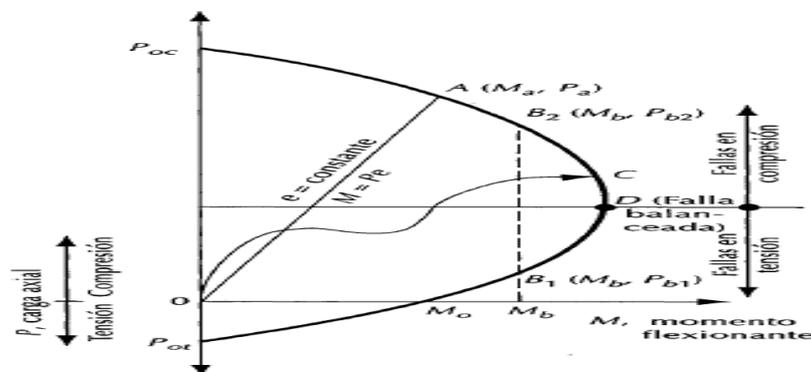
Figura 12: Espécimen para ensayo en flexocompresión con agrietamiento típico



Fuente: Aspectos Fundamentales Del Concreto Reforzado, Óscar M. Cuevas

El tipo de falla depende esencialmente de la relación entre momento y carga axial en el colapso. Se ha observado que el efecto del refuerzo helicoidal sobre la resistencia disminuye apreciablemente en cuanto la carga axial tiene cierta excentricidad, aunque la hélice sigue aumentando la ductilidad del elemento (Cuevas Ó. M., 2005).

Figura 13: Diagrama de interacción típico para una sección rectangular.



Fuente: Aspectos Fundamentales Del Concreto Reforzado, Óscar M. Cuevas



2.10 UNIÓN VIGA - COLUMNA

Dentro de una zona, la zona más crítica en un pórtico de concreto armado, diseñado para determinadas solicitaciones de cargas (cargas por gravedad, viento, nieve, sismo, etc.), es en la unión viga-columna, que estos problemas son catastróficos ante solicitaciones de carga para diseños máximos.

La unión viga columna está definida como la porción de la columna dentro de la altura de la viga que se unen hacia ella y viceversa (Arthur H, 2000).

2.10.1 TIPOS DE UNIONES

Se tienen dos tipos de uniones. Las conexiones estructurales se clasifican en dos categorías: tipo 1 y tipo 2 con base en las condiciones de carga para la conexión y las deformaciones que se esperan en los miembros de la estructura conectados a ella cuando están resistiendo fuerzas laterales (American Concrete Institute, ACI 352RS-02, 2002).

2.10.1.1 UNIÓN TIPO 1

Se basa en el comportamiento elástico del elemento sin tomar en cuenta las deformaciones del rango inelástico (American Concrete Institute, ACI 352RS-02, 2002), estas conexiones son resistentes a momentos, axial y cortante diseñadas cumpliendo los requisitos de resistencia, excluyéndose fuerzas de sismo.

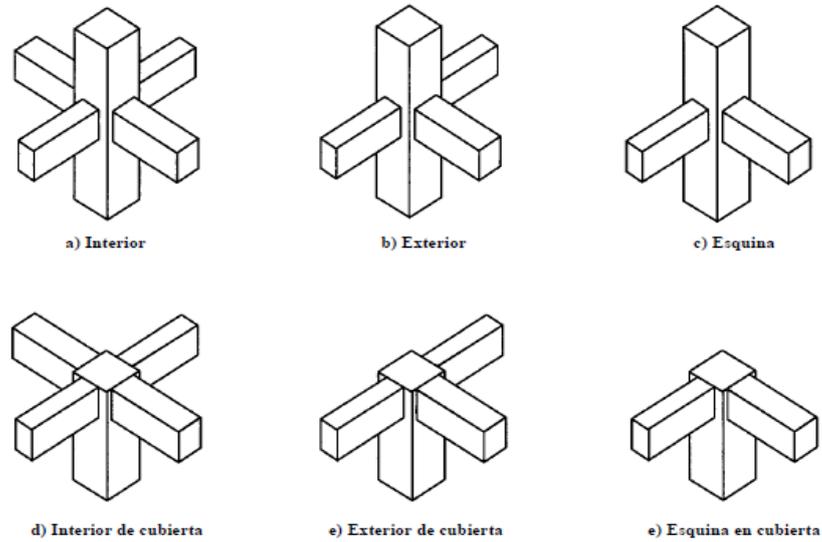
2.10.1.2 UNIÓN TIPO 2

Se basa en el diseño para resistir cargas dentro del rango elástico y recuperar bajas deformaciones dentro del rango inelástico, son conexiones que tienen miembros que deben disipar energía a través de deformaciones alternadas en el rango inelástico. Las conexiones en pórticos resistentes a momentos diseñados de acuerdo con las secciones de sismo resistencia (American Concrete Institute, ACI 352RS-02, 2002).

2.10.2 GEOMÉTRICA DE LA CONEXIÓN

Se basa en la ubicación del tipo de anclaje de las varillas de acero, de acuerdo a esta clasificación se resume en la clasificación de las conexiones como interiores, exteriores o de esquina (American Concrete Institute, ACI 352RS-02, 2002). Las uniones de este tipo se pueden observar en la siguiente figura:

Figura 14: Tipos de conexiones viga-columna

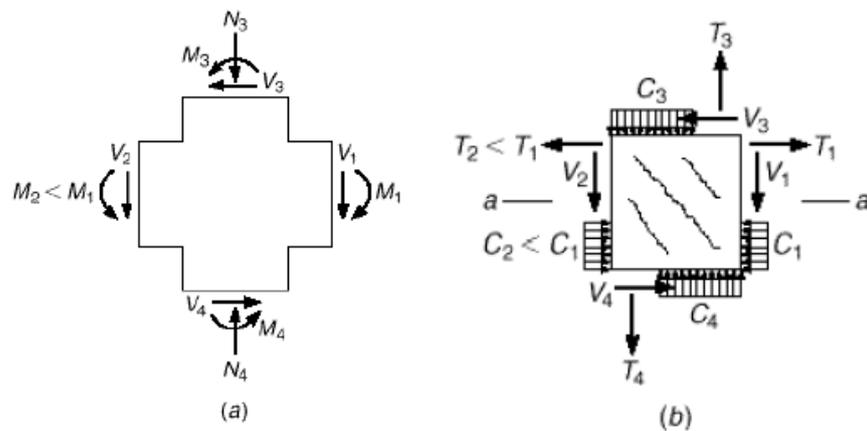


Fuente: ACI 352 RS-2008 –ES, 2008

2.10.3 CONDICIONES DE CARGA

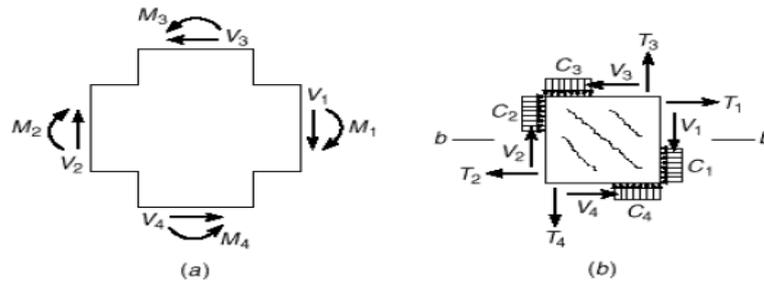
Los requisitos para las condiciones de carga en las uniones viga-columna dependen de las deformaciones de los miembros en la unión concordantes con las condiciones de carga para diseño.

Figura 15: Cargas gravitacionales bajo momentos



Fuente: Diseño De Estructuras De Concreto, Arthur Nilson

Figura 16: Cargas que producen desplazamiento lateral



Fuente: *Diseño De Estructuras De Concreto*, Arthur Nilson

2.10.4 CONFINAMIENTO Y REFUERZO TRANSVERSAL EN LA UNIÓN VIGA - COLUMNA

El comportamiento exitoso de una unión viga-columna depende principalmente del confinamiento lateral y su continuidad del nudo, si cumple con éstas dos condiciones básicas la unión deberá ser capaz de disipar energía y recuperarse de pequeñas deformaciones ante diversas cargas inducidas. El confinamiento tiene dos beneficios:

- Mejora la capacidad de deformación y aumenta su resistencia.
- Evita el pandeo fuera de las barras verticales de la viga y la columna.

Si el confinamiento no es apropiado en las vigas, entonces se suministra refuerzo transversal.

2.10.5 MODOS DE FALLA DE LAS UNIONES VIGA-COLUMNA

2.10.5.1 VIGA ARTICULADA

Es el modo de falla más deseable, ya que se presenta como una falla dúctil, esto permite absorber energía a través de grandes deformaciones inelásticas sin pérdida de fuerza, se da por mecanismo de rótulas en la viga, aunque también puede presentarse en las columnas pero no es recomendable.

2.10.5.2 COLUMNA ARTICULADA

La sección puede tener deflexiones residuales lo cual no se puede predecir con exactitud y conlleva en la mayoría de casos a dificultades en su reparación.

2.10.5.3 PÉRDIDA DE RECUBRIMIENTO

Este modo de falla no es deseable desde el punto de vista de seguridad, ya que la capacidad de carga de la columna puede ser reducida.

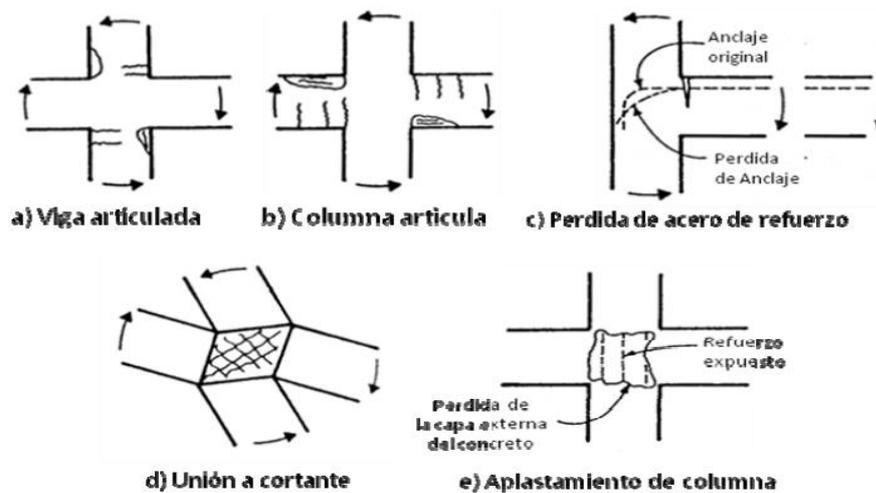
2.10.5.4 PÉRDIDA DE ANCLAJE DE ACERO DE REFUERZO

Es indeseable ya que el cortante lateral no puede ser transmitido por el marco y la falta de anclaje causa una reducción en la capacidad de la absorción de la energía estructural.

2.10.5.5 FALLA POR APLASTAMIENTO

Se presenta debido al fracaso de la conexión viga columna, mayormente debido al cortante, la pérdida de anclaje, incapacidad para la transferencia de cortante lateral, y discapacidad para absorber energía de deformación.

Figura 17: Modos de falla en uniones viga-columna



Fuente: *Influence Of Concrete Streng On The Behavior Of External RC Beam – Column Joint*, Hii Nguong

2.10.6 REQUISITOS FUNCIONALES DE LA UNIÓN VIGA-COLUMNA

El código ACI y el REGLAMENTO NACIONAL DE EDIFICACIONES DEL PERÚ, señalan que se deben evitar mecanismos de colapso que puedan comprometer a la estructura tanto en su servicialidad, funcionalidad y sobre todo en la seguridad. Los siguientes criterios que deben ser considerados para un buen desempeño en las uniones de viga-columna aparticadas. (PAULAY R _PARK T., 1988).

- La resistencia de la unión viga-columna no debe ser menor que la resistencia máxima de la columna y de las vigas que llegan a unión.
- Una unión viga-columna, debe poseer una fuerza que corresponda por lo menos con las cargas más desfavorables que los miembros adyacentes podría sostener.



- Los traslapes del refuerzo deberían detallarse lo más alejados de la unión. El refuerzo longitudinal de las vigas no debe terminar dentro de la unión sin determinársele un anclaje adecuado.
- La facilidad del ensamblaje del refuerzo y la colocación del concreto deben estar dentro de los detalles de la unión.

2.11 ANÁLISIS Y DISEÑO ESTRUCTURAL

El diseño es un proceso creativo mediante el cual se definen las características de un sistema (conjunto de elementos que se combinan en forma ordenada para cumplir con determinada función) de manera que cumpla en forma óptima con sus objetivos. El diseño estructural consiste en todas aquellas actividades que se desarrollan para determinar la forma, dimensiones globales y características detalladas de un sistema estructural, es decir, de aquella parte de una construcción cuya función es resistir las fuerzas o acciones a las que va a estar sometido sin que se produzcan fallas o mal comportamiento.

Una estructura puede concebirse como un sistema, es decir, como un conjunto de partes o componentes que se combinan en forma ordenada para cumplir una función dada (Cuevas G. , 2008). La función puede ser: salvar un claro, como en los puentes, encerrar un espacio, como sucede en los distintos tipos de edificios, o contener un empuje, como en los muros de contención, tanques o silos. La estructura debe cumplir la función a la que está destinada con un grado razonable de seguridad y de manera que tenga un comportamiento adecuado en las condiciones normales de servicio. Además, deben satisfacerse otros requisitos, tales como mantener el costo dentro de límites económicos y satisfacer determinadas exigencias estéticas.

2.12 CARACTERÍSTICAS DE ACCIÓN RESPUESTA DE ELEMENTOS DE CONCRETO ARMADO

El problema de la determinación de las relaciones acción-respuesta para estructuras con cualesquiera características, sometidas a toda la gama posible de acciones y combinaciones de estas acciones, es insoluble, ya que puede presentarse un número infinito de combinaciones (Cuevas G. , 2008).

Es por estas razones que se ha tratado de limitar a las acciones más frecuentes sobre los distintos elementos estructurales con las cuales se puede delimitar el rango de acción respuesta de elementos de concreto armado.

Figura 18: Acciones, características y tipo de respuesta en elementos de concreto armado.

Acciones interiores	Características del elemento	Respuestas
carga axial	tipo de concreto	deformación
flexión	tipo de refuerzo	agrietamiento
torsión	tamaño	durabilidad
cortante	forma	vibración
	restricción	

Fuente: Aspectos Fundamentales Del Concreto Reforzado, Óscar M. González Cuevas Y Francisco Robles Fernández, Limusa 2005.

2.13 CONSIDERACIONES SOBRE RESISTENCIAS DE LOS MIEMBROS

Las estructuras reales contienen variaciones en las resistencias del concreto y acero respecto de los valores especificados, hay desviaciones inevitables en las medidas especificadas debido a la tolerancia constructiva (PAULAY R _PARK T., 1988). Se presentan 4 niveles de resistencia: resistencia ideal, resistencia confiable, resistencia probable y sobre resistencia.

- **RESISTENCIA IDEAL (S_i)**. La resistencia ideal o nominal de una sección de un miembro S_i se obtiene teóricamente prediciendo el comportamiento de falla de la sección de la geometría supuesta de ésta y de las resistencias especificadas de los materiales.
- **RESISTENCIA CONFIABLE (S_d)**. Este factor de reducción de capacidad, es utilizado en la mayoría de fórmulas a diseñar con el código ACI y la norma peruana de edificaciones, permite relacionar la resistencia confiable S_d con la resistencia ideal mediante la expresión:

$$S_d = \phi S_i$$

- **RESISTENCIA PROBABLE (S_p)**. La resistencia aprobable S_p toma en consideración que las resistencias de los materiales generalmente son mayores que las resistencias especificadas. Se puede relacionar la resistencia probable con la resistencia ideal mediante la expresión:

$$S_p = \phi_p S_i ; \text{ Donde } \phi_p > 1$$



- **SOBRE RESISTENCIA (S_o).** Toma en cuenta todos los factores posibles que pueden provocar aumentos de resistencia; estas incluyen una resistencia del acero más elevada que la de cedencia especificada, más la resistencia adicional del acero debida al endurecimiento por deformación bajo grandes deformaciones, una resistencia del concreto más elevada que la especificada, tamaños de secciones más grandes que los supuestos, compresión axial en los miembros a flexión debido a restricción lateral, y esfuerzo adicional impuesto para fines constructivos y que no se toma en cuenta en los cálculos. Se puede relacionar la sobre resistencia con la resistencia ideal mediante la siguiente expresión:

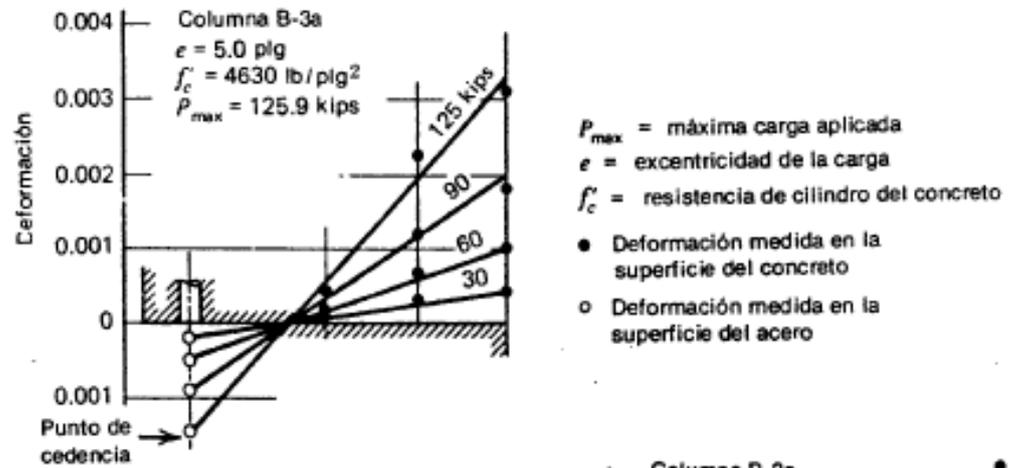
$$S_o = \phi_o S_i ; \text{ Donde } \phi_o > 1$$

2.14 SUPOSICIONES BÁSICAS DE LA TEORÍA DE LA RESISTENCIA A FLEXIÓN

2.14.1 PRINCIPIO DE BERNOULÍ

Implica que la deformación longitudinal en el concreto y el acero en los distintos puntos a través de una sección es proporcional a la distancia del eje neutro. Esto se cumple siempre que exista adherencia entre el concreto y el acero. Una grieta en la zona de tensión del concreto implica que ha ocurrido cierto deslizamiento entre el refuerzo de acero y del concreto que le rodea, esto quiere decir que la suposición no se aplica completamente al concreto en la vecindad de una grieta. Pero, sí se mide la deformación del concreto en una longitud calibrada que incluya varias grietas, se encuentra que el principio de Bernoulli es válido para esta deformación promedio de tensión. En las siguientes figuras se muestra las distribuciones de deformación en columnas de concreto reforzado. Se debe esperar cierta desviación en la linealidad, debido a la suposición básica de la resistencia a la flexión (PAULAY R _PARK T., 1988).

Figura 19: Distribución de deformación a través de una sección de columna de concreto reforzado, en distinto incrementos de carga



Fuente: Estructuras De Concreto Reforzado. R.PARK y T. PAULAY, Limusa

1998.

2.14.2 SE CONOCE LA CURVA DE ESFUERZO - DEFORMACIÓN PARA EL ACERO DE REFUERZO

Significa que están bien definidas las propiedades esfuerzo-deformación; normalmente se supone una curva bilineal, por lo cual se desprecia el endurecimiento por deformación, ya que en especímenes de acero no se estipula en donde comienza el endurecimiento por deformación, por lo cual es difícil incluirlo. Normalmente es insensato incluir aumento de resistencia por endurecimiento por deformación, ya que esto estaría asociado con deformaciones muy grandes.

2.14.3 SE PUEDE DESPRECIAR LA RESISTENCIA A TRACCIÓN DEL CONCRETO

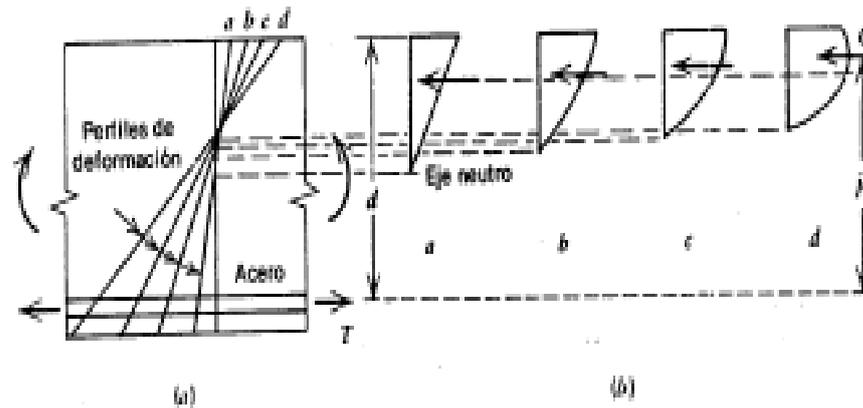
Debido a que en concreto su resistencia a tracción o flexión es casi nula.

2.14.4 SE CONOCE LA CURVA DE ESFUERZO-DEFORMACIÓN DEL CONCRETO

Es necesaria para evaluar el verdadero comportamiento de la sección, ya que las deformaciones en el concreto comprimido son proporcionales a la distancia desde el eje neutro, el perfil de las curvas esfuerzo-deformación de la figura adjunta, indican el aspecto cambiante del bloque del esfuerzo al aumentar el momento flexionante en una sección de viga.

La sección alcanza su resistencia a la flexión cuando la fuerza total de compresión en el concreto multiplicada por su brazo interno de palanca “ jd ” es un máximo.

Figura 20: Distribución de deformaciones y esfuerzos en concreto comprimido de una sección al aumentar el esfuerzo flexionante hasta la resistencia a flexión

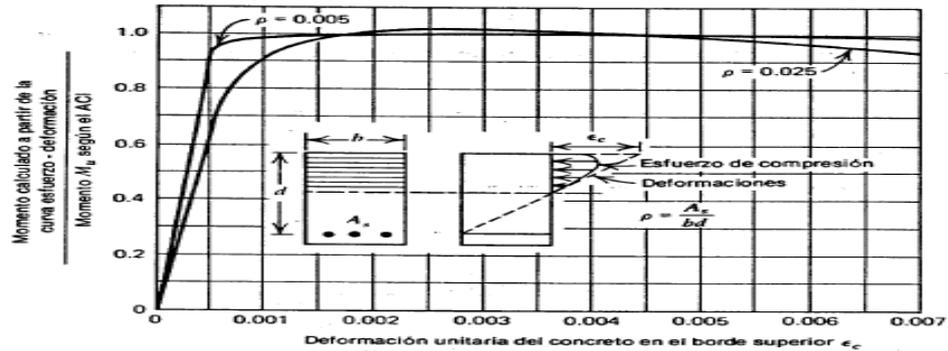


Fuente: Estructuras De Concreto Reforzado. R.PARK y T. PAULAY, Limusa 1998).

2.14.5 DEFORMACIÓN DEL CONCRETO EN LA RESISTENCIA MÁXIMA A FLEXIÓN

Se recomienda una deformación unitaria utilizable máxima de 0.003 en la fibra extrema compresión del concreto en la resistencia a flexión de la sección (American Concrete Institute, ACI-318 SUS, 2014), sin embargo muchos investigadores han incluido coeficientes en la deformación K_1 , k_3 o el momento de resistencia de la sección son máximos. Valores obtenidos por la PCA en muestras no confinadas, indican que el valor de 0.003 es un valor razonablemente conservador A esta deformación, el concreto comprimido en un miembro a flexión normalmente no muestra grietas visibles o desconcamiento. La resistencia calculada a flexión de una viga de concreto reforzado generalmente no es sensible al valor de la deformación máxima supuesta del concreto. La figura adjunta se destaca claramente que para una sección transversal de viga de concreto simplemente reforzado y para dos cuantías de acero a tensión distintas.

Figura 21: Curvas momento-deformación para una viga de concreto simplemente reforzada en base a las pruebas de compresión en cilindros

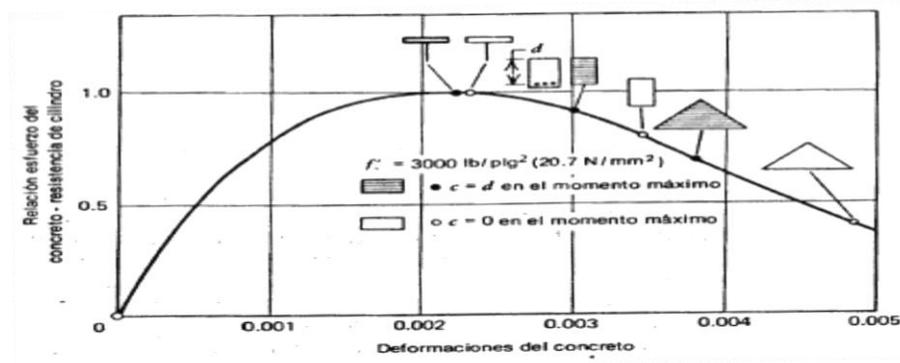


Fuente: Reinforced Concrete Buildings For Earthquake Motions, J.A.Blume, N.M.Newmark, Y L.H.Corning, Design Of Multistorey, Chicago 1961)

2.14.5.1 ÁREAS COMPRIMIDAS NO RECTANGULARES

Para los miembros en que el área comprimida de la sección de concreto es rectangular, tales como vigas T y L con el eje neutro en el alma, o vigas y columnas con momentos flexionantes biaxiales, no son estrictamente aplicables los parámetros recomendados para el bloque equivalente rectangular de esfuerzo medio y el peralte del bloque rectangular equivalente de esfuerzos para distintas formas de área comprimida son distintos; adicionalmente, es distinta la deformación de la fibra extrema de concreto bajo el momento máximo. En la figura adjunta, de experimentos hechos por Rüschi17, nos da la deformación a compresión de la fibra extrema en el concreto bajo el momento máximo para varias secciones transversales típicas.

Figura 22: Efecto del perfil de una sección en la deformación del concreto en la fibra extrema de compresión a momento máximo



Fuente: Reinforced Concrete Buildings For Earthquake Motions, J.A.Blume, N.M.Newmark, Y L.H.Corning, Design Of Multistorey, Chicago 1961)



2.15 PROCEDIMIENTO ESPACIAL DE ESTRUCTURACIÓN

En esta etapa se define el tamaño y la forma del elemento estructural, la naturaleza, tamaño y ubicación de todos los elementos estructurales, así como la naturaleza, tamaño y ubicación de los elementos no estructurales que puedan influir en el comportamiento de la estructura. Esto comprende la definición de la geometría general de la estructura (tanto en planta como elevación), se establecen los materiales a emplear (para caso de desarrollo de tesis se utilizará concreto armado.), se determinan si los sistemas estructurales (marco estructural), resistentes tanto a cargas gravitacionales como sísmicas (sólo se utilizará cargas gravitacionales), se establecen los claros de las vigas, tableros de losas y las alturas libres de entrepisos, se proponen secciones y dimensiones tentativas de los elementos estructurales, se conceptualizan las uniones entre ellos.

Es ésta la parte fundamental del proceso, ya que de la correcta elección del sistema o esquema estructural depende más que de ningún otro aspecto la obtención de resultados satisfactorios en los procesos subsecuentes del diseño. La correcta elección del sistema o configuración.

2.16 PROCEDIMIENTO ESPACIAL DEL ANÁLISIS ESTRUCTURAL

Una estructura al encontrarse sometida a una serie de cargas responde a ellas en base a sus características. Como efecto de estas cargas, la estructura se deforma, sufre desplazamientos y esfuerzos, y ocasionalmente daños. Todo esto constituye su respuesta a dichas cargas. La etapa de análisis consiste en la determinación de la respuesta de la estructura ante las diferentes cargas exteriores que pudieran afectarla. Para esto se requiere lo que se explica a continuación.

2.16.1 MODELAR LA ESTRUCTURA

Es decir, idealizar la estructura real por medio de un modelo teórico factible de ser analizado con los procedimientos de cálculo disponibles. Un claro ejemplo, es la idealización de un edificio de columnas, vigas y losas de concreto por medio de un sistema de marcos planos formados por barras de propiedades equivalentes. En esta idealización se cometen con frecuencia errores graves, tales como ignorar elementos que contribuyen a la respuesta de la estructura o emplear un modelo demasiado simple que no representa adecuadamente la respuesta estructural. La modelación incluye la definición de diversas propiedades de los elementos que componen al modelo. Esto



implica la recolección de diversos datos y la suposición de otras características, como son las propiedades elásticas de los materiales, incluyendo el suelo de cimentación, y las propiedades geométricas de las distintas secciones. Los valores supuestos en etapas iniciales del proceso para estas propiedades, pueden tener que modificarse e irse refinando a medida que se obtienen los resultados del análisis.

2.16.2 DETERMINAR LAS ACCIONES DE DISEÑO

En muchas situaciones las cargas y los otros agentes que introducen esfuerzos en la estructura están definidos por los reglamentos y códigos cuya observancia es obligatoria. Es frecuente, sin embargo, que quede como responsabilidad del proyectista la determinación del valor del diseño de alguna carga, o al menos la obtención de los datos ambientales locales que definen la acción del diseño (p. ej. sismo o viento). También, la elección del criterio con que se deben definir los valores de diseño de una acción dada, la forma de obtener un modelo de ésta, generalmente a través de un sistema de fuerzas estáticas de efecto equivalente y la forma de combinar estas fuerzas con las correspondientes a otras acciones (combinaciones de carga) . Debe notarse que en esta etapa se suelen tener grandes incertidumbres y se pueden llegar a cometer errores graves en la determinación de las acciones de diseño, lo que produce un diseño deficiente, no acorde a las cargas reales que se espera actúen sobre la estructura durante su vida útil. Basta como ejemplo reflexionar sobre el grado de aproximación con que se puede determinar la acción máxima debida a sismo que puede presentarse sobre un edificio durante su vida útil.

2.16.3 DETERMINAR EL EFECTO DE LAS ACCIONES DE DISEÑO EN EL MODELO DE ESTRUCTURA ELEGIDO

En esta etapa, que constituye el análisis propiamente dicho, se determinan las fuerzas internas (momentos flexionantes y de torsión, fuerzas axiales y cortantes), así como las deflexiones y deformaciones de la estructura. Como ya se ha mencionado anteriormente, los métodos de análisis suponen en general un comportamiento elástico-lineal. No obstante, el desarrollo de los métodos numéricos asociados al empleo de las computadoras ha hecho posible la evolución de los métodos de análisis. Se cuenta con procedimientos de cálculo de solicitaciones en modelos sumamente refinados de estructuras muy complejas, los cuales pueden tomar en cuenta efectos como la no-linealidad del comportamiento de los materiales, la interacción de la estructura con el suelo y el comportamiento dinámico. Sin embargo, sin menospreciar las ventajas de



realizar análisis refinados de un modelo estructural que represente en forma realista y detallada una estructura, cabe llamar la atención acerca del peligro que representa que un proyectista poco familiarizado con un procedimiento de análisis muy refinado, pierda el sentido físico del problema que está resolviendo, que no sepa determinar de manera adecuada los datos que alimentan al modelo y que no tenga el criterio y la sensibilidad para juzgar sobre si los resultados que está obteniendo son o no realistas.

2.16.4 DIMENSIONAMIENTO DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES

Se entiende por dimensionamiento la determinación de las propiedades geométricas de los elementos estructurales y en el caso de elementos de concreto reforzado, también comprende la determinación de la cantidad y ubicación del acero de refuerzo.

Se define en detalle la estructura y se revisa si cumple con los requisitos de seguridad establecidos. Se diseñan los elementos del sistema estructural adoptado hasta llegar a la elaboración de planos detallados y las especificaciones de construcción correspondientes. Estas actividades están ligadas a la aplicación de uno o más reglamentos y códigos que rigen el diseño de la estructura, (en nuestro caso el ACI en sus distintas versiones y el RNE) Los códigos y procedimientos son peculiares del material y sistema de construcción elegido. Lo que constituye un aspecto general son los criterios de seguridad y el enfoque con que se aborda el diseño

2.17 PROCEDIMIENTO ESPACIAL DEL PROCESO DE DISEÑO ESTRUCTURAL

Se puede pensar que en el diseño se sigue un proceso unidireccional en el que primero se imagina una estructura, luego se analiza y finalmente se dimensiona. Pero el proceso real es mucho más complejo e iterativo; implica pasar varias veces por cada etapa a medida que la estructura evoluciona hacia su forma final. La secuencia espacial con que se realiza el diseño de una estructura permite distinguir las siguientes fases:

2.17.1 PLANTEAMIENTO DE SOLUCIONES PRELIMINARES

Se requiere primero una definición clara de las funciones que debe cumplir la estructura y de las restricciones que impone el entorno físico y de las que fijan otros aspectos del proyecto general. Es necesario tener datos al menos preliminares sobre condiciones ambientales y requisitos de proyecto. En esta fase es particularmente necesaria la interacción entre el estructurista y los especialistas de los demás sistemas de la obra para definir las necesidades básicas de cada uno de ellos y para analizar las soluciones generales que se vayan proponiendo. De una evaluación esencialmente



cualitativa surge un número limitado de soluciones que tienen perspectivas de resultar convenientes. Esta evaluación se basa con frecuencia en comparaciones con casos semejantes y en algunos cálculos muy simples. Es en esta fase donde juega un papel preponderante el criterio del proyectista estructural.

2.17.2 EVALUACIÓN DE SOLUCIONES PRELIMINARES.

Se realizan las actividades que, según se ha mencionado anteriormente, constituyen las etapas del proceso de diseño estructural, pero a un nivel tosco que se denomina comúnmente “*prediseño*”, en el cual se pretende definir las características esenciales de la estructura en diversas alternativas, con el fin de identificar posibles problemas en su adopción y, principalmente, de poder cuantificar sus partes y llegar a una estimación de los costos de las diversas soluciones. La elección de la opción más conveniente no se basará solamente en una comparación de los costos de la estructura en cada caso; hay que considerar también la eficacia con la que ésta se adapta a los otros aspectos del proyecto, la facilidad de obtención de los materiales necesarios, la rapidez y grado de dificultad de las técnicas de construcción involucradas, los problemas relacionados con el mantenimiento, el aspecto estético de la solución y, en obras de gran importancia, también diversos factores de tipo socioeconómico, como la disponibilidad de recursos nacionales y la contribución a la generación de empleos.

2.17.3 DISEÑO DETALLADO

Una vez seleccionada la opción más conveniente, se procede a definirla hasta su detalle, las estructuras no se comportan como las analizan, sino como se realiza el detallado de su refuerzo, ya que, la calidad de una estructura depende fundamentalmente del detallado de la armadura, cuando se ha realizado de manera refinada todas las etapas del proceso; aún aquí es necesario con frecuencia recorrer más de una vez las diversas etapas, ya que algunas de las características que se habían supuesto inicialmente pueden tener que modificarse por los resultados del dimensionamiento y hacer que se repita total o parcialmente el análisis (García, 2001).

2.17.4 TRANSFERENCIA DE LOS RESULTADOS DEL DISEÑO

No basta haber realizado un diseño satisfactorio; es necesario que sus resultados sean transmitidos a sus usuarios, los constructores, en forma clara y completa. La elaboración de planos que incluyan no sólo las características fundamentales de la estructura, sino la solución de los menores detalles, la especificación de los materiales

y procedimientos y la elaboración de una memoria de cálculos que facilite la implantación de cualquier cambio que resulte necesario por la ocurrencia de condiciones no previstas en el diseño, son partes esenciales del proyecto.

2.17.5 SUPERVISIÓN

Puede parecer injustificado considerar la supervisión de la obra como una fase del proceso de diseño. Su inclusión aquí tiene como objetivo destacar la importancia de que las personas responsables del proyecto estructural comprueben que se esté interpretando correctamente su diseño y, sobre todo, que puedan resolver los cambios y adaptaciones que se presentan en mayor o menor grado en todas las obras, de manera que éstos no alteren la seguridad de la estructura y sean congruentes con los criterios de cálculo adoptados.

2.18 BASE TEÓRICA-CIENTÍFICA DE ESTRUCTURACIÓN

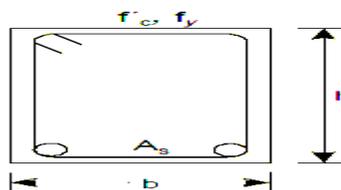
Las bases teóricas-científicas de la estructuración, utilizadas en el Perú, se encuentran en los procedimientos brindados por el Instituto Americano del Concreto, el Reglamento Nacional de Edificaciones del Perú, los cuales nos brindan criterios y un procedimiento secuencial para la estructuración y predimensionamiento de distintos elementos estructurales.

2.18.1 PREDIMENSIONAMIENTO DE VIGAS

2.18.1.1 DEDUCCIÓN DE LA FÓRMULA DE PREDIMENSIONAMIENTO

En la siguiente figura se tiene:

Figura 23: viga rectangular con acero solo en tracción.



Fuente: Instituto Americano Del Concreto (ACI 318SUS-14, Farmington Hills, MI 48331 ESTADOS UNIDOS, 2015.)

De acuerdo con el ACI 318SUS-14, Para una viga de sección rectangular con acero solo en tracción, se tiene que:

$$Mu / \phi = f'c \, b d^2 \, w (1 - 0.59w) \quad \dots\dots \text{Ecuación 1}$$

$$w = \rho f_y / f'c \quad \dots\dots \text{Ecuación 2}$$

$$\rho = A_s / b * d \quad \dots\dots \text{Ecuación 3}$$

En donde:

f'c: resistencia del concreto

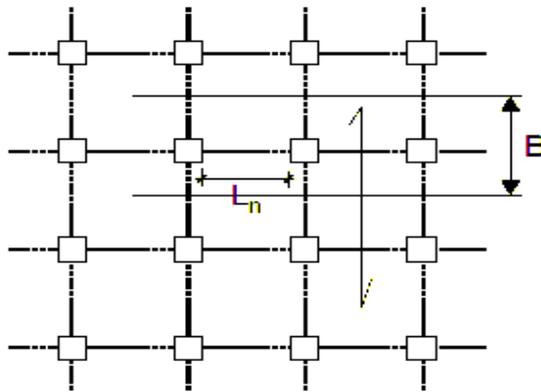
f_y: resistencia a tracción del acero de refuerzo

ρ: cuantía en falla a tracción

A_s: área de acero de refuerzo de la viga

Luego, tenemos una viga cualquiera, como se muestra en la siguiente figura:

Figura 24: Vista en planta de una viga cualquiera.



Fuente: El Autor.

El momento flector para una viga, de sección rectangular, cualquiera se puede expresar de la siguiente forma:

$$Mu = (wuB)Ln^2/\alpha \quad \dots\dots \text{Ecuación 4}$$



Dónde:

w_u = Carga por unidad de área.

L_n = Longitud libre.

B = Dimensión transversal tributaria.

α = Coeficiente de Momento. (Depende de la ubicación de la sección y de las restricciones en el apoyo.)

- Entonces igualando ecuaciones se tiene:

$$(w_u B)L_n^2 / \alpha \phi = f'c b d^2 w (1 - 0.59 w) \quad \dots\dots \text{Ecuación 5}$$

$$\text{De donde: } d = L_n * \sqrt{\frac{W_u * B}{\alpha \phi * f'c * b * w (1 - 0.59 w)}} \quad \dots\dots \text{Ecuación 6}$$

Considerando la sección de momento positivo máximo, asumimos:

$$\alpha = 16$$

$$\phi = 0.9 \quad b = B / 20$$

$$f'c = 210 \text{ kg/cm}^2$$

$$f'y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$\rho = 0.007 \text{ (0.7\%)}$$

$$w_u \text{ en: } \text{kg/cm}^2$$

$$\text{Por consiguiente: } w = \rho f_y / f'c = 0.007 * 4200 / 210 = 0.14$$

$$w = 0.14$$

$$\text{Luego: } d = L_n * \sqrt{\frac{W_u * B}{16 * 0.9 * 210 * B / 20 * 0.14 (1 - 0.59 * 0.14)}} \quad \dots\dots \text{Ecuación 7}$$

$$d = L_n * \sqrt{\frac{W_u}{19.41952}}$$

$$d = L_n * \sqrt{W_u} / 4.40676 \quad \dots\dots \text{Ecuación 8}$$

- Para un factor de seguridad de 10% se tiene:

$$d = 1.10 (L_n * \sqrt{W_u} / 4.40676) \quad \dots\dots \text{Ecuación 9}$$

$$d = \frac{L_n}{4.006 / \sqrt{W_u}}$$



- **Redondeando se tiene:**

$$d = \frac{L_n}{4.00/\sqrt{Wu}} \quad \text{..... Ecuación 10}$$

En donde:

d= peralte del viga

L_n = luz libre de la viga

Wu = carga por unidad de área

Esta fórmula es la que se consigna el Reglamento Nacional de Edificaciones del Perú, específicamente en la norma E030, y la cual se utilizará para el predimensionamiento de los testigos a probar en laboratorio.

2.18.1.2 CAMBIO DE SECCIONES EN VIGAS

Para el cambio de secciones en vigas se presentan dos criterios los cuales se verán a continuación.

2.18.1.2.1 CRITERIO DE IGUALDAD DE CUANTÍAS

Este criterio se basa en la igualdad de momentos, específicamente en la igualdad de momentos actuantes, basándose en la ecuación del momento actuante proporcionado por el ACI, en donde se tiene lo siguiente:

$$Mu_1 = Mu_2 \quad \text{..... Ecuación 11}$$

En donde:

$$Mu_1 = \phi f'c b_1 d_1^2 w(1 - 0.59 w) \quad \text{..... Ecuación 12}$$

$$Mu_2 = \phi f'c b_2 d_2^2 w(1 - 0.59 w) \quad \text{..... Ecuación 13}$$

Luego por la ecuación (a) tenemos:

$$\phi f'c b_1 d_1^2 w(1 - 0.59 w) = \phi f'c b_2 d_2^2 w(1 - 0.59 w) \quad \text{..... Ecuación 14}$$

Simplificando se tiene:

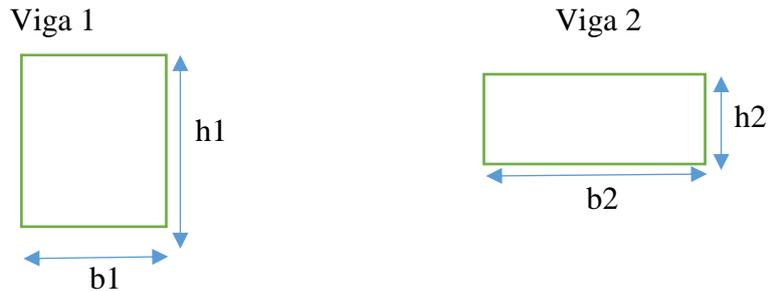
$b_1 d_1^2 = b_2 d_2^2$ para casos prácticos se cambia el peralte efectivo por la altura neta de la viga quedando la fórmula de la siguiente manera:

$$b_1 h_1^2 = b_2 h_2^2 \quad \text{..... Ecuación 15}$$

2.18.1.2.2 CRITERIO DE IGUALDAD DE RIGIDECES

Este criterio es el más utilizado en nuestro entorno, ya que la rigidez de un elemento estructural estándar está brindada por la forma, más no por el momento. Se emplea utilizando el criterio de igualdad de rigideces, el cual se basa en las ecuaciones de momentos de inercia, en nuestro caso específicamente una viga de sección transversal rectangular en donde se tiene lo siguiente:

Figura 25: Vista sección transversal de dos vigas cualquiera.



Fuente: El Autor.

En donde se tiene que:

momento de inercia de viga 1 = momento de inercia de viga 2

Luego:

$$\frac{b_1 \cdot h_1^3}{12} = \frac{b_2 \cdot h_2^3}{12} \quad \dots\dots \text{Ecuación 16}$$

• Simplificando se tiene:

$b_1 h_1^3 = b_2 h_2^3$, con lo cual se obtiene la fórmula para cambiar de sección las vigas, la misma que utilizaremos para desarrollar la presente tesis.

Cabe remarcar que, Este criterio se recomienda para sistemas aporticados en zonas de alto riesgo sísmico. Así como también es recomendable para el dimensionamiento de vigas catas (Morales Morales, 2006).

2.18.2 PREDIMENSIONAMIENTO DE COLUMNAS.

A continuación, se presenta brevemente las consideraciones para el predimensionamiento de las columnas.

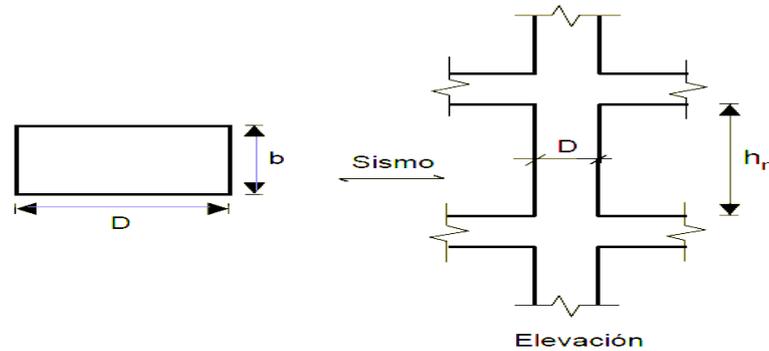
Este predimensionamiento se basa en las consideraciones y resultados de investigaciones hechas en Japón, durante el sismo de TOKACHI 1968, en el cual colapsaron muchas columnas debido a las siguientes causas (Morales Morales, 2006).

- Fuerza cortante
- Deficiencia en el anclaje del acero en las vigas

- Deficiencia en los empalmes del acero en las columnas.
- Por aplastamiento

De los resultados se concluyó lo siguiente:

Figura 26: Vista Sección transversal de dos vigas cualquiera.



Fuente: *Concreto Armado II*, Roberto Morales Morales, Fondo Editorial IGC, Lima 2006

- Si: $\frac{h_n}{D} \leq 2$; entonces: La columna Fallará de marea frágil por fuerza cortante; debido a que se presenta el fenómeno de columna corta.
- Si: $2 < \frac{h_n}{D} < 4$; entonces: La columna Fallará de marea frágil o falla dúctil dependiendo.
- Si: $\frac{h_n}{D} > 4$; entonces: La columna Fallará de marea dúctil.

Dado que, en el diseño de columnas, se debe tener en lo posible una falla dúctil, se recomienda que: $\frac{h_n}{D} > 4$.

Luego una vez relacionado la altura de la columna con su peralte, se necesita relacionar el peso que soporta, con el área transversal y la resistencia a compresión de ésta misma. A lo cual las relacionamos con la constante que se obtiene de la expresión experimental obtenida durante ensayos en Japón (Morales Morales, 2006).

$$n = \frac{P}{F'c*b*D} \quad \text{..... Ecuación 17}$$



En donde:

Si: $n > \frac{1}{3}$; entonces: la falla es frágil, debido a cargas axiales excesivas.

Si: $n < \frac{1}{3}$; entonces: la falla es dúctil.

Con lo cual si despejamos el área transversal de columnas se tiene:

$$b * D = \frac{P}{F'c * n} \quad \dots\dots \text{Ecuación 18}$$

En donde:

P : peso o carga total que soporta la columna.

F'c : resistencia del concreto a la compresión simple.

D : Dimensión de la sección en la dirección del análisis sísmico de la columna.

b : la otra dimensión de la sección de la columna.

n : valor que depende del tipo de columna y se obtiene de la siguiente tabla.

Cuadro 2: Valores de “n” y “P”, según el tipo de columna a diseñar.

Tipo C1 (para los primeros pisos)	Columna interior	P = 1.10 P _G n = 0.30
Tipo C1 (para los 4 últimos pisos superiores)	Columna interior	P = 1.10 P _G n = 0.25
Tipo C2, C3	Columnas Extremas de pórticos interiores	P = 1.25 P _G n = 0.25
Tipo C4	Columna de esquina	P = 1.50 P _G n = 0.20

Fuente: Concreto Armado II, Roberto Morales Morales, Fondo Editorial IGC, Lima 2006.

2.19 BASE TEÓRICA-CIENTÍFICA DEL ANÁLISIS ESTRUCTURAL

El análisis estructural, se refiere al uso de ecuaciones de resistencia de materiales, las cuales se utilizan para encontrar esfuerzos, deformaciones y tensiones, las cuales se



presentan en una estructura, debido a la presencia de fuerzas interactuando en la estructura.

Hay diversos métodos de análisis estructural, en los cuales se puede clasificar en dos grandes grupos, los métodos tradicionales o clásicos y los métodos matriciales o programables.

2.19.1 MÉTODOS CLÁSICOS

Los Métodos clásicos, se pueden utilizar para estructuras muy sencillas entre los cuales se aplica la teoría de vigas de Euler-Bernoulli, es el método más simple, es aplicable sólo a barras esbeltas sometidas a flexión y esfuerzos axiales. Naturalmente no todas las estructuras se dejan analizar por este método. Ya que si existen elementos estructurales bidimensionales o tridimensionales en general deben emplearse métodos basados en resolver ecuaciones diferenciales en los cuales se deducirían ecuaciones extremadamente complejas.

2.19.2 MÉTODOS MATRICIALES O PROGRAMABLES

Los métodos matriciales o programables, han sido desarrollados en el siglo pasado pero su aplicación práctica ocurrió con la aparición del computador digital en la década de 1950.

El método matricial o programable, se inició con el desarrollo de la teoría de elementos finitos. La cual consiste en aproximaciones de soluciones de ecuaciones diferenciales mediante métodos numéricos.

El método de elementos finitos (MEF), está pensado para ser usado en computadoras y permite resolver ecuaciones diferenciales aplicadas a problemas físicos, en el cual el análisis estructural, no es ajeno a este método.

Del análisis mediante elementos finitos, se ha desarrollado métodos matriciales específicamente para estructuras. Entre las más usadas tenemos: el método de matriz de rigidez y el método de matriz de flexibilidad.

2.19.2.1 ANÁLISIS MATRICIAL DE ESTRUCTURAS

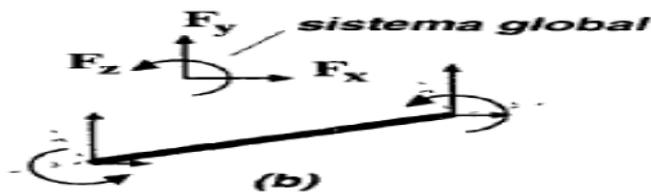
El análisis matricial de estructuras es un subconjunto del análisis por el método de los elementos finitos (HIBBELER, 2012). Para una mejor comprensión, se tiene que tener en cuenta aspectos básicos del álgebra lineal y de sistemas de coordenadas, los cuales se describirán brevemente a continuación.

2.19.2.2 SISTEMA DE COORDENADAS Y SU TRANSFORMACIÓN

2.19.2.2.1 COORDENADAS GLOBALES

El sistema de coordenadas globales se identifica utilizando los ejes X, Y, Z, que por lo general tienen su origen en un nodo y se posicionan de modo que los nodos en otros puntos de la viga tengan coordenadas positivas (HIBBELER, 2012). En conclusión son los Planos de Fuente en el cual está dibujado el elemento estructural.

Cuadro 3: Sistema de coordenadas globales

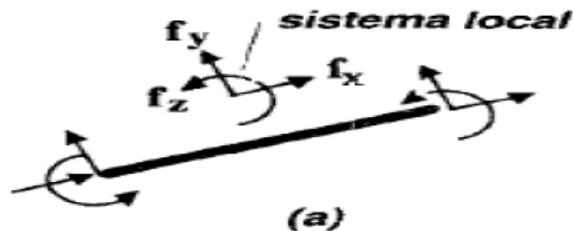


Fuente: Fundamentos De Análisis Estructural - Kenneth M. Leet - Chia-Ming Uang 2da Edición, Limusa, 2006

2.19.2.2.2 COORDENADAS LOCALES

Tienen su origen en el extremo cercano en cada elemento (HIBBELER, 2012), mayormente el eje x es paralelo al elemento y el eje y, es perpendicular al elemento.

Figura 27: Sistema de coordenadas locales

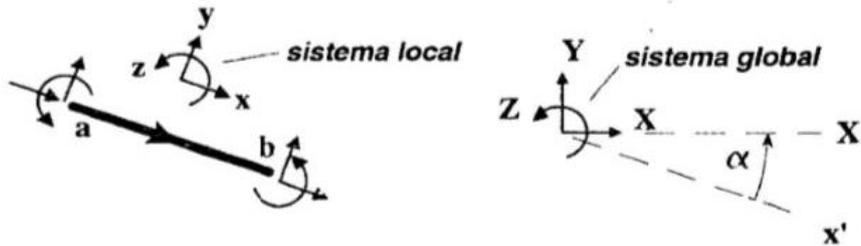


Fuente: Fundamentos De Análisis Estructural - Kenneth M. Leet - Chia-Ming Uang 2da Edición, Limusa, 2006

2.19.2.2.3 TRANSFORMACIÓN DE COORDENADAS

Para realizar una transformación de coordenadas locales a globales, se define un ángulo " α ", el cual describe el giro de ir del eje " x " local al eje " X " global, el cual puede ser positivo o negativo, según la dirección en la que se tome.

Figura 28: Ángulo " α " de transformación de sistemas de coordenadas

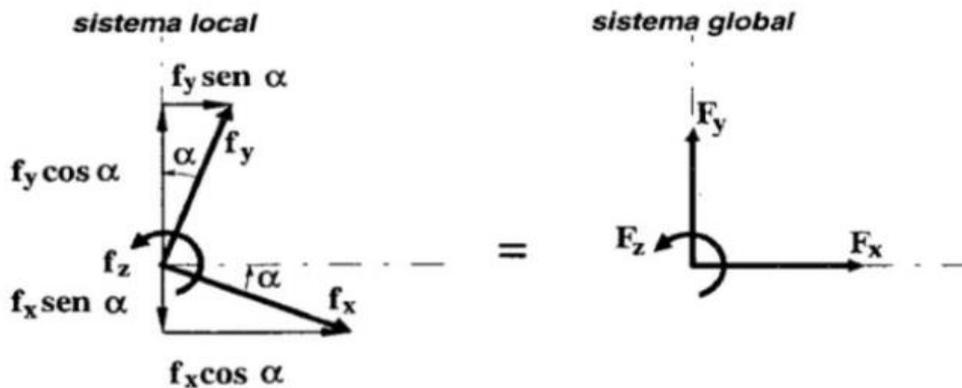


Fuente: *Fundamentos De Análisis Estructural - Kenneth M. Leet - Chia-Ming Uang 2da Edición, Limusa, 2006*

2.19.2.2.4 TRANSFORMACIÓN DE COORDENADAS LOCALES A COORDENADAS GLOBALES

Para hacer una transformación de coordenadas locales a globales, solo basta multiplicar las fuerzas del elemento por sus ángulos directores. Así:

Figura 29: Transformación de coordenadas



Fuente: *HIBBELER, R.C: Análisis Estructural, Octava Edición, PEARSON EDUCACIÓN, México, 2012*

En donde:

$$F_x = f_x \cos \alpha + f_y \sen \alpha \quad \text{..... Ecuación 19}$$

$$F_y = -f_x \sen \alpha + f_y \cos \alpha \quad \text{..... Ecuación 20}$$

$$F_z = f_z \quad \text{..... Ecuación 21}$$

Luego si definimos:

$$\{f\} = \begin{Bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{Bmatrix} \quad Y \quad \{F\} = \begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{Bmatrix} \quad \dots\dots \text{Ecuación 22}$$

Y busquemos una matriz $[Y]$ tal que:

$$\{F\} = [Y] * \{f\} \quad \dots\dots \text{Ecuación 23}$$

Luego de las expresiones: (a), (b), (c), (d), podemos ver que:

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \text{sen}\alpha & 0 \\ -\text{sen}\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{Bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{Bmatrix} \quad \dots\dots \text{Ecuación 24}$$

Por lo tanto:

$$[Y] = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \text{sen}\alpha & 0 \\ -\text{sen}\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \dots\dots \text{Ecuación 25}$$

La cual es la matriz de transformación de coordenadas locales a coordenadas globales.

Además, se puede demostrar que la matriz: $[Y] = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \text{sen}\alpha & 0 \\ -\text{sen}\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$,

tiene la propiedad de ser ortogonal, esto quiere decir, que su transpuesta es su inversa. Así:

$$[Y] * [Y]^T = [Y]^T * [Y] = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \text{sen}\alpha & 0 \\ -\text{sen}\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\text{sen}\alpha & 0 \\ \text{sen}\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [I] \dots\dots \text{Ecuación 26}$$

Con lo cual: si multiplicamos a ambos miembros de la ecuación (e) por $[Y]^T$, obtendremos:

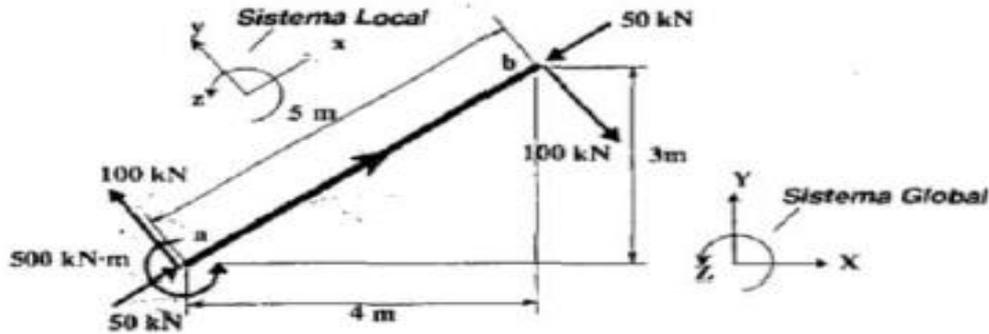
$$[Y]^T * \{F\} = [Y]^T * [Y] * \{f\}. \quad \dots\dots \text{Ecuación 27}$$

$\{f\} = [Y]^T * \{F\}$; Con lo cual se obtiene el vector de fuerzas en coordenadas locales.

2.19.2.2.5 EJEMPLO DE TRANSFORMACIÓN DE COORDENADAS

En la figura adjunta, tenemos el elemento de un pórtico mostrado, con las fuerzas dadas en sus extremos “a” y “b”, y queremos transformar las fuerzas en sus extremos del sistema local mostrado a un sistema global que tiene su eje “X” horizontal.

Figura 30: Ejemplo de transformación de coordenadas.



Fuente : HIBBELER, R.C: *Análisis Estructural, Octava Edición, PEARSON EDUCACIÓN, México, 2012*

Solución:

- Los vectores de fuerzas locales en los extremos “a” y “b” son:

$$\{f_a\} = \begin{Bmatrix} f_{ax} \\ f_{ay} \\ f_{az} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 50 \\ 100 \\ 500 \end{Bmatrix}; \quad \{f_b\} = \begin{Bmatrix} f_{bx} \\ f_{by} \\ f_{bz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -50 \\ -100 \\ 0 \end{Bmatrix}; \quad \dots\dots \text{Ecuación 28}$$

- El ángulo α se obtiene del acosen de $3/5$ y es de 36.87° , y teniendo en cuenta que el ángulo es negativo, ya que por definición α va de local a global. Por lo tanto: $\cos \alpha = \frac{4}{5} = 0.8$ y $\sin \alpha = -\frac{3}{5} = -0.6$, podemos ensamblar la matriz $[Y]$ con estos valores, así:

$$[Y] = \begin{bmatrix} 0.8 & -0.6 & 0 \\ 0.6 & 0.8 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \dots\dots \text{Ecuación 29}$$

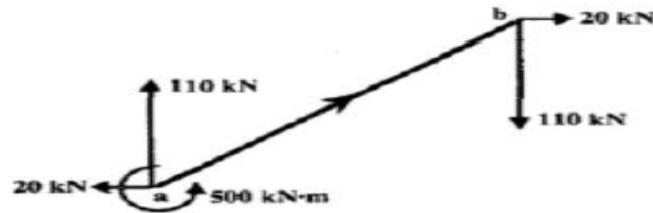
- Luego: las fuerzas en coordenadas globales del extremo “a” son:

$$\{F_a\} = [Y] * \{f_a\} = \begin{bmatrix} 0.8 & -0.6 & 0 \\ 0.6 & 0.8 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{Bmatrix} 50 \\ 100 \\ 500 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 20 \\ 110 \\ 500 \end{Bmatrix} \quad \dots\dots \text{Ecuación 30}$$

- Luego: las fuerzas en coordenadas globales del extremo “b” son:

$$\{F_b\} = [Y] * \{f_b\} = \begin{bmatrix} 0.8 & -0.6 & 0 \\ 0.6 & 0.8 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{Bmatrix} -50 \\ -100 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 20 \\ 110 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \dots\dots \text{Ecuación 31}$$

Figura 31: Fuerzas en coordenadas globales



Fuente : HIBBELER, R.C: *Análisis Estructural*, Octava Edición, PEARSON EDUCACIÓN, México, 2012

2.19.2.2.6 MATRIZ DE RIGIDEZ DE UN ELEMENTO ESTRUCTURAL DE PÓRTICO PLANO

El método matricial requiere asignar a cada barra elástica de la estructura una matriz de rigidez, llamada *matriz de rigidez elemental* que dependerá de sus condiciones de enlace extremo (articulación, nudo rígido), la forma de la barra (recta, curvada, etc.) y las constantes elásticas del material de la barra (módulo de elasticidad longitudinal y módulo de elasticidad transversal) (HIBBELER, 2012). A partir del conjunto de matrices elementales mediante un algoritmo conocido como acoplamiento que tiene en cuenta la conectividad de unas barras con otras se obtiene una *matriz de rigidez global*, que relaciona los desplazamientos de los nudos con las fuerzas equivalentes sobre los mismos.

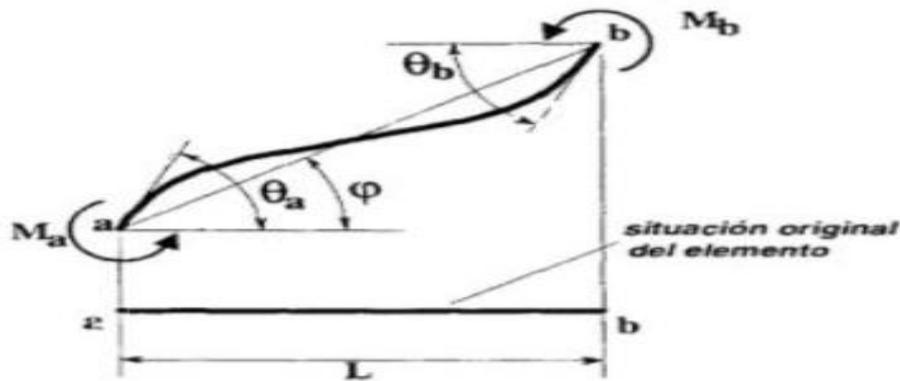
En resumen:

- Primero: Se determina la matriz de rigidez en coordenadas locales.
- Segundo: Luego se transforma el sistema de coordenadas locales a globales.
- Tercero: Para las relaciones entre fuerzas en los extremos del elemento y los desplazamientos en los extremos del elemento utilizaremos la ecuación de la pendiente deformación.

2.19.2.2.7 ECUACIÓN PENDIENTE DEFORMACIÓN

La ecuación pendiente deformación indica que para un elemento en estado de deformación los momentos en los extremos que mantienen esta deformación están dados por:

Figura 32: Idealización del elemento en estado de deformación



Fuente : HIBBELER, R.C: *Análisis Estructural, Octava Edición, PEARSON EDUCACIÓN, México, 2012*

$$M_a = \frac{2EI}{L}(2\theta_a + \theta_b - 3\varphi) + M_a^E \quad \text{..... Ecuación 32}$$

$$M_b = \frac{2EI}{L}(\theta_a + 2\theta_b - 3\varphi) + M_b^E \quad \text{..... Ecuación 33}$$

Donde:

M_a = momento en el extremo **a** del elemento. Es

Positivo en sentido anti horario.

M_b = momento en el extremo **b** del elemento.

Es positivo en sentido anti horario

E = módulo de elasticidad del material del elemento

I = momento de inercia de la sección del elemento

l = luz del elemento

θ_a = giro del extremo **a** del elemento. Es positivo en sentido anti horario

θ_b = giro del extremo **b** del elemento. Es positivo en sentido anti horario

φ = pendiente de la línea que une los extremos **a** y **b** del elemento, medida con respecto a su situación original indeformada. Positiva en el sentido anti horario

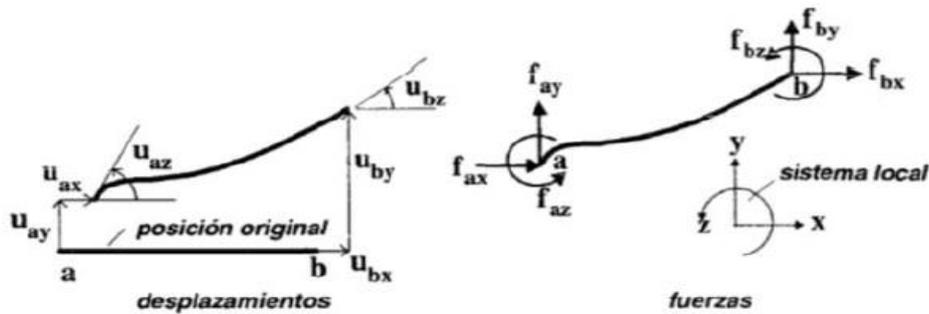
M_a^E y M_b^E = momentos de empotramiento de las cargas extremas dentro del elemento en los extremos **a** y **b** respectivamente.

2.19.2.2.8 MATRIZ DE RIGIDEZ EN COORDENADAS LOCALES

En el extremo del elemento puede aplicarse tres fuerzas: axial colineal con el eje, una fuerza cortante transversal y un momento, ello nos conduce a poder aplicar seis fuerzas por elemento.

La situación de deformación interna se puede describir por medio de tres tipos de desplazamientos en cada uno de sus extremos: una deformación colineal con el eje, una deformación transversal y un giro. Esto nos conduce a seis desplazamientos por elemento.

Figura 33: Fuerza y desplazamientos en los extremos de un elemento de un pórtico plano.



Fuente : HIBBELER, R.C: *Análisis Estructural, Octava Edición, PEARSON EDUCACIÓN, México, 2012*

Luego: Estamos interesados en buscar la relación que existe entre las seis fuerzas y los seis desplazamientos. De la siguiente forma:

$$\{f\}_{6,1} = [k]_{6,6} * \{u\}_{6,1}$$

En dónde: $[k]$: *matriz de rigidez*

2.19.2.2.9 PROCEDIMIENTO:

- Imponer una deformación unitaria en uno de sus grados de libertad, manteniendo restringidos los desplazamientos de los otros grados de libertad.
- Las fuerzas que se generan en los grados de libertad restringidos son los términos correspondientes a la matriz de rigidez.
- Los desplazamientos se miden a partir de la situación sin esfuerzos del elemento.
- **Luego:**

Después de aplicar el procedimiento antes ya descrito, la ecuación anterior se puede escribir de la siguiente manera.

$$\begin{Bmatrix} f_{ax} \\ f_{ay} \\ f_{az} \\ f_{bx} \\ f_{by} \\ f_{bz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{axax} & k_{axay} & k_{axaz} & k_{axbx} & k_{azby} & k_{axbz} \\ k_{ayax} & k_{ayay} & k_{ayaz} & k_{aybx} & k_{ayby} & k_{aybz} \\ k_{azax} & k_{azay} & k_{azaz} & k_{azbx} & k_{azby} & k_{azbz} \\ k_{bxax} & k_{bxay} & k_{bxaz} & k_{bxbx} & k_{bzby} & k_{bxbz} \\ k_{byax} & k_{byay} & k_{byaz} & k_{bybx} & k_{byby} & k_{bybz} \\ k_{bzax} & k_{bzay} & k_{bzaz} & k_{bzbx} & k_{bzby} & k_{bzbz} \end{bmatrix} * \begin{Bmatrix} u_{ax} \\ u_{ay} \\ u_{az} \\ u_{bx} \\ u_{by} \\ u_{bz} \end{Bmatrix} \dots\dots \text{Ecuación 34}$$

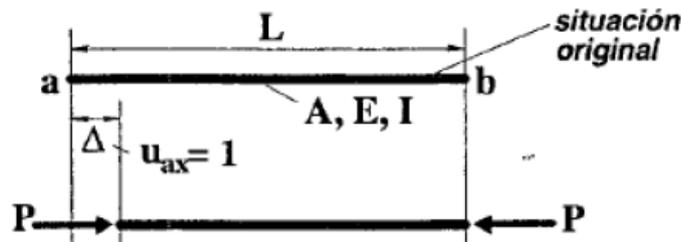
Nota: Los subíndices de cada término de la matriz de rigidez se refieren el primero a la fuerza y el segundo al desplazamiento que lo genera.

Por ejemplo: $k_{b_x a_y}$ indica que está relacionando la fuerza en el nudo **b** dirección **x**

2.19.2.2.10 DEDUCCIÓN DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ

- **FUERZA AXIAL UNITARIA:** Para determinar la primera columna de la matriz de rigidez, damos un desplazamiento unitario en la dirección del primer grado de libertad: $U_{ax} = 1$, y determinamos las fuerzas que deben aparecer en cada grado de libertad para mantener el mecanismo de deformación.

Figura 34: Desplazamiento unitario en la dirección del primer grado de libertad.



Fuente : HIBBELER, R.C: *Análisis Estructural, Octava Edición, PEARSON EDUCACIÓN, México, 2012*

En donde: $\sigma = \frac{P}{A}$ $\epsilon = \frac{\sigma}{E}$ Ecuación 35

Luego: la deformación axial total del elemento se calcula así.

$$\Delta = \int_0^L \epsilon \, dx = \epsilon * L = \frac{\sigma}{E} * L = \frac{PL}{AE} \quad \dots\dots \text{Ecuación 36}$$

Entonces: dado que Δ es una deformación unitaria, tenemos:

$$k_{axax} = P = \frac{AE}{L} \quad \text{y} \quad k_{b_x a_x} = -P = -\frac{AE}{L} \quad \dots\dots \text{Ecuación 37}$$

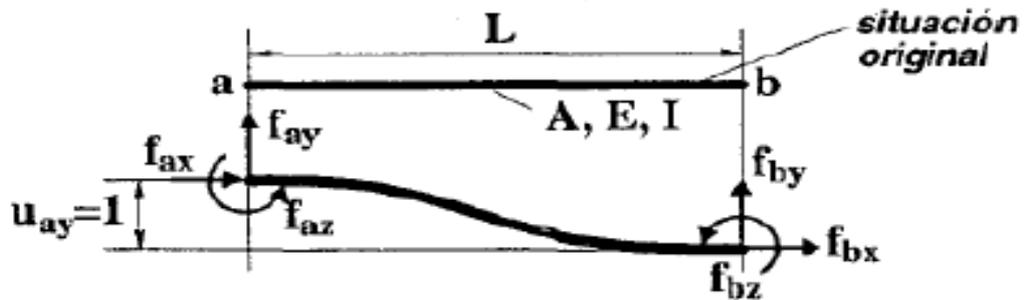
Y como la deformación axial no induce a otras reacciones en los otros grados de libertad, todos los primeros términos de la columna **[K]** son cero.

La matriz mostrada (m1), hasta el momento va así.

$$\begin{Bmatrix} f_{ax} \\ f_{ay} \\ f_{az} \\ f_{bx} \\ f_{by} \\ f_{bz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{AE}{L} & k_{axay} & k_{axaz} & k_{axbx} & k_{azby} & k_{axbz} \\ 0 & k_{ayay} & k_{ayaz} & k_{aybx} & k_{ayby} & k_{aybz} \\ 0 & k_{azay} & k_{azaz} & k_{azbx} & k_{azby} & k_{azbz} \\ \frac{AE}{L} & k_{bxay} & k_{bxaz} & k_{bxbx} & k_{bzby} & k_{bxbz} \\ 0 & k_{byay} & k_{byaz} & k_{bybx} & k_{byby} & k_{bybz} \\ 0 & k_{bzay} & k_{bzaz} & k_{bzbx} & k_{bzby} & k_{bzbz} \end{bmatrix} * \begin{Bmatrix} u_{ax} \\ u_{ay} \\ u_{az} \\ u_{bx} \\ u_{by} \\ u_{bz} \end{Bmatrix} \dots\dots \text{Ecuación 38}$$

- **FUERZA CORTANTE UNITARIA:** Para determinar la segunda columna de la matriz de rigidez, damos un desplazamiento unitario en la dirección del segundo grado de libertad: $U_{ay} = 1$, y determinamos las fuerzas que deben aparecer en cada grado de libertad para mantener el mecanismo de deformación.

Figura 35: Desplazamiento unitario en la dirección del segundo grado de libertad.



Fuente : HIBBELER, R.C: *Análisis Estructural, Octava Edición, PEARSON EDUCACIÓN, México, 2012*

Luego: tenemos la siguiente situación expresada en términos de las variables de la ecuación de pendiente deformación.

Figura 36: Términos de las variables de la ecuación de pendiente deformación.



Fuente : HIBBELER, R.C: *Análisis Estructural, Octava Edición, PEARSON EDUCACIÓN, México, 2012*



$$M_a = \frac{2EI}{L}(2\theta_a + \theta_b - 3\varphi) = \frac{-6EI}{L} \quad \dots\dots \text{Ecuación 39}$$

$$M_b = \frac{2EI}{L}(2\theta_a + \theta_b - 3\varphi) = \frac{-6EI}{L} \quad \dots\dots \text{Ecuación 40}$$

Luego sabemos que: $\varphi = -\frac{\Delta}{L}$; y $\Delta = 1 \rightarrow \varphi = -\frac{1}{L}$; entonces:

$$M_a = \frac{6EI}{L^2} \text{ y } M_b = \frac{6EI}{L^2} \quad \dots\dots \text{Ecuación 41}$$

Una vez determinados los momentos que produjo el desplazamiento unitario en la dirección dos, aplicamos momentos para hallar las fuerzas cortantes.

✓ *TOMANDO MOMENTOS EN "a":*

$$\sum M_a = \frac{6EI}{L^2} + \frac{6EI}{L^2} - V_b * L = 0 \quad \dots\dots \text{Ecuación 42}$$

$$V_b = \frac{12EI}{L^3} \quad \dots\dots \text{Ecuación 43}$$

✓ *Luego para encontrar la fuerza V_a , solo bastará con sumar fuerzas verticales:*

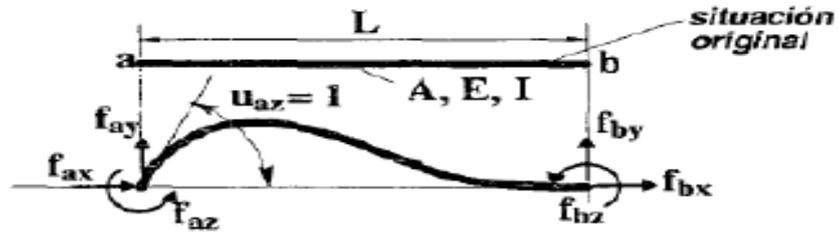
$$\sum F_v = 0 \rightarrow V_b - V_a = 0 \rightarrow V_b = V_a = \frac{12EI}{L^3} \quad \dots\dots \text{Ecuación 44}$$

Entonces, completando los coeficientes de la segunda fila, la matriz (m2), quedaría de la siguiente manera

$$\begin{Bmatrix} f_{ax} \\ f_{ay} \\ f_{az} \\ f_{bx} \\ f_{by} \\ f_{bz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{AE}{L} & 0 & k_{axaz} & k_{axbx} & k_{azby} & k_{axbz} \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & k_{ayaz} & k_{aybx} & k_{ayby} & k_{aybz} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & k_{azaz} & k_{azbx} & k_{azby} & k_{azbz} \\ \frac{AE}{L} & 0 & k_{bxaz} & k_{bxbx} & k_{bzbz} & k_{bxbz} \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & k_{byaz} & k_{bybx} & k_{byby} & k_{bybz} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & k_{bzaz} & k_{bzbx} & k_{bzby} & k_{bzbz} \end{bmatrix} * \begin{Bmatrix} u_{ax} \\ u_{ay} \\ u_{az} \\ u_{bx} \\ u_{by} \\ u_{bz} \end{Bmatrix} \quad \dots\dots \text{Ecuación 45}$$

- **MOMENTO UNITARIO:** Para determinar la tercera columna de la matriz de rigidez, damos un desplazamiento unitario en la dirección del segundo grado de libertad: $U_{az} = 1$, y determinamos las fuerzas que deben aparecer en cada grado de libertad para mantener el mecanismo de deformación.

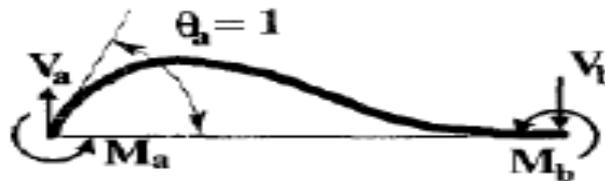
Figura 37: Desplazamiento unitario en la dirección del tercer grado de libertad.



Fuente : HIBBELER, R.C: *Análisis Estructural, Octava Edición, PEARSON EDUCACIÓN, México, 2012*

Luego: tenemos la siguiente situación expresada en términos de las variables de la ecuación de pendiente deformación.

Figura 38: Términos de las variables de la ecuación de pendiente deformación.



Fuente : HIBBELER, R.C: *Análisis Estructural, Octava Edición, PEARSON EDUCACIÓN, México, 2012*

$$M_a = \frac{2EI}{L}(2\theta_a + \theta_b - 3\varphi) = \frac{4EI}{L} \quad \text{..... Ecuación 46}$$

$$M_b = \frac{2EI}{L}(2\theta_a + \theta_b - 3\varphi) = \frac{2EI}{L} \quad \text{..... Ecuación 47}$$

✓ TOMANDO MOMENTOS EN "a":

$$\sum M_a = \frac{4EI}{L} + \frac{2EI}{L} - V_b * L = 0 \quad \text{..... Ecuación 48}$$

$$V_b = \frac{6EI}{L^2} \quad \text{..... Ecuación 49}$$

✓ Luego para encontrar la fuerza V_a , solo bastará con sumar fuerzas verticales:

$$\sum F_v = 0 \rightarrow V_b - V_a = 0 \rightarrow V_b = V_a = \frac{6EI}{L^2} \quad \text{..... Ecuación 50}$$

Entonces, completando los coeficientes de la tercera fila, la matriz (m3), quedaría de la siguiente manera

$$\begin{Bmatrix} f_{ax} \\ f_{ay} \\ f_{az} \\ f_{bx} \\ f_{by} \\ f_{bz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & k_{axbx} & k_{azby} & k_{axbz} \\ \frac{AE}{L} & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & k_{aybx} & k_{ayby} & k_{aybz} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & k_{azbx} & k_{azby} & k_{azbz} \\ \frac{AE}{L} & 0 & 0 & k_{bxbx} & k_{bzby} & k_{bxbz} \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & k_{bybx} & k_{byby} & k_{bybz} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & k_{bzbz} & k_{bzby} & k_{bzbz} \end{bmatrix} * \begin{Bmatrix} u_{ax} \\ u_{ay} \\ u_{az} \\ u_{bx} \\ u_{by} \\ u_{bz} \end{Bmatrix} \dots\dots Ecuación 51$$

- Luego si aplicamos los desplazamientos unitarios en la dirección de los grados de libertad en el extremo “b”, vamos a determinar las otras columnas de la matriz de rigidez.

Finalmente, la matriz de rigidez en coordenadas locales queda configurada de la siguiente manera.

$$\begin{Bmatrix} f_{ax} \\ f_{ay} \\ f_{az} \\ f_{bx} \\ f_{by} \\ f_{bz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -\frac{AE}{L} & 0 & 0 \\ \frac{AE}{L} & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{AE}{L} & 0 & 0 & \frac{AE}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} * \begin{Bmatrix} u_{ax} \\ u_{ay} \\ u_{az} \\ u_{bx} \\ u_{by} \\ u_{bz} \end{Bmatrix} \dots\dots Ecuación 52$$

- *NOTA: con la matriz de la ecuación 52, es la matriz ensamblada terminada, la cual se utilizará para el cálculo estructural de los pórticos a analizar.*

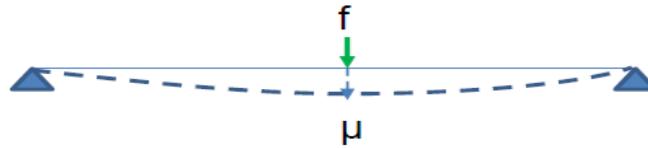
2.19.3 TRANSFORMACIÓN DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ DE COORDENADAS LOCALES A COORDENADAS GLOBALES

2.19.3.1 PRINCIPIO DE CONTRAGRADIENTE

El principio de contragradiante, consiste en hallar una transposición de una matriz necesaria para realizar la conversión opuesta de los desplazamientos.

Para encontrar esta relación emplearemos los conceptos de trabajo y energía, en la viga mostrada a continuación podemos determinar el trabajo realizado por una fuerza de la siguiente manera:

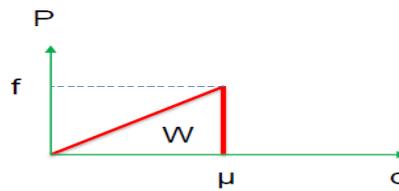
Figura 39: Viga con deflexión ante una fuerza “f”



Fuente: El Autor

Luego si se grafica a la fuerza vs el desplazamiento, se tendrá:

Figura 40: Gráfica fuerza vs desplazamiento



Fuente: El Autor.

Luego, sabemos que el trabajo realizado por la fuerza “F” es: $W = \frac{f \cdot \mu}{2}$, y si en la viga, estuviesen actuando más fuerzas, entonces el trabajo realizado por todas las fuerzas actuantes sería: $W = \frac{f_1 \cdot \mu_1}{2} + \frac{f_2 \cdot \mu_2}{2} + \frac{f_3 \cdot \mu_3}{2} + \frac{f_4 \cdot \mu_4}{2} + \dots + \frac{f_n \cdot \mu_n}{2}$, lo que en síntesis, si se expresara como un arreglo matricial se tendría: $w = \frac{1}{2} * \{\mu\}^T * \{f\}$, la cual representa el trabajo realizado por las fuerzas en coordenadas locales. De una misma manera, análogamente se tendría:

$W = \frac{1}{2} * \{U\}^T * \{F\}$, con lo cual se tendría las ecuaciones del trabajo realizado en coordenadas globales.

*nota: las ecuaciones del trabajo en coordenadas locales y globales respectivamente, son válidas siempre y cuando los sistemas tengan componentes ortogonales, es decir, cada fuerza sólo puede hacer un trabajo con desplazamiento colineal.

Finalmente, dado que el trabajo realizado tanto en coordenadas locales como en globales es el mismo, entonces podemos igualar las ecuaciones del trabajo local como del trabajo global.

Así:

$$w = \frac{1}{2} * \{\mu\}^T * \{f\} = W = \frac{1}{2} * \{U\}^T * \{F\} \quad \text{..... Ecuación 53}$$



$$\{\mu\}^T * \{f\} = \{U\}^T * \{F\}. \quad \dots \text{Ecuación 54}$$

Luego sabemos que: $\{F\} = \{T\} * \{f\}$ Ecuación 55

Entonces reemplazando tenemos: $\{\mu\}^T * \{f\} = \{U\}^T * \{T\} * \{f\}$ Ecuación 56.

En donde: $\{\mu\}^T = \{U\}^T * \{T\}$, y si aplicamos la propiedad de: $([A] * [B])^T = ([B]^T * [A]^T)$, tenemos: $\{u\} = \{T\}^T * \{U\}$, esta expresión nos demuestra que, la misma matriz de transformación $[T]$, se utiliza para cambiar el sistema de coordenadas operacionales para transformar los desplazamientos a través de su transpuesta $[T]^T$, con lo cual estaríamos demostrando la propiedad que se conoce como contragradiante.

2.19.3.2 MATRIZ DE RIGIDEZ EN COORDENADAS GLOBALES

Una vez demostrado el principio de contragradiante, simplemente despejamos $\{K\}$ de las ecuaciones ya conocidas de la siguiente forma:

Conocemos que: $\{f\} = [k] * [u]$ Ecuación 57

Y queremos obtener: $\{F\} = [K] * [U]$ Ecuación 58

Pero conocemos lo siguiente: $\{F\} = \{T\} * \{f\}$ Ecuación 59

Y por el principio de contragradiante: $\{u\} = \{T\}^T * \{U\}$ Ecuación 60

Reemplazando (4) en (1) tenemos: $\{f\} = [k] * [T]^T * \{U\}$ Ecuación 61

Remplazando (5) en (3) tenemos: $\{F\} = \{T\} * [k] * [T]^T \{U\}$ Ecuación 62

Finalmente comparando (2) con (6) tenemos: $\{K\} = [T] * [k] * [T]^T$ Ecuación 63

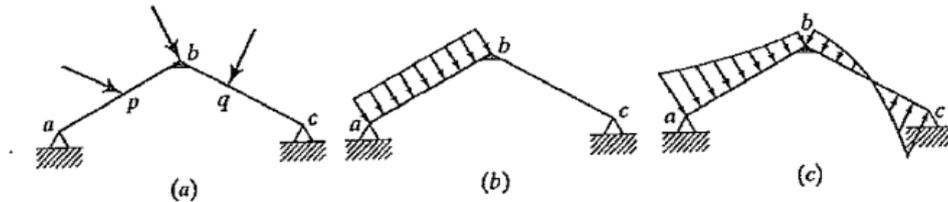
Como podemos observar en la ecuación (63), es la deducción de la matriz de rigidez en coordenadas globales. Por lo que se concluye que la matriz de rigidez en coordenadas globales es:

$$\{K\} = [T] * [k] * [T]^T \quad \dots \text{Ecuación 64}$$

2.19.3.3 ANÁLISIS CUANDO EXISTEN CARGAS ENTRE PUNTOS NODALES

Generalmente en la realidad, las estructuras deben y son sometidas a cargas aplicadas entre los nudos del sistema estructural, en el cual se nos presenta generalmente tres casos:

Figura 41: Viga con cargas aplicadas entre nudos



Fuente : Hibbeler, R.C: *Análisis Estructural, Octava Edición, Pearson Educación, México, 2012.*

- Cuando tengamos casos presentados como el caso (a), podemos solucionar mediante la colocación de nudos adicionales en el punto donde actúan las fuerzas, para luego proceder a resolver la matriz de rigidez del sistema identificando pertinentemente la matriz restringida ($[K_{RR}]$) y la matriz libre $[K_{LL}]$ y las fuerzas en los nudos libres y restringidos así:

$$P = [K] * \{\Delta\} \quad \dots\dots \text{Ecuación 65}$$

En donde
$$\begin{Bmatrix} P_L \\ P_R \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{LL} & K_{LR} \\ K_{RL} & K_{RR} \end{bmatrix} * \begin{Bmatrix} \Delta_L \\ \Delta_R \end{Bmatrix} \quad \dots\dots \text{Ecuación 66}$$

Luego:
$$\begin{Bmatrix} -P \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ R_{yb} \\ R_{yc} \\ R_{yd} \\ R_{md} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{LL} & K_{LR} \\ K_{RL} & K_{RR} \end{bmatrix} * \begin{Bmatrix} U_a \\ \theta_\alpha \\ \theta_\beta \\ \theta_c \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \dots\dots \text{Ecuación 67}$$

- Para poder analizar los casos presentados en la figura (b) y (c) respectivamente, la carga que actúa en los nudos debe ser analizada en dos estados cuyos estados deberán ser adicionados a como si se analizara el caso (a). de la siguiente manera:
 - Primero, debemos asumir que los elementos de las estructuras se encuentran empotrados. Las fuerzas de empotramiento consisten en dos pares por cada extremo de elemento.

- Segundo, debemos adicionar el vector de fuerzas de empotramiento a la matriz deducida para el caso (a). así:

$$P = [K] * \{\Delta\} + \{P^F\} \quad \dots\dots \text{Ecuación 68}$$

$$\text{En donde:} \quad \begin{Bmatrix} P_L \\ P_R \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{LL} & K_{LR} \\ K_{RL} & K_{RR} \end{bmatrix} * \begin{Bmatrix} \Delta_L \\ \Delta_R \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} P_L^L \\ P_R^L \end{Bmatrix} \quad \dots\dots \text{Ecuación 69}$$

$$\text{Luego:} \quad \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ R_{yb} \\ R_{yc} \\ R_{yd} \\ R_{md} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{LL} & K_{LR} \\ K_{RL} & K_{RR} \end{bmatrix} * \begin{Bmatrix} U_a \\ \theta_\alpha \\ \theta_\beta \\ \theta_c \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{ql^2}{12} \\ -\frac{ql^2}{12} \\ \frac{ql^2}{12} \\ \frac{ql^2}{12} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \dots\dots \text{Ecuación 70}$$

Entonces si efectuamos la ecuación tendremos:

$$\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{ql^2}{12} \\ -\frac{ql^2}{12} \\ R_{yb} - \frac{ql^2}{12} \\ R_{yc} - \frac{ql^2}{12} \\ R_{yd} \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{LL} & K_{LR} \\ K_{RL} & K_{RR} \end{bmatrix} * \begin{Bmatrix} U_a \\ \theta_\alpha \\ \theta_\beta \\ \theta_c \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \dots\dots \text{Ecuación 71}$$

2.20 BASE TEÓRICA-CIENTÍFICA DEL DISEÑO ESTRUCTURAL.

Los criterios de diseño para el concreto reforzado son dos. El criterio de “diseño por esfuerzos de trabajo” utilizado desde principios del siglo XX. Pero, desde la publicación de la publicación en 1963 del código ACI 318, se produjo una rápida migración al otro método, “diseño por resistencia última”, debido a que se consideró como un método más racional y realista en su aplicación a la seguridad de las estructuras.

2.20.1 DISEÑO POR ESFUERZOS DE TRABAJO

En este método los elementos estructurales se dimensionan para que los esfuerzos en el acero y en el concreto, resultantes de cargas normales de servicio se encuentren en límites especificados. A los que conocemos como: esfuerzos *admisibles*, y son fracciones de los esfuerzos de falla de los materiales (por ejemplo, para el concreto $\sigma_c = 0.45 f'_c$, para acero $\sigma_s = 0.6 f_y$). Cabe resaltar que, en este método todos los tipos de carga se tratan de la misma manera (tanto carga viva, como carga muerta y otras cargas) sin importar qué tan diferentes sean su variabilidad individual y su



incertidumbre. Asimismo, los esfuerzos se calculan para el rango elástico de deformación. En cuanto a las deflexiones y el agrietamiento, se consideran comúnmente sólo en forma implícita a través de los límites impuestos a los esfuerzos producidos por las cargas de servicio.

2.20.2 DISEÑO POR RESISTENCIA

En este método, se dimensionan los elementos para luego proporcionar la cantidad de refuerzo de manera que sus resistencias sean adecuadas para soportar las fuerzas resultantes de ciertos supuestos estados de carga, utilizando factores de carga, que multiplican a las cargas que se espera actúen en la realidad durante la vida útil de la estructura. La resistencia de los elementos estructurales es calculada para un nivel de esfuerzos cercanos a un estado de falla inminente, en el cual se considera el comportamiento inelástico de los materiales componentes (Cuevas Ó. M., 2005). Además, debido a errores por fabricación o construcción de materiales, las resistencias nominales son afectadas por factores de reducción de resistencia, las cuales dependen del tipo de análisis y diseño que se va a efectuar (flexión, cortante, torsión, etc.). En conclusión, el diseño por resistencia, permite abolir en gran parte la incertidumbre para los diversos tipos de carga que va a soportar los elementos estructurales de una edificación.

En la actualidad es éste método el que predomina en el diseño estructural, y el que nos servirá de guía para desarrollar la presente tesis.

2.20.2.1 PRINCIPIOS GENERALES DEL DISEÑO POR RESISTENCIA.

El principio general del diseño por resistencia, en síntesis, requiere que la resistencia de diseño de un elemento cualquiera, en cualquier sección sea igual o mayor a la resistencia calculada a partir de las combinaciones de carga factorizadas especificadas en las normativas de diseño. Así.

- Resistencia de Diseño \geq Resistencia Requerida o
 $\Phi R_n \geq U$, (*ecuación general del diseño por resistencia*)

Donde Φ es un factor de reducción a la resistencia nominal del elemento.

Bajo este principio, podemos deducir análogamente las ecuaciones para los diseños solicitados, lo cuales son: momento flector, carga a cortante, carga a axial, momento torsor y las combinaciones que se pueden originar bajo estas solicitaciones de carga.

- $P_n \geq P_u$ (*ecuación general del diseño por resistencia a carga axial*)



- $M_n \geq M_u$ (ecuación general del diseño por resistencia a momento flector)
- $V_n \geq V_u$ (ecuación general del diseño por resistencia a carga cortante)
- $T_n \geq T_u$ (ecuación general del diseño por resistencia a momento torsor)

Dónde: los subíndices n indican las resistencias nominales a fuerza axial, flexión, cortante y torsión respectivamente, y los subíndices u indican los efectos amplificados de carga axial, momento flector, cortante y momento torsor.

Una vez comprendido los principios básicos del diseño por resistencia, queda saber por qué a las resistencias de diseño se las multiplica por el factor “ Φ ”, que aunque ya lo mencionamos anteriormente, para tenerlo más en claro mencionaremos las siguientes razones:

2.20.2.2 RAZONES POR LAS CUALES SE EMPLEA EL FACTOR “ Φ ”, PARA EL CÁLCULO DE RESISTENCIA ULTIMA

La edición comentada del ACI 318, en su capítulo 4 y capítulo 5 nos brinda las siguientes suposiciones por el cual se emplea el factor “ Φ ”

2.20.2.2.1 REDUCCIÓN EN LA RESISTENCIA DE LOS MATERIALES O ELEMENTOS

- Variación en la resistencia de los materiales. La resistencia a la compresión del concreto, así como la resistencia a la fluencia y resistencia última del acero de refuerzo son variables.
- El efecto de la velocidad de los ensayos. Las resistencias del concreto y del acero son afectadas por la velocidad de aplicación de las cargas.
- Resistencia en obra contra resistencia de especímenes. La resistencia del concreto en una estructura es algo diferente que la resistencia del mismo concreto en un espécimen de control.
- Efectos de la variabilidad de esfuerzos de contracción o esfuerzos residuales. La variabilidad en los esfuerzos residuales debido a la contracción puede afectar la carga de agrietamiento del elemento y es importante donde el agrietamiento es el estado límite crítico. De manera similar, la transferencia de la carga de compresión del concreto al acero causada por flujo plástico y contracción en las columnas, puede dar lugar a una resistencia a la fluencia prematura del acero en compresión y, posteriormente, provocar fallas por inestabilidad en columnas esbeltas con poca cantidad de refuerzo.
- Las tolerancias de laminación y fabricación de las varillas de refuerzo.



- Errores en la geometría de las secciones transversales y errores en la ubicación del acero de refuerzo.
- Las hipótesis y simplificaciones en las ecuaciones de diseño, tales como el uso del bloque rectangular equivalente de esfuerzos y la suposición de máxima deformación unitaria útil del concreto igual a 0.003, introducen tanto errores sistemáticos como aleatorios.
- El uso de tamaños nominales de varillas da como resultado variaciones de la capacidad real de los elementos.

2.20.2.2.2 LOS FACTORES DE CARGA SON NECESARIOS POR LA POSIBILIDAD DE SOBRECARGAS

Esto debido a lo siguiente:

- Las cargas muertas pueden variar debido a las modificaciones en los tamaños de los elementos.
- Las cargas muertas pueden variar debido a las modificaciones en la densidad del material.
- Las cargas muertas pueden variar debido a las alteraciones estructurales y no estructurales
- Las cargas vivas varían de manera considerable en el tiempo y de un edificio a otro, muchas veces por el cambio de uso.
- Existen incertidumbres en el cálculo de los efectos de las cargas. Las suposiciones de rigidez, longitudes de luces, etc., y las imprecisiones originadas al modelar las estructuras tridimensionales para el análisis estructural, provocan diferencias entre los esfuerzos que en realidad ocurren en una construcción y los que el diseñador consideró en su análisis.

2.20.2.2.3 LA REDUCCIÓN DE LA RESISTENCIA Y EL INCREMENTO DE LAS CARGAS TAMBIÉN ES DEBIDO A QUE LAS CONSECUENCIAS DE UNA FALLA PUEDEN SER GRAVES

- El tipo de falla, la advertencia de la misma y la existencia de diferentes condiciones de carga.
- Potencial pérdida de vidas.
- Costos debido a pérdidas de vidas y daños a la propiedad.
- La importancia del elemento en la estructura.



- Costos de reparación de la estructura.

2.20.2.3 RESISTENCIA REQUERIDA.

La resistencia requerida, es aquel esfuerzo que se encuentra para la sumatoria de cargas factorizadas, las cuales no son más que los factores multiplicadores, los cuales incrementan a las cargas de servicios. Estos factores varían de acuerdo a la aleatoriedad de las cargas, por ejemplo: como la carga muerta tiene un bajo índice de aleatoriedad, ya que se puede estimar con gran precisión, su factor multiplicador solamente de 1.2. En cambio, la carga viva como tiene un alto nivel de aleatoriedad su factor multiplicador de incremento es de 1.6, lo mismo sucede para las demás cargas en las cuales sus factores multiplicadores de incremento pueden variar según la aleatoriedad de la carga a estimar.

La sección 5.3 del código ACI 2014, nos brinda los factores multiplicadores de cargas, para casos de estados específicos, así como también el Reglamento Nacional de Edificaciones del Perú.

Cuadro 4: Combinaciones de cargas factorizadas para determinar la resistencia requerida según el Reglamento Nacional de Edificaciones del Perú.

COMBINACIONES DE CARGA	ECUACIONES EN REGLAMENTO NACIONAL DE EDIFICACIONES
$U = 1,4 CM + 1,7 CV$	(9-1)
$U = 1,25 (CM + CV \pm CVi)$	(9-2)
$U = 0,9 CM \pm 1,25 CVi$	(9-3)
$U = 1,25 (CM + CV) \pm CS$	(9-4)
$U = 0,9 CM \pm CS$	(9-5)
$U = 1,4 CM + 1,7 CV + 1,7 CE$	(9-6)
$U = 0,9 CM + 1,7 CE$	(9-7)
$U = 1,4 CM + 1,7 CV + 1,4 CL$	(9-8)
$U = 1,05 CM + 1,25 CV + 1,05 CT$	(9-9)
$U = 1,4 CM + 1,4 CT$	(9-10)

Fuente : Reglamento Nacional De Edificaciones Del Perú, Norma E060-

Capítulo 9.

En donde:

CM = cargas muertas

CS = efectos de carga de fuerzas sísmicas

CV = cargas vivas

CE = carga de empuje



CVi = carga de viento

CL= carga de líquido

CT= carga por temperatura

U = resistencia requerida para resistir cargas factorizadas o fuerzas y momentos internos relacionados.

Nota: cabe remarcar que el ACI 318-2014, en el capítulo 5, hace hincapié en que se debe investigarse el efecto de una o más cargas que no actúen simultáneamente.

2.20.2.4 RESISTENCIA DE DISEÑO.

La resistencia de diseño es aquella que, en términos de flexión, carga axial, cortante y torsión, es igual a la resistencia nominal calculada conforme los principios y suposiciones del método de diseño por resistencia, multiplicadas por un factor de reducción de resistencia Φ que es una fracción de la unidad, por las razones ya antes expuestas. Estos factores “ Φ ” se basan en reglas y son los estados límite seleccionados de una manera conservadora (ya que existe cierta incertidumbre por parte de fuerzas y de cargas), para esfuerzos, deformación unitaria, agrietamiento o deterioro, y se derivan de los resultados de las investigaciones de cada tipo de acción estructural en los cuales el ACI 318-2014 hace una recopilación de ellos, y que posteriormente han sido adoptados por el Reglamento Nacional de Edificaciones del Perú.

Los factores de reducción de resistencia dados por el ACI 318-2014 en su sección 21.2, en la tabla 21.2.1 y son los siguientes:

Cuadro 5: Factores de reducción de resistencia para estados límite determinados.

Flexión sin carga axial.	0,90
Carga axial y carga axial con flexión.	0,90
(a) Carga axial de tracción con o sin flexión.	0,75
(b) Carga axial de compresión con o sin flexión: Elementos con refuerzo en espiral según 10.9.3	0,70
Otros elementos.	
Cortante y torsión.	0,85



Aplastamiento en el concreto (excepto para las zonas de anclajes de pos tensado).	0,70
Zonas de anclaje de pos tensado.	0,85
Las secciones en flexión en los elementos pretensados donde la longitud embebida del torón (strand) es menor que la longitud de desarrollo.	
(a) Desde el extremo del elemento hasta el extremo de la longitud de transferencia.	0,75
(b) Desde el extremo de la longitud de transferencia hasta el extremo de la longitud de desarrollo, puede incrementarse linealmente	Desde 0,75 hasta 0,9

Fuente : Reglamento Nacional de Edificaciones del Perú, Norma E060- capítulo 9- sección 9.3.

2.20.2.5 SUPOSICIONES DE DISEÑO

El cálculo de la resistencia de un elemento tanto en su cara longitudinal como en su cara transversal por el Método de Diseño por Resistencia, requiere que se cumplan dos condiciones básicas: primero: El equilibrio estático y segundo la compatibilidad de las deformaciones unitarias (American Concrete Institute, ACI-318 SUS, 2014), bajo estas condiciones básicas dadas, se diseña bajo las siguientes suposiciones brindadas por el ACI:

- *Suposición 1: Las deformaciones unitarias en el concreto y el refuerzo no preesforzado deben suponerse directamente proporcionales a la distancia desde el eje neutro.*

Es decir, las secciones planas normales al eje de flexión permanecen planas después de que ocurre ésta, La deformación unitaria tanto en el refuerzo no preesforzado como en el concreto se supone directamente proporcional a la distancia desde el eje neutro. Esta suposición es de primordial importancia en el diseño para determinar la deformación unitaria y el esfuerzo correspondiente en el refuerzo.

- *Suposición 2: La máxima deformación unitaria utilizable en la fibra extrema sometida a compresión del concreto debe suponerse igual a 0.003.*



La máxima deformación unitaria para carga axial del concreto por compresión se ha establecido, a través de diversas pruebas de diferente índole, que varía desde 0.003 hasta valores tan altos como 0.008 bajo condiciones especiales. Sin embargo, las deformaciones unitarias a las cuales se desarrolla la resistencia están usualmente entre 0.003 y 0.004 para miembros de dimensiones, materiales y resistencias normales.

- Suposición 3: *La resistencia a la tracción del concreto debe despreciarse en los cálculos de resistencia a flexión y resistencia axial.*

La resistencia a la tracción del concreto sometido a flexión (módulo de ruptura) es una propiedad más variable que la resistencia a la compresión y es aproximadamente igual al 10 a 15 por ciento de la resistencia a la compresión. En el cálculo de la resistencia a flexión, conservadoramente la resistencia a la tracción del concreto sometido a flexión no se toma en cuenta. No obstante, la resistencia del concreto en tracción es importante en la evaluación de la fisuración y las deflexiones a nivel de cargas de servicio.

- Suposición 4: *La relación entre los esfuerzos de compresión y la deformación unitaria en el concreto se debe suponer rectangular, trapezoidal, parabólica o de cualquier otra forma que lleve a una predicción de la resistencia que coincida con los resultados de ensayos representativos.*

La distribución de los esfuerzos del concreto bajo deformaciones unitarias altas no es lineal (el esfuerzo no es proporcional a la deformación unitaria). Pero se supone que la deformación unitaria máxima utilizable para diseño es 0.003. La distribución real del esfuerzo de compresión del concreto dentro de una sección transversal es compleja y, por lo general, no se conoce explícitamente. Sin embargo, las investigaciones han demostrado que las propiedades importantes de la distribución de esfuerzos en el concreto pueden aproximarse adecuadamente si se emplea cualquiera de diferentes suposiciones para la forma de la distribución de los esfuerzos.

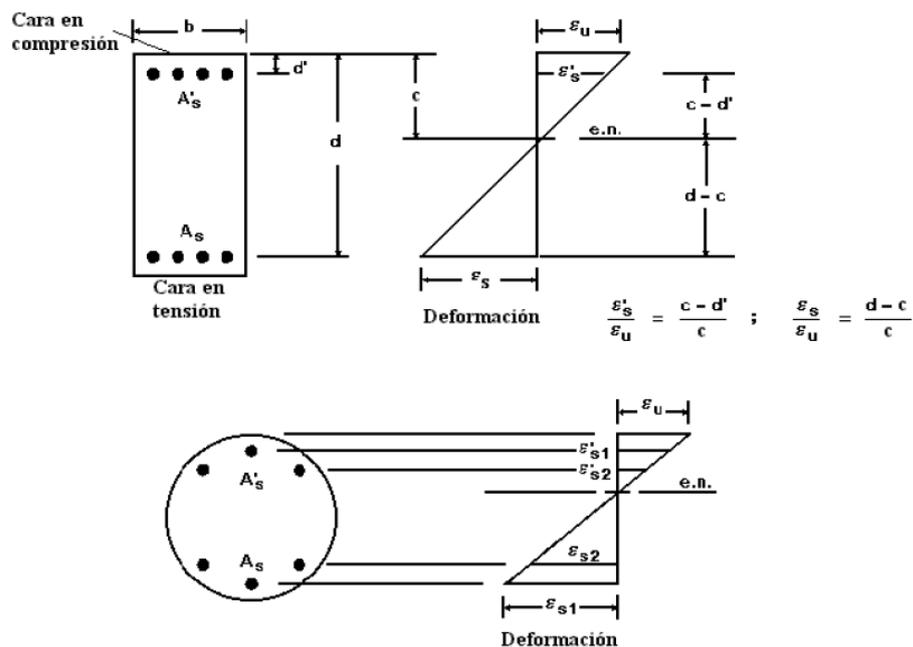
- Suposición 5: *Se debe suponer un esfuerzo de $0.85 f'c$ uniformemente distribuido en una zona de compresión equivalente, limitada por los bordes de la sección transversal y por una línea recta paralela al eje neutro, ubicada a una distancia "a" de la fibra de deformación unitaria máxima en compresión.*

La distribución rectangular de esfuerzos equivalente no representa la distribución real de esfuerzos en la zona de compresión al nivel de resistencia nominal, pero proporciona esencialmente los mismos resultados de las resistencias nominales de flexión y axial que los obtenidos en ensayos.

- Suposición 6: El esfuerzo del acero de refuerzo f_s inferior a la resistencia a la fluencia f_y , debe tomarse como ϵ_s veces la deformación unitaria del refuerzo f_s . Para deformaciones mayores que f_y/E_s , el esfuerzo en el acero de refuerzo será considerado independiente de la deformación e igual a f_y

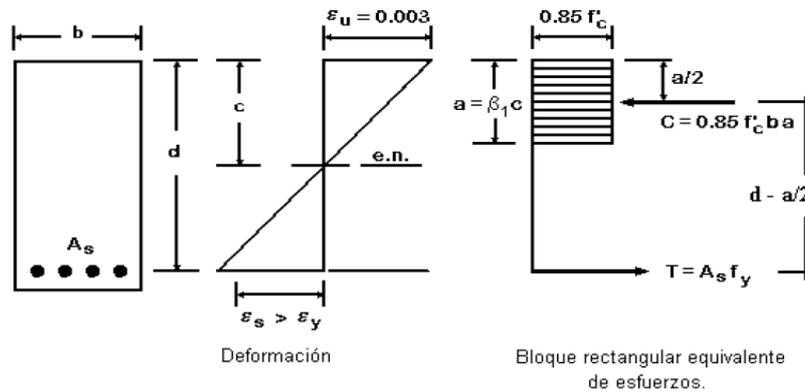
Para el refuerzo corrugado es razonablemente preciso suponer que antes de alcanzar el esfuerzo de fluencia, el esfuerzo en el refuerzo es proporcional a la deformación unitaria del mismo. Para la práctica del diseño, el incremento de la resistencia debido al efecto de endurecimiento por deformación del refuerzo no se toma en cuenta al calcular la resistencia del elemento o sección. En los cálculos de resistencia, la fuerza desarrollada en el refuerzo de tensión o en compresión es función de la deformación unitaria en el mismo.

Figura 42: Distribución de deformaciones unitarias.



Fuente : ACI 318-2014

Figura 43: Distribución de deformaciones unitarias



Fuente : ACI 318-2014

2.21 VIGAS

Los elementos estructurales que transmiten las cargas transversales a su eje axial a los elementos verticales resistentes (estos pueden ser columnas o placas). Para el análisis ingenieril se hace una separación de vigas, vigas principales y secundarias. Las vigas principales son las que van a recibir las cargas de servicio, por gravedad y además su propio peso, esto quiere decir, la carga de las áreas tributaria de las losas y de vigas secundarias, para luego transmitir las a las columnas, Las vigas secundarias principalmente desempeñan la función de amarre o arrojamiento entre vigas principales y columnas, también pueden transmitir carga, que en muchas ocasiones son: su propio peso ,algunas tabiquerías móviles, y de losas (en forma muy reducida). Las cuales las transmiten a las vigas principales, o directamente a la columna.

Las cargas que actúan sobre las vigas son transversales al eje longitudinal de las mismas, lo cual genera principalmente esfuerzos de flexión y cortante. Generalmente para diseños no preesforzados, no se generan esfuerzos axiales de tensión o compresión que sean significativos, por lo que comúnmente son despreciados en el diseño. Los efectos de torsión toman importancia en las vigas de borde de los tableros de entrepisos, o en vigas interiores cuando las cargas de los tableros adyacentes son bastante diferentes por lo que no están balanceadas.

Para el desarrollo de la tesis se presentan las consideraciones del código ACI 318-2014 para el diseño por flexión, cortante, y torsión de vigas. Además, las consideraciones acerca del control de agrietamiento y deflexiones en condiciones de servicio.



2.21.1 DISEÑO POR FLEXIÓN

El diseño por flexión (para una viga) se hace necesario, cuando en una viga hay cargas actuando en forma perpendicular a su eje longitudinal o axial. Cuando se presentan estas cargas, producen un momento flector el cual es perpendicular a su eje longitudinal y trata de deflectar a la viga en su eje en el mismo eje longitudinal, he de aquí el nombre de diseño por flexión, ya que el diseño se basa en contrarrestar el efecto que produce el momento flector actuante en una viga a lo largo de su eje longitudinal.

El Reglamento Nacional de Edificaciones del Perú, nos brinda hipótesis de diseño en las cuales las más principales son las siguientes:

- Las deformaciones unitarias en el refuerzo y en el concreto deben suponerse directamente proporcionales a la distancia desde el eje neutro.
- La máxima deformación unitaria utilizable del concreto, ϵ_{cu} , en la fibra extrema sometida a compresión, se asumirá igual a 0,003.
- La resistencia a la tracción del concreto no debe considerarse en los cálculos de elementos de concreto reforzado sometidos a flexión y a carga axial.

Para el desarrollo de la tesis tomaremos en cuenta consideraciones del Reglamento Nacional de Edificaciones, así como también las consideraciones del ACI 318-2014.

2.21.2 SECCIONES RECTANGULARES SIMPLEMENTE REFORZADAS

2.21.2.1 ACERO MÍNIMO DE REFUERZO

Tanto el Reglamento Nacional de Edificaciones del Perú, así como el ACI 318-2014 nos brindan áreas de refuerzo mínimo, los cuales son:

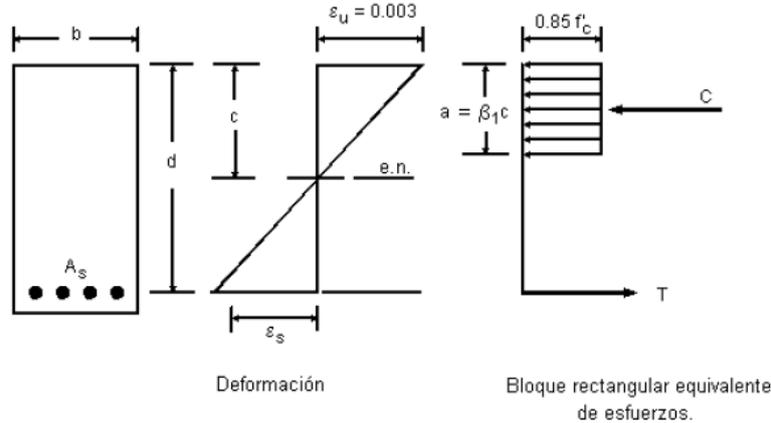
$$A_{S_{min}} = \frac{0.22\sqrt{f'c}}{f_y} * b_w * d * mm^2 \quad (RNE-E060-capítulo 10-sección 10.5.2)..... Ecuación 72$$

$$\left. \begin{aligned} A_{S_{min}} &= \frac{3\sqrt{f'c}}{f_y} * b_w * d * in^2 \\ A_{S_{min}} &= \frac{200\sqrt{f'c}}{f_y} * b_w * d * in^2 \end{aligned} \right\} (ACI 318-2014-capítulo9-sección 9.6.1.2)..... Ecuación 73$$

2.21.2.2 DISEÑO PARA MOMENTO FLECTOR SIMPLEMENTE REFORZADO

Para el diseño de secciones rectangulares solo con refuerzo en tensión, es necesario establecer ciertas condiciones de equilibrio que son:

Figura 44: condiciones de equilibrio con refuerzo en tensión



Fuente: Cuevas, Ó. M. (2005). Aspectos Fundamentales De Concreto Armado. MÉXICO: LIMUSA.

Una vez establecidos las condiciones de equilibrio deducimos las ecuaciones de diseño que se emplearan para el diseño simplemente reforzado.

- Haciendo equilibrio de fuerzas

$$C = T$$

$$0.85F'_c * b * a = A_s * F_y = \rho * b * d * F_y$$

$$a = \frac{A_s * F_y}{0.85 * F'_c * b} = \frac{\rho * d * F_y}{0.85 * F'_c} \quad \text{..... Ecuación 74}$$

- Haciendo equilibrio de momentos

$$M_n = (C \text{ ó } T) * \left(d - \frac{a}{2}\right)$$

$$M_n = \rho * b * d * F_y * \left(d - \frac{0.5 * \rho * d * F_y}{0.85 * F'_c}\right) \quad \text{..... Ecuación 75}$$

- Dividiendo a ambas partes por $b * d^2$, con el fin de obtener un coeficiente de resistencia nominal “ R_n ”

$$R_n = \frac{M_n}{b * d^2} = \rho * F_y \left(1 - \frac{0.5 * \rho * F_y}{0.85 * F'_c}\right) \quad \text{..... Ecuación 76}$$

- Luego igualando $M_n = \frac{M_U}{\phi}$, y dividiendo a cada lado por “ $F'c$ ”



$$\frac{M_U}{\phi * F'_c * b * d^2} = \frac{\rho * F_y}{F'_c} \left(1 - \frac{0.5 * \rho * F_y}{0.85 * F'_c}\right) \quad \dots\dots \text{Ecuación 77}$$

$$\text{Haciendo: } \omega = \frac{\rho * F_y}{F'_c} \quad \dots\dots \text{Ecuación 78}$$

- Reemplazando en (Ecuación 4) tenemos:

$$\frac{M_U}{\phi * F'_c * b * d^2} = \omega(1 - 0.59\omega) \quad \dots\dots \text{Ecuación 79}$$

Con lo que se obtiene la ecuación para hallar áreas de acero, en función del momento actuante y de la sección transversal del elemento.

2.21.2.3 DISEÑO PARA FUERZA CORTANTE

El diseño por fuerza cortante, consiste en encontrar áreas de acero que resistan fuerzas de corte, es decir, es el esfuerzo interno o resultante de las tensiones paralelas a la sección transversal de una viga.

El diseño está basado en la siguiente expresión:

$$\phi V_n = V_u \quad \dots\dots \text{Ecuación 80}$$

Donde:

- V_u = fuerza cortante factorizada en la sección considerada
- ϕ = factor de reducción de resistencia, igual a 0.75 (ACI 9.3.2.3).
- V_n = resistencia nominal al cortante

*nota: la resistencia nominal al cortante es calculada según lo siguiente:

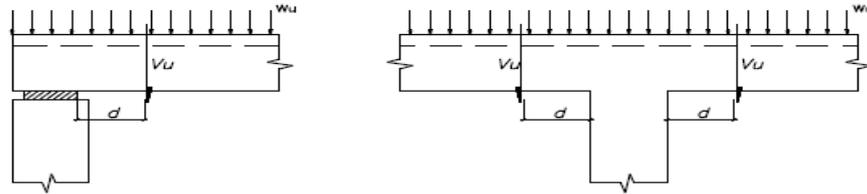
$$V_n = V_c + V_s$$

Donde V_c es la resistencia nominal a cortante proporcionada por el concreto y V_s es la resistencia nominal a cortante proporcionada por el refuerzo.

La norma E060, correspondiente a la de concreto armado de El Reglamento Nacional de Edificaciones del Perú, en su capítulo 11, correspondientes a cortante y torsión nos dan la siguiente consideración de diseño.

- Para elementos no preesforzados, se permite diseñar las secciones localizadas a una distancia menor a d , medida desde la cara del apoyo, para la fuerza cortante V_u calculada a la distancia d de la cara del apoyo, de acuerdo con la figura adjunta:

Figura 45: Condiciones de apoyo y de aplicación de las cargas externas en las cuales se puede reducir la fuerza V_u de diseño a “ d ” de la cara.



Fuente: Reglamento Nacional de Edificaciones del Perú, Norma E060- capítulo 11-sección 11.1.3.1

2.21.2.3.1 RESISTENCIA AL CORTANTE PROPORCIONADA POR EL CONCRETO EN ELEMENTOS NO PREENFORZADOS

Según el Reglamento Nacional de Edificaciones del Perú, La resistencia nominal proporcionada por el concreto, V_c , debe calcularse según las siguientes ecuaciones:

Para elementos sometidos únicamente a cortante y flexión.

$$V_c = 0,17\sqrt{f'c} * b_w * d \text{ (NormaE060-capítulo 11- sección 11.3.1.1).....}$$

Ecuación 81

Donde:

$f'c$, en : MPa

b_w , en : mm

d , en: mm

El reglamento, también nos brinda una fórmula para manera más detallada para el cálculo de la resistencia al cortante que proporciona el concreto.

$$V_c = \left(0,16\sqrt{f'c} + 17\rho_w * \frac{V_u * d}{M_u}\right) * b_w * d \text{ (NormaE060-capítulo 11- sección}$$

11.3.1.2)

..... Ecuación 82

Donde:

$f'c$, en : MPa

b_w , en : mm

d , en: mm

$$V_c < \left(0,29\sqrt{f'c}\right) * b_w * d$$

$$\frac{V_u * d}{M_u} \leq 1$$



2.21.2.4 RESISTENCIA PROPORCIONADA POR EL REFUERZO DE CORTANTE

La norma E060, del Reglamento Nacional de Edificaciones del Perú, nos dice que existen tres tipos de estribo: Estribos perpendiculares al eje del elemento, Refuerzo electro soldado con alambres perpendiculares al eje del elemento y Espirales.

Para el desarrollo de la tesis se estudiará el tipo más común de estribo que son los Estribos perpendiculares al eje del elemento, en el cual podemos subclasificar en los siguientes tipos: Estribos que formen un ángulo de 45° o más con el refuerzo longitudinal de tracción, consistentes en refuerzo longitudinal con una parte doblada que forme un ángulo de 30° o más con el refuerzo longitudinal de tracción y combinaciones de estribos y refuerzo longitudinal doblado, para los cuales Los valores de “ f_y ” y “ f_{yt} ” usados en el diseño del refuerzo de cortante no deben exceder 420 MPa.

2.21.2.5 CONSIDERACIONES PARA EL ESPACIAMIENTO Y REFUERZO MÍNIMO DE CORTANTE

Las consideraciones según el Reglamento Nacional de edificaciones del Perú, en su norma E 060 son:

- El espaciamiento del refuerzo de cortante colocado perpendicularmente al eje del elemento no debe exceder de $d/2$ en elementos de concreto no preesforzado
- Los estribos inclinados y el refuerzo longitudinal doblado deben estar espaciados de manera tal que cada grieta potencial a 45°, que se extienda hacia la reacción desde la mitad de la altura del elemento, $d/2$, hasta el refuerzo longitudinal de tracción, debe estar cruzada por lo menos por una línea de refuerzo de cortante.
- Donde V_s sobrepase $0,33 f'c * b_w * d$, las separaciones máximas dadas en anteriormente se deben reducir a la mitad.
- Debe colocarse un área mínima de refuerzo para cortante, $A_v \text{ min}$, en todo elemento de concreto armado sometido a flexión (preesforzado y no preesforzado) donde V_u exceda de $0,5 \phi V_c$.
- Cuando se requiera refuerzo de cortante, mínimo y por análisis permita que la torsión sea despreciada, $A_v \text{ min}$ para elementos preesforzados y no preesforzados se debe calcular mediante:

$$A_{v_{min}} = (0,062\sqrt{f'c}) * b_w * \frac{S}{f_{yt}} \quad \text{..... Ecuación 83}$$



$$\text{Donde: } Av_{\min} \geq 0.35 * \frac{b_w * s}{f_{yt}}$$

..... Ecuación 84

2.21.2.6 DISEÑO DEL REFUERZO PARA CORTANTE

La norma E060, del Reglamento Nacional de Edificaciones del Perú (en su sección 11.5.7), nos brinda las pautas que se deben considerar para un diseño por cortante.

- Cuando se utilice refuerzo de cortante perpendicular al eje del elemento

$$V_s = \frac{A_v * f_{yt} * d}{s} \quad (\text{Norma E060-capítulo 11- sección 11.5.7.2}) \dots \text{Ecuación 85}$$

Donde:

A_v ; es el área de refuerzo para cortante dentro del espaciamiento “s”, proporcionada por la suma de las áreas de las ramas de los estribos ubicados en el alma.

- Cuando se utilicen estribos inclinados como refuerzo de cortante.

$$V_s = \frac{A_v * f_{yt} * (\sin \alpha + \cos \alpha) * d}{s} \quad (\text{Norma E060-capítulo 11- sección 11.5.7.4}) \dots \text{Ecuación 86}$$

Dónde: α es el ángulo entre los estribos inclinados y el eje longitudinal del elemento y s se mide en la dirección del eje longitudinal.

- Cuando el refuerzo de cortante consiste en una barra individual ó en un solo grupo de barras paralelas, todas dobladas a la misma distancia del apoyo:

$$V_s = A_v * f_{yt} * (\sin \alpha) \quad (\text{Norma E060-capítulo 11- sección 11.5.7.5}) \dots \text{Ecuación 87}$$

Dónde:

α es el ángulo entre el refuerzo doblado y el eje longitudinal del elemento.

$$V_s \geq 0.25 \sqrt{f'c} * b_w * d$$

- Solamente las tres cuartas partes centrales de la porción inclinada de cada barra longitudinal que esté doblada se puede considerar efectiva como refuerzo de cortante.
- Cuando se emplee más de un tipo de refuerzo para cortante para reforzar la misma porción de un elemento, V_s debe calcularse como la suma de los valores calculados para los diversos tipos de refuerzo para cortantes empleados.
- En ningún caso se debe considerar V_s mayor que $0,66 * \sqrt{f'c} * b_w * d$

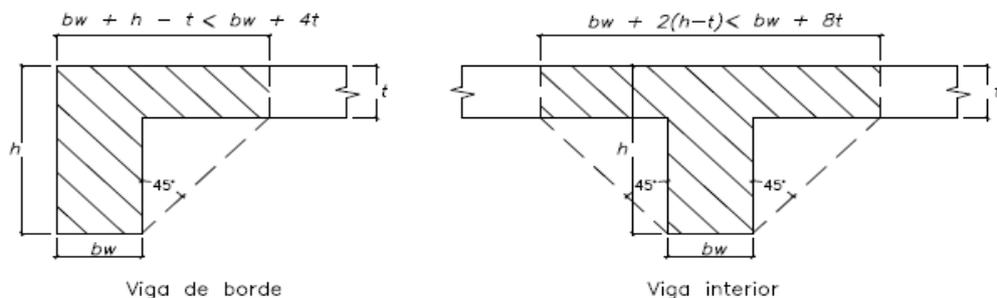
2.21.2.7 DISEÑO DEL REFUERZO PARA TORCIÓN

La norma E060 menciona que, del Reglamento Nacional de Edificaciones del Perú (en su sección 11.5.9), nos dice. los momentos torsores que no exceden de aproximadamente la cuarta parte del momento torsor de agrietamiento, “ T_{cr} ”, no producen una reducción significativa en la resistencia a flexión ni en la resistencia al cortante, por lo que pueden ser ignorados. En consecuencia, se permite despreciar los efectos de la torsión si el momento torsor amplificado “ T_u ” es menor que:

$$\phi * 0.83\sqrt{f'c} * \left(\frac{A_{cp}^2}{P_{cp}}\right) \quad \dots\dots \text{Ecuación 88}$$

Para los elementos aislados con alas y para elementos construidos monolíticamente con una losa, el ancho sobresaliente del ala utilizado para calcular A_{cp} y P_{cp} debe cumplir con .una viga que incluye la parte de losa que está situada a cada lado de la viga, a una distancia igual a la proyección de la viga hacia arriba o hacia abajo de la losa, la que sea mayor, pero no mayor que 4 veces el espesor de la losa excepto que las alas sobresalientes pueden despreciarse cuando el parámetro $2 A_{cp} / P_{cp}$ calculado para una viga con alas es menor al calculado para la misma viga ignorando las alas.

Figura 46: Ejemplo de porción de losa que debe considerarse para el cálculo de A_{cp} y P_{cp}



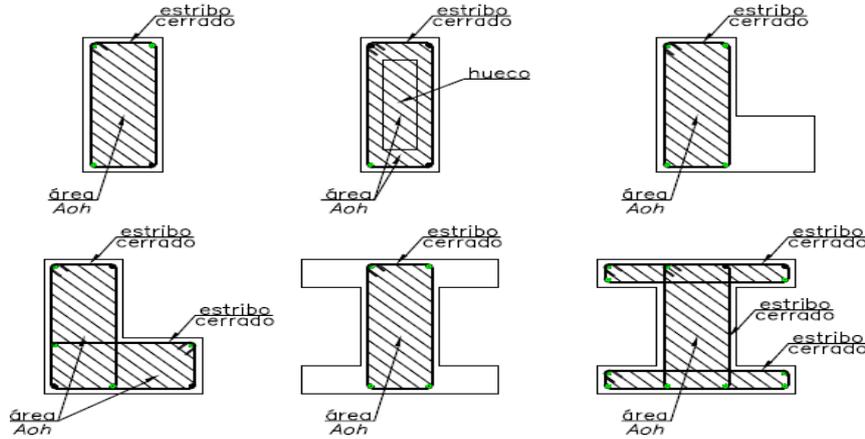
Fuente: Reglamento Nacional de Edificaciones del Perú, Norma E060- capítulo 11-sección 11.6.1

Cabe recalcar que las dimensiones de la sección transversal deben ser tales que:

$$\sqrt{\left(\frac{V_u}{b_w * d}\right)^2 + \left(\frac{T_u * P_h}{1.7 * A_0 h^2}\right)^2} \leq \left(\frac{V_c}{b_w * d} + 0.66\sqrt{f'c}\right) \quad (\text{Norma E060-capítulo 11- sección 11.6.3.1}) \quad \dots\dots \text{Ecuación 89}$$

En donde definimos A_{0h} como la sección dentro del estribo cerrado, de la siguiente manera:

Figura 47: Definición de A_{0h} (área sombreada)



Fuente: Reglamento Nacional de Edificaciones del Perú, Norma E060- capítulo 11-sección 11.6.3.3

2.21.3 RESISTENCIA A LA TORSIÓN

El Reglamento Nacional de Edificaciones del Perú nos brinda ciertas consideraciones que debemos seguir para efectuar un correcto análisis por torsión y es lo siguiente:

- Los valores de f_y y f_{yt} usados en el diseño del refuerzo para torsión no deben exceder 420 MPa.
- Donde el momento torsor T_u excede el momento torsor especificado, $\phi * 0.83\sqrt{f'c} * (\frac{A^2_{cp}}{P_{cp}})$, el diseño de la sección debe basarse en: T_n y T_u .

En donde:

$$T_n = \frac{2 * A_0 * A_t * f_{yt}}{s} * \cot \phi \quad \text{..... Ecuación 90}$$

- A_0 , debe determinarse por análisis o se puede asumir igual a $0,85 A_{oh}$. no debe tomarse menor a 30° ni mayor que 60° . Se puede tomar igual a: 45° en elementos no preesforzados o con un preesforzado menor al indicado en (b).
- (b) $37,5^\circ$ para elementos preesforzados con una fuerza efectiva de preesforzado no menor a un 40% de la resistencia a tracción del refuerzo longitudinal ($A_{ps} f_{pu}$).



- El área adicional de refuerzo longitudinal necesario para resistir torsión, A_l , no debe ser menor que:

$$A_l = \frac{A_t}{t} * Ph * \left(\frac{f_{yt}}{f_y}\right) * \cot^2 \phi \text{ (Norma E060-capítulo 11- sección 11.6.3.7)..... Ecuación 91}$$

Donde:

- A_t/s debe tener el mismo valor usado para el cálculo del momento torsor " T_n ", f_{yt} se refiere al refuerzo transversal cerrado para torsión y f_y al refuerzo longitudinal de torsión.
- El refuerzo adicional para torsión debe ser añadido al refuerzo para el cortante, momento flector y fuerza axial que actúan en combinación con el momento torsor. Debe cumplirse con el requisito más restrictivo para el espaciamiento y la colocación del refuerzo.

El área de estribos para cortante, A_v , se define en términos de todas las ramas de los estribos para cortante, el área de estribos para torsión, A_t , se define en términos de una sola rama y el área de todas las ramas necesarias de estribos para cortante y torsión, $A_{(v+t)}$, se calcula mediante:

$$\left(\frac{A_{(v+t)}}{s}\right)_{total} = \frac{A_v}{s} + 2\left(\frac{A_t}{s}\right) \text{ (Norma E060-capítulo 11- sección 11.6.3.8)..... Ecuación 92}$$

*En los estribos con más de dos ramas para cortante, sólo las ramas adyacentes a los lados de las vigas deben ser incluidas en la suma, dado que las ramas interiores no son efectivas para torsión.

2.21.3.1 DETALLES DE REFUERZO POR TORSIÓN

El Reglamento Nacional de Edificaciones del Perú nos brinda detalles mínimos que se deben de cumplir en el detallado de refuerzo por torsión.

- El refuerzo para torsión debe consistir en barras longitudinales o tendones y en uno o más de los siguientes tipos de refuerzo:
 - (a) estribos cerrados perpendiculares al eje del elemento, o
 - (b) un conjunto cerrado compuesto por refuerzo electro soldado de alambre, con alambres transversales perpendiculares al eje del elemento, o
 - (c) refuerzo en espiral en vigas no preesforzadas.
- El refuerzo transversal para torsión debe estar anclado mediante ganchos estándar de 135° .



- El refuerzo longitudinal para torsión debe estar adecuadamente anclado en ambos extremos.
- El espaciamiento del refuerzo transversal para torsión no debe exceder el menor valor entre $Ph/8$ y 300 mm.
- El refuerzo longitudinal requerido para torsión debe estar distribuido a lo largo del perímetro del estribo cerrado con un espaciamiento máximo de 300 mm. Las barras longitudinales o tendones deben estar dentro de los estribos. Debe haber al menos una barra longitudinal o tendón en cada esquina de los estribos. Las barras longitudinales deben tener un diámetro de al menos 0,042 veces el espaciamiento entre estribos, pero no menos de 3/8.
- El refuerzo para torsión debe extenderse por lo menos una distancia $(bt + d)$ más allá del punto en que se requiera por análisis.

2.21.3.2 REFUERZO MÍNIMO POR TORSIÓN

El Reglamento Nacional de Edificaciones del Perú brinda límites mínimos de áreas y espaciamientos de aceros que se deben cumplir para diseño por torsión

- El área mínima de estribos cerrados debe calcularse mediante:

$$A_v + 2A_t = 0.62\sqrt{f'_c} * \frac{b_w * s}{f_{yt}} \text{ (Norma E060-capítulo 11- sección 11.6.5.2)..... Ecuación 93}$$

Pero no debe ser menor que:

$$\frac{0.35 * b_w * s}{f_{yt}} \text{ (Norma E060-capítulo 11- sección 11.6.5.2) Ecuación 94}$$

- El área mínima de refuerzo longitudinal por torsión será:

$$A_{l_{min}} = \frac{0.42\sqrt{f'_c} * A_{cp}}{f_y} - \left(\frac{A_t}{s}\right) * Ph * \frac{f_{yt}}{f_y} \text{ (Norma E060-capítulo 11- sección 11.6.5.2)..... Ecuación 95}$$

En donde:

- A_t / s no debe tomarse menor que 0,175 b_w / f_{yt}
- f_{yt} se refiere al refuerzo transversal cerrado para torsión y f_y al refuerzo longitudinal para torsión.



2.22 COLUMNAS.

Las columnas son los miembros verticales a compresión de los marcos estructurales que sirven para apoyar a las vigas y, por tanto, transmitir las cargas de los pisos superiores hasta la cimentación.

Las columnas, como elementos estructurales, generalmente trabajan a carga axial a compresión y momento a flexión, es por esto que se les conoce como elementos que trabajan a flexo-compresión.

Según el uso actual de la columna, como elemento de un pórtico, no es necesariamente un elemento recto vertical, sino en donde la compresión es el principal factor que determina el comportamiento de la columna. Es debido a que en el predimensionamiento de columnas consiste en determinar las dimensiones que sean capaces de resistir la compresión que se aplica sobre ella así como también la flexión que aparece en el diseño debido a diversos factores.

El refuerzo principal en columnas es longitudinal, paralelo a la dirección de la carga y consta de barras dispuestas en forma de cuadrado, rectángulo o círculo. La relación del área de acero longitudinal “Ast” al área de la sección transversal bruta de concreto “Ag”, está en el intervalo de 0.01 a 0.09 conforme al Reglamento Nacional de Edificaciones del Perú, en su norma E060 sección 21.4.5.1. Según el ACI 318-2014, en su sección se requiere un mínimo de barras longitudinales para las siguientes condiciones:

- Tres dentro de estribos triangulares.
- Cuatro dentro de estribos rectangulares o circulares.
- Seis para barras rodeadas por espirales o para columnas de pórticos especiales resistentes a momento rodeados por estribos de confinamiento circulares.

2.22.1 EFECTO GEOMÉTRICO EN COLUMNAS

La geometría influye de manera directa en la forma de comportamiento de la columna, esto quiere decir que la resistencia disminuye de acuerdo a la geometría y afecta directamente a la forma de falla de esta.

El efecto geométrico en una columna se denomina esbeltez, la esbeltez está estrechamente relacionada con los tipos de fallas en las columnas, por ejemplo, para una columna poco esbelta la falla es por aplastamiento y se denomina columna corta. Para columnas más esbeltas, se las denomina columnas larga y la falla es por pandeo

(Galambos, 1999). Cabe remarcar que se puede presentar la combinación de estos casos, en donde la falla es por aplastamiento y pandeo.

2.22.2 DISEÑO DE COLUMNAS.

El diseño de columnas consiste esencialmente en la selección de una sección transversal adecuada con refuerzo para resistir una combinación requerida de carga axial factorizada P_u y momento factorizado (primario) M_u , incluyendo la consideración de la esbeltez de la columna (momentos secundarios).

2.22.2.1 REQUISITOS DE DISEÑO.

El diseño o la investigación de un elemento “corto” a compresión se basan principalmente en la resistencia de su sección transversal. La resistencia de la sección transversal bajo una carga combinada axial y de flexión debe satisfacer tanto el equilibrio de fuerzas como la compatibilidad de deformaciones.

La carga axial nominal combinada con la resistencia a momento (P_n , M_n) se multiplica por el factor apropiado de reducción de resistencia, Φ , para obtener la resistencia de diseño (ΦP_n , ΦM_n) de la sección. La resistencia de diseño debe ser igual o mayor que la resistencia requerida.

$$\Phi P_n > P_u$$

$$\Phi M_n > M_u$$

$$\Phi V_n > V_u$$

$$\Phi T_n > T_u$$

En donde: " Φ " debe cumplir con los siguientes valores mostrados en la tabla

Cuadro 6: Factores de reducción de resistencia Φ

Acción o Elemento Estructural	Φ	Excepciones
(a) Momento, fuerza axial o momento y fuerza axial combinados	0.65 a 0.9 de acuerdo con 21.2.2	Cerca de los extremos de elementos pretensados donde los torones no se han desarrollado totalmente, Φ debe cumplir con 21.2.3.
(b) Cortante	0.75	Se presentan requisitos adicionales en 21.2.4 para estructuras diseñadas para resistir efectos sísmicos.
(c) Torsión	0.75	—
(d) Aplastamiento	0.65	—
(e) Zonas de anclajes de postensado	0.85	—
(f) Cartelas y ménsulas	0.75	—

Fuente: ACI 318-2014 -Capítulo 21 -Sección 21.2.1



2.22.3 COLUMNAS CORTAS

2.22.3.1 RESISTENCIA DE COLUMNAS CORTAS CARGADAS AXIALMENTE

La resistencia a carga axial de compresión con excentricidad nula se puede expresar como:

$$P_0 = 0.85f'_c(A_g - A_{st}) + f_y * A_{st} \quad \dots\dots \text{Ecuación 96}$$

En donde:

A_{st} Es el área total de refuerzo

A_g Es el área de la sección gruesa del concreto

Según el ACI esta carga axial se reduce en un 20% para columnas con estribos, y una reducción del 15% para columnas reforzadas con espirales, con objeto de tomar en cuenta excentricidades accidentales debidas posiblemente a deficiencias en la alineación de columnas durante su construcción, y a la variabilidad en la distribución de las cargas reales a las supuestas en el análisis. Aplicando estos factores, la capacidad máxima nominal de carga axial de las columnas no debe tomarse mayor que:

- Para columnas reforzadas en espiral

$$P_{n(maximo)} = 0.85P_0 = 0.85[0.85f'_c * (A_g - A_{st}) + f_y * A_{st}] \dots\dots \text{Ecuación 97}$$

Para columnas reforzadas en espiral

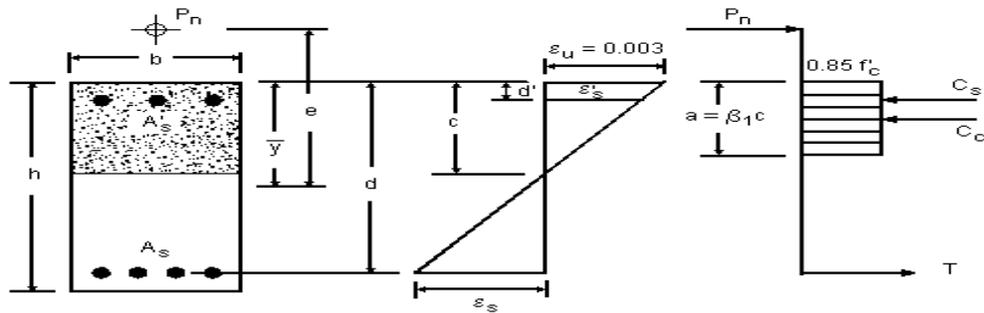
$$P_{n(maximo)} = 0.80P_0 = 0.80[0.85f'_c * (A_g - A_{st}) + f_y * A_{st}] \dots\dots \text{Ecuación 98}$$

2.22.3.2 RESISTENCIA DE COLUMNAS CORTAS CARGADAS EXCÉNTRICAMENTE.

En la figura 60, analizamos un caso de una columna corta cargada excéntricamente en una dirección, haciendo equilibrio de fuerzas y por el principio de compatibilidad, puede calcularse del equilibrio de fuerzas y momentos. A partir del equilibrio de fuerzas:

$$P_n = C_c + C_s - T \quad \dots\dots \text{Ecuación 99}$$

Figura 48: Diagrama de deformaciones y esfuerzos para una sección con carga axial excéntrica.



Fuente: Cuevas, Ó. M. (2005). Aspectos Fundamentales De Concreto Armado. MÉXICO: LIMUSA.

También podemos obtener de una manera similar el momento nominal resistente M_n que es igual a $P_n e$, de la ecuación del equilibrio de los momentos respecto al centroide plástico “ \bar{y} ”

$$M_n = P_n e = C_c * \left(\bar{y} - \frac{a}{2} \right) + C_c * \left(\bar{y} - d' \right) + T(d - \bar{y}) \quad \dots \text{Ecuación 100}$$

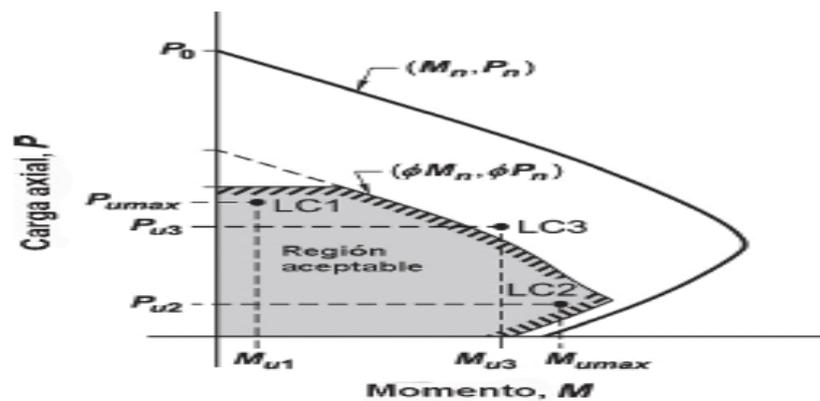
Para las columnas con refuerzo simétrico, el centroide plástico es el mismo que el centroide geométrico, por lo que en la ecuación anterior se sustituye \bar{y} por $h / 2$. Ya que dado en lo común se utilizan refuerzo simétrico en las caras de una columna, esto también ayuda a evitar los posibles intercambios de zonas a compresión con las zonas a tensión. Contribuyendo así a contrarrestar la incertidumbre acerca de inversión de esfuerzos producida por los cambios de dirección en las fuerzas de sismo o de viento.

2.22.3.3 DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN DE RESISTENCIA CARGA-MOMENTO PARA COLUMNAS.

La capacidad de las secciones de concreto reforzado para resistir cargas de flexión y axiales combinadas, se puede expresar por medio de los diagramas de interacción **carga - momento** que relacionan a la carga axial y al momento flexionante en los miembros en compresión. Estos diagramas se obtienen, graficando valores de resistencia a carga axial ϕP_n contra la correspondiente resistencia a momento ϕM_n , obtenidos a partir del análisis de compatibilidad de deformaciones y equilibrio estático para la carga de falla (deformación máxima de la fibra de compresión del concreto $\epsilon = 0.003$). Cada punto en que actúan carga axial y flexión combinada se obtiene variando la profundidad del eje neutro. Este

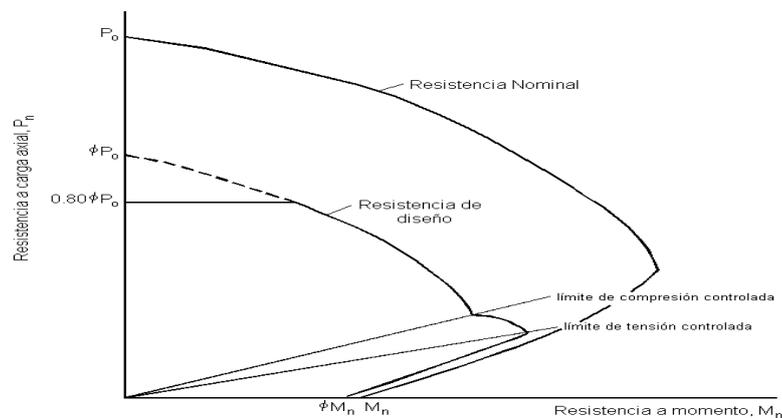
diagrama define la capacidad útil de una sección para diferentes excentricidades de carga a lo largo de un solo plano de una sección. Los diagramas de interacción, se normalizan para distintas distribuciones de refuerzo, dimensiones de la sección, cantidad de refuerzo, resistencia del concreto y resistencia a la fluencia del refuerzo. Estos diagramas constituyen la principal ayuda para el diseño manual. Para utilizar los diagramas de interacción solamente debe graficarse el punto definido por las coordenadas (M_u , P_u). Si el punto cae dentro de la curva de resistencia carga-momento de la sección dada, entonces la sección es satisfactoria para las cargas consideradas.

Figura 49: Diagrama de deformaciones y esfuerzos para una sección con carga axial.



Fuente: ACI-318 SUS-2014-Sección 10.4.2.1

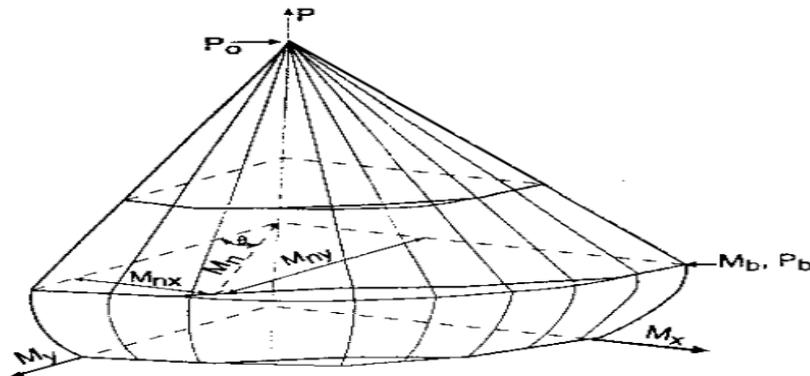
Figura 50: Descripción de curvas en el diagrama de deformaciones y esfuerzos para una sección con carga axial.



Fuente: Cuevas, Ó. M. (2005). Aspectos Fundamentales De Concreto Armado. MÉXICO: LIMUSA.

Cabe resaltar la dificultad aritmética asociada para la determinación del diagrama de iteración resistencia momento para formas de columnas asimétricas, así como también las sujetas a carga axial y flexión biaxial combinadas, dado que la resistencia a la flexión de una columna con carga axial con respecto a un eje oblicuo particular se determina mediante la repetición de cálculos extensos no prácticos para el diseño manual. Pero con la aparición de computadoras y máquinas de interacción numérica, estos cálculos pueden llevarse a cabo en forma fácil, rápida y permiten una presentación gráfica de los resultados.

Figura 51: Superficie de interacción biaxial

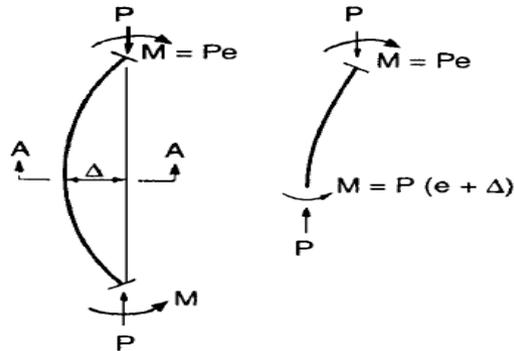


Fuente: Calavera, J. (1999). *Proyecto y Cálculo De Estructuras De Concreto Tomo II. España-Madrid: INFOPRINT, S.A.*

2.22.4 COLUMNAS ESBELTAS.

En las columnas esbeltas, la resistencia de la sección se ve reducida por las deformaciones producidas por momentos secundarios debido a las cargas axiales (PAULAY R _PARK T., 1988). Refiriéndose a la figura 64, se observa una columna sometida a carga axial P y momentos flectores M en los extremos. Debido a la carga esta columna tiene una deflexión " Δ " que causará un momento adicional secundario en la columna. En el diagrama de cuerpo libre puede verse que el momento máximo en la columna se presenta en la sección A-A, y éste es igual al momento aplicado, más el momento debido a la deflexión, esto es, $M = P(e + \Delta)$. Si la columna es muy esbelta, puede presentarse una deflexión debida a la carga axial P y al momento Pe , de manera tal que las deflexiones aumenten indefinidamente con incrementos de la carga P . Este tipo de falla se conoce como "falla de estabilidad".

Figura 52: Efectos del pandeo en columnas



Fuente: Calavera, J. (1999). *Proyecto y Cálculo de Estructuras de Concreto Tomo II. España-Madrid: INFOPRINT, S.A.*

La esbeltez de una columna se expresa en función de su relación de esbeltez $k * lu / r$, donde “k” es un factor de longitud efectiva (que depende de las restricciones rotacional y lateral en los extremos de la columna), “lu” es la longitud de columna no apoyada y “r” es el radio de giro de la sección transversal de la columna.

2.22.4.1 EVALUACIÓN DE ESBELTEZ

Las disposiciones sobre efectos de esbeltez para elementos de concreto reforzado sujetos a compresión axial están dadas en la sección 10.10 del Reglamento Nacional de Edificaciones del Perú, en su norma E060, según la cual el diseño de elementos en compresión debe basarse en las fuerzas y momentos factorizados obtenidos a partir de un análisis de segundo orden considerando la no-linealidad del comportamiento del material y el agrietamiento, así como el efecto de la curvatura de los elementos y el desplazamiento lateral relativo entre sus extremos.

Las dimensiones de la sección transversal de cada elemento no deben diferir en más del 10% de las utilizadas para el análisis, de lo contrario debe repetirse el análisis. El procedimiento de análisis debe demostrar que genera predicciones de la resistencia que están de acuerdo de manera sustancial con ensayos representativos de columnas en estructuras estáticamente indeterminadas de concreto reforzado (REGLAMENTO NACIONAL DE EDIFICACIONES DEL PERÚ, 2009). Sin embargo, dado que no siempre se dispone de los medios para la realización de un análisis de tal tipo, se permite la utilización del método de amplificación de momentos brindados en la norma E060 del Reglamento Nacional de Edificaciones del Perú.

Figura 53: Valores de longitud efectiva “k”

La forma flexionada de la columna está indicada por la línea punteada						
Valor teórico de k	0.5	0.7	1.0	1.0	2.0	2.0
Valor recomendado de diseño cuando las condiciones ideales son aproximadas	0.65	0.80	1.2	1.0	2.10	2.0

Fuente: Calavera, J. (1999). *Proyecto y Cálculo de Estructuras de Concreto Tomo II. España-Madrid: INFOPRINT, S.A.*

2.22.5 DISEÑO POR CORTANTE

Para el diseño de columnas por cortante, es análogo al diseño de vigas por cortante, solamente varía en los factores modificadores de resistencia proporcionada por el concreto y los factores de seguridad. Dado que una columna debe resistir más que una viga, esto debido al principio, de acuerdo al Reglamento Nacional de Edificaciones del Perú, de diseño columna fuerte – viga débil.

En general el diseño por cortante para columnas se basa en la siguiente

$$\phi V_n > V_u \quad (\text{RNE-Norma E060, capítulo 11– sección 11.1.1})$$

Donde:

V_u es la fuerza cortante amplificada en la sección considerada.

V_n es la resistencia nominal al cortante.

A partir de la ecuación básica para el diseño por corte se hace necesario conocer los valores de cada término de la ecuación básica planteada. Para esto primero determinaremos el valor de “ V_n ”.

$$V_n = V_c + V_s \quad (\text{RNE-Norma E060, capítulo 11– sección 11.1.1}) \dots \text{Ecuación 101}$$

Donde:

“ V_c ” es la resistencia nominal al cortante proporcionada por el concreto.



“Vs” es la resistencia nominal al cortante proporcionada por el refuerzo de cortante.

**nota: En elementos de peralte variable, la fuerza cortante interna (V_c) en cualquier sección, aumenta o disminuye debido a la componente vertical de la resultante de los esfuerzos de compresión por flexión o de la componente vertical de la resultante de las fuerzas de tracción por flexión en el acero de refuerzo (REGLAMENTO NACIONAL DE EDIFICACIONES DEL PERÚ, 2009).*

2.22.5.1 RESISTENCIA NOMINAL AL CORTANTE PROPORCIONADA POR EL CONCRETO

Para conocer la resistencia nominal proporcionada por el concreto, el Reglamento Nacional de Edificaciones del Perú norma E060- capítulo 11-sección 11.3.1.2, nos brinda la siguiente ecuación

$$V_c = 0.17 * \sqrt{f'c} * \left(1 + \frac{Nu}{14Ag}\right) * b_w * d \quad (\text{RNE-Norma E060, capítulo 11- sección 11.1.1}) \quad \dots\dots \text{Ecuación 102}$$

También se puede calcular el cortante del concreto con la siguiente ecuación, en función de momentos:

$$M_m = M_u - Nu * \left(\frac{4h-d}{8}\right) \quad (\text{RNE-Norma E060, capítulo 11- sección 11.3.2.2}) \quad \dots\dots \text{Ecuación 103}$$

Pero con la condición de que:

$$V_c \leq 0.29 * \sqrt{f'c} * b_w * d * \sqrt{1 + \frac{0.29Nu}{Ag}} \quad (\text{RNE-Norma E060, capítulo 11- sección 11.3.2.2}) \quad \dots\dots \text{Ecuación 104}$$

***Nota:** Cuando M_n , calculado es negativo, V_c debe calcularse por medio de la ecuación principal

2.22.5.2 CONSIDERACIONES PARA EL ESPACIAMIENTO Y REFUERZO MÍNIMO DE CORTANTE

Según el Reglamento Nacional de Edificaciones del Perú en su norma E 060 estipula lo siguiente

- El espaciamiento del refuerzo de cortante colocado perpendicularmente al eje del elemento no debe exceder de $d/2$ en elementos de concreto no preesforzado



- Los estribos inclinados y el refuerzo longitudinal doblado deben estar espaciados de manera tal que cada grieta potencial a 45°, que se extienda hacia la reacción desde la mitad de la altura del elemento, $d/2$, hasta el refuerzo longitudinal de tracción, debe estar cruzada por lo menos por una línea de refuerzo de cortante.
- Donde V_s sobrepase $0,33 f'c * b_w * d$, las separaciones máximas dadas en anteriormente se deben reducir a la mitad.
- Debe colocarse un área mínima de refuerzo para cortante, $A_v \text{ min}$, en todo elemento de concreto armado sometido a flexión (preesforzado y no preesforzado) donde V_u exceda de $0,5 * V_c$.
- Cuando se requiera refuerzo de cortante, mínimo y por análisis permita que la torsión sea despreciada, $A_v \text{ min}$ para elementos preesforzados y no preesforzados se debe calcular mediante:

$$A_{v_{\text{min}}} = (0,062\sqrt{f'c}) * b_w * \frac{S}{f_{yt}} \quad \text{..... Ecuación 105}$$

Donde:

$$A_{v_{\text{min}}} \geq 0.35 * \frac{b_w * S}{f_{yt}}$$

2.23 UNIONES VIGA-COLUMNA.

Una unión viga-columna se define como la porción de la columna dentro de altura de las vigas que se unen hasta ella, incluyendo la losa que lo rodea (Bernal, 2005). En nuestro entorno de construcción el diseño de las uniones monolíticas sólo se limitaba a proveer el anclaje adecuado para el refuerzo de los elementos. Sin embargo, la creciente informalidad en la construcción y el mal uso de criterios de diseño está conllevando a la variación de las secciones, las cuales generan elementos con secciones transversales más pequeñas, y la utilización de barras de refuerzo con diámetros mayores, esto conlleva ahora una mayor atención al diseño y al despiece de las uniones. Aunque el código ACI proporciona muy poca información al respecto, la publicación “Recommendations for Design of Beam-Column joints in Monolithic Structures” del ACI Committee 352, ofrece los fundamentos de diseño de las uniones tanto para estructuras corrientes como para estructuras que deben resistir cargas cíclicas considerables en el intervalo inelástico.

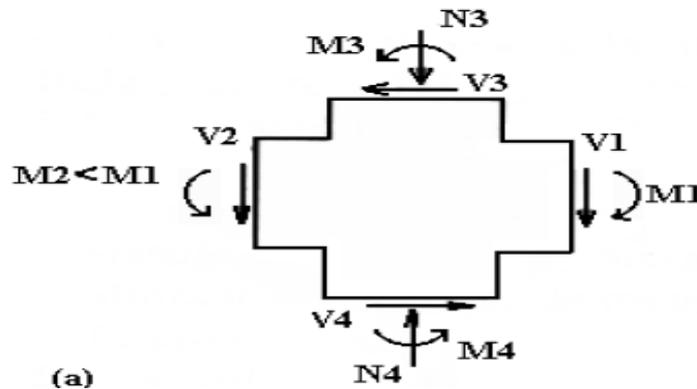
Cabe resaltar que estas recomendaciones relativamente nuevas, no son tomadas en cuenta para el diseño y verificación de esfuerzos en las uniones de vigas con columnas

Al igual que los empalmes o longitudes de traslape, Las uniones estructurales se clasifican en dos categorías. El tipo 1 y tipo 2. La unión tipo 1 se diseña para resistir cargas estáticas. El tipo 2 se diseña para cargas dinámicas, esto quiere decir que ejecuta el diseño para mantener la resistencia cuando se invierten las deformaciones para más allá de la ley de Hooke, dentro del intervalo inelástico.

2.23.1 CARGAS EN LAS UNIONES VIGA - COLUMNA Y FUERZAS RESULTANTES

Los nudos deben diseñarse para resistir las fuerzas que las vigas y las columnas les transfieren esto quiere decir cargas axiales, flexión, torsión y cortante.

Figura 54: Diagrama de cuerpo libre de una unión común de un pórtico sometido a cargas gravitacionales con momentos $M1$ y $M2$, que actúan en caras opuestas y en sentidos contrarios

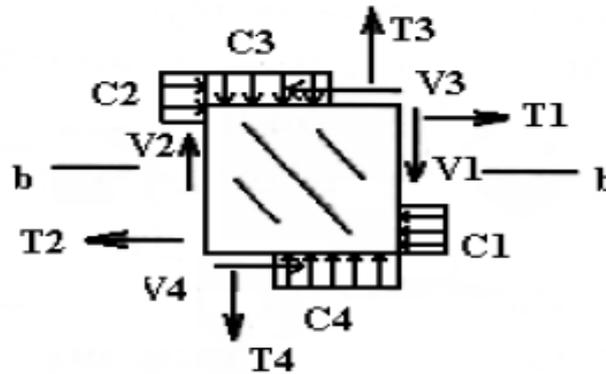


Fuente: Bernal, J. (2005). *Hormigón Armado: Columnas*. Buenos Aires:

Nobuko

La figura adjunta ilustra las cargas que actúan en el diagrama de cuerpo libre de una unión común de un pórtico sometido a cargas gravitacionales con momentos $M1$ y $M2$, que actúan en caras opuestas y en sentidos contrarios. En general, estos momentos no serán iguales y su diferencia se equilibrará por la suma de los momentos en las columnas $M3$ y $M4$.

Figura 55: Fuerzas resultantes que deben transmitirse a través del nudo



Fuente: Bernal, J. (2005). *Hormigón Armado: Columnas*. Buenos Aires:

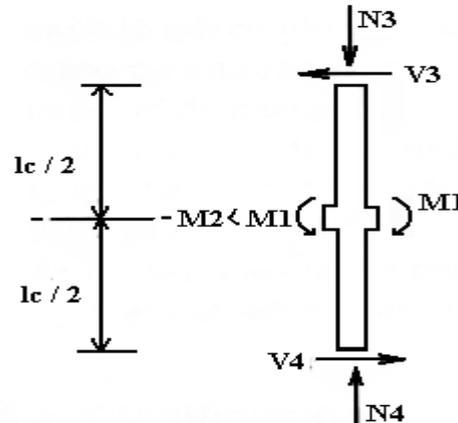
Nobuko

La figura adjunta presenta las fuerzas resultantes que deben transmitirse a través de la unión. Aquí se exponen las cargas de la unión de una estructura sometida a cargas que producen desplazamiento lateral. Sólo para cargas laterales muy grandes, como las producidas por fuerzas sísmicas, los momentos en las caras opuestas del nudo actuarían en el mismo sentido, generando cortantes horizontales muy grandes dentro la unión.

Cabe remarcar que de acuerdo con el ACI 352RS-02 las fuerzas que deben incluirse en el diseño de nudo no son las determinadas a partir del análisis convencional de pórtico; en lugar de esto, éstas se calculan con base en las resistencias nominales de los elementos que llegan a este. Es decir, en el contacto entre una viga y la cara de la columna, la fuerza de tensión en la parte superior de la viga generada por el refuerzo para momento negativo se toma como $T = A_s * f_y$ y la fuerza de compresión es $C = T$. El momento de diseño aplicado en la cara del nudo es el correspondiente a estas fuerzas máximas, $M_u = M_n = A_s f_y (d - \frac{a}{2})$, en lugar del generado por el análisis global de pórtico. Hay que hacer énfasis en el coeficiente de reducción de resistencia usual " Φ " no sería conservador en este caso ya que reduciría las fuerzas de diseño del nudo; por tanto, no se incluye dicho valor en estos cálculos.

Una vez aplicadas las fuerzas, tanto momentos como tensiones a cada una de las caras en las uniones viga - columna, las fuerzas correspondientes de columna para el diseño de la unión son las que se requieren para mantener el nudo en equilibrio, esto quiere decir que se supondrá los puntos de inflexión en la parte media de la columna.

Figura 56: Diagrama de cuerpo libre de una columna interior y del nudo



Fuente: Bernal, J. (2005). *Hormigón Armado: Columnas*. Buenos Aires:

Nobuko

2.23.2 RESISTENCIA A FUERZA CORTANTE DE UNA UNIÓN VIGA-COLUMNA

Un nudo sometido a las fuerzas cortantes y momentos, desarrollará un patrón de agrietamiento diagonal ocasionado por los esfuerzos de tensión diagonal. El método usado por el ACI 352RS-02 consiste en limitar la fuerza cortante en un plano horizontal a través del nudo a un valor establecido mediante ensayos. La base para el diseño es:

$$V_u \leq \phi V_n$$

Donde:

V_u es la fuerza cortante aplicada.

V_n es la resistencia nominal a cortante del nudo.

ϕ Se toma igual a 0.85.

La fuerza cortante V_u debe calcularse en un plano horizontal a la mitad de la altura de la unión, es decir, sumando las fuerzas horizontales que actúan en el nudo por encima de este plano.

La resistencia nominal a cortante V_n la determina la ecuación

$$V_n = \gamma * \sqrt{f'_c} * b_j * h \quad \text{..... Ecuación 106}$$

Donde:

“ b_j ”: es el ancho efectivo del nudo en cm.

*nota: el ACI 352RS-02 recomienda que:

- El ancho efectivo del nudo b_j que debe utilizarse depende del ancho transversal de las vigas que llegan hasta la columna, al igual que del ancho

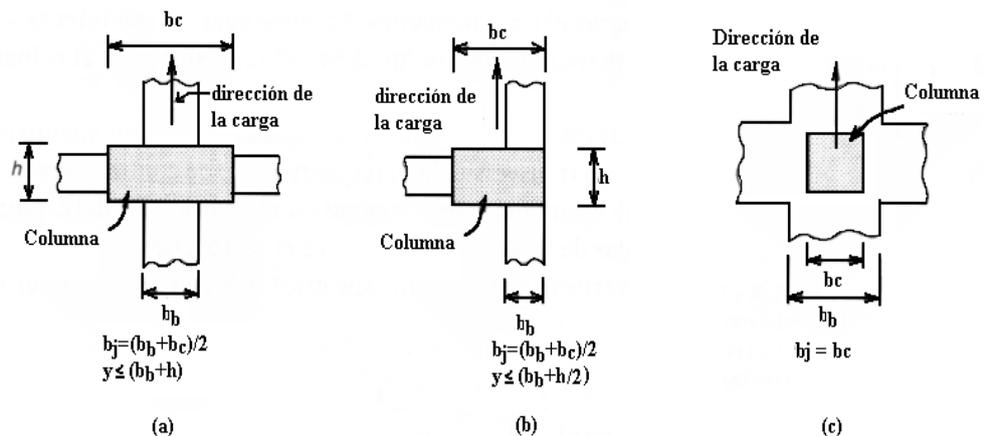
transversal de la columna. Con relación al ancho de la viga b_b , si sólo llega una viga hasta la columna en dirección de la carga, entonces b_b es el mismo ancho de esa viga. Si existen dos vigas en dirección del cortante y cada una llega a cada cara de la columna, entonces b_b , es el promedio de los dos anchos de vigas.

- Cuando el ancho de la viga es menor que el de la columna, el ancho efectivo del nudo es el promedio de los anchos de la viga y de la columna, pero sin exceder el ancho de la viga más la mitad de la altura h de la columna en cada lado de la viga. Así: $b_j = \frac{b_b + b_c}{2}$, pero: $b_j \leq b_b + h$
- Cuando la viga empalma a ras con una de las caras de la columna, lo cual es común en las uniones viga-columna exteriores, si aplicamos el mismo criterio resulta en un ancho efectivo de la unión de:

$$b_j = \frac{b_b + b_c}{2}, \quad \text{pero: } b_j \leq b_b + \frac{h}{2}$$

- Cuando el ancho " b_b " de una viga, es mayor al ancho de la columna que la soporta (sólo para uniones "tipo 1"), el ancho efectivo " b_j " de la unión es igual al ancho " b_c " de la columna que lo soporta.

Figura 57: Determinación del ancho efectivo b del nudo: (a) unión interior; (b) unión exterior o de esquina; (c) viga más ancha que la columna.



Fuente: Adaptado De American Concrete Institute. (2002). ACI 352RS-02.
Farmington Hills, U.S.A..



h: es el espesor en centímetros. De la columna en dirección de la carga que se analiza

f 'c: se expresa en unidades de kg/cm^2 .

***nota:** El valor de $f'c$ utilizado no debe tomarse mayor que $420 kg/cm^2$ aunque la resistencia real pueda ser mayor, como consecuencia de la deficiente información experimental relacionada con las conexiones en los casos que se utiliza concreto de alta resistencia.

γ : depende del confinamiento de nudo proporcionado por las vigas que llegan hasta él. De la siguiente manera:

Tabla 2: Valores de " γ " para conexiones viga-columna

Clasificación	Tipo de conexión	
	1	2
A. Nudos con columna continua		
A.1 Nudos confinados efectivamente en todas las cuatro caras verticales.	24	20
A.2 Nudos confinados efectivamente en tres caras verticales o en dos caras verticales opuestas	20	15
A.3 Otros casos	15	12
B. Nudos con columna discontinua		
B.1 Nudos confinados efectivamente en todas las cuatro caras verticales.	20	15
B.2 Nudos confinados efectivamente en tres caras verticales o en dos caras verticales opuestas	15	12
B.3 Otros casos	12	8

Fuente: American Concrete Institute. (2002). ACI 352RS-02. Farmington Hills, U.S.A.

***nota:** cabe recalcar, que para aplicar el coeficiente " γ " se deben tener en cuenta las siguientes restricciones:

- Una unión interior tiene vigas que llegan desde los cuatro lados del nudo. Sin embargo, para que se clasifique como unión interior, las vigas deben cubrir al menos $3/4$ del ancho de la columna y la altura total de la viga de menor altura no debe ser menor que $3/4$ de la altura total de la viga mayor. Las uniones interiores que no satisfagan este requisito deben clasificarse como uniones exteriores.
- Una unión exterior tiene al menos dos vigas que empatan en caras opuestas del nudo. Sin embargo, para que se clasifique como unión exterior, los anchos de las vigas en las dos caras opuestas del nudo



deben cubrir al menos $3/4$ del ancho de la columna y las alturas de estas dos vigas no deben ser menores que $3/4$ de la altura total de la viga mayor que llega hasta el nudo. Las uniones que no satisfagan este requisito deben clasificarse como uniones de esquina.

- Para nudos en los cuales llegan vigas de dos direcciones perpendiculares, como en el caso de una unión interior común, el cortante horizontal debe verificarse de modo independiente en cada dirección. Aunque en este caso el nudo se diseña para resistir cortante en las dos direcciones, la unión se clasificará sólo una vez (es decir, sólo se selecciona un valor de “ γ ” con base en la clasificación de la unión y este valor se utiliza para calcular V_n cuando se revisa la capacidad de diseño a cortante en cada dirección).

2.23.3 REFUERZO TRANSVERSAL EN LA UNIÓN VIGA-COLUMNA

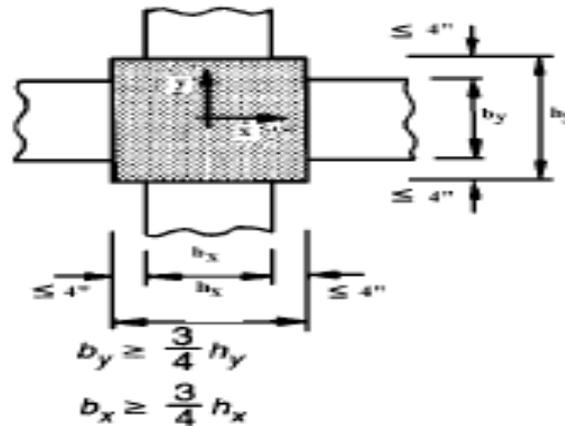
Cuando hablamos de reforzamiento transversal en una unión viga-columna, debemos tener muy presente el confinamiento. Es por el confinamiento el cual determina el éxito o el fracaso de una unión viga-columna; ya que le brinda múltiples beneficios:

- Aumenta la resistencia del núcleo de concreto y mejora su capacidad de deformación.
- Evita el pandeo hacia afuera de las barras verticales en la columna. Esto lo proporciona mediante las vigas que llegan hasta el nudo o por estribos especiales en la columna colocados dentro de la zona de nudo.

***nota:** cabe tener en cuenta los siguientes casos de confinamiento

- Si llegan vigas a las cuatro caras de la unión viga-columna, el confinamiento se considera adecuado si el ancho de cada viga es por lo menos $3/4$ del ancho de la cara de la columna que se intercepta y si no quedan más de 4 pulgadas de la cara de la columna expuestas a cada lado de la viga.

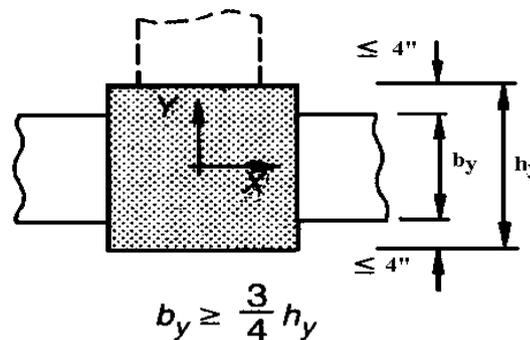
Figura 58: Confinamiento de uniones en las direcciones "X" e "Y"



Fuente: American Concrete Institute. (2002). ACI 352RS-02. Farmington Hills, U.S.A.

- Cuando las vigas llegan a dos caras de la unión únicamente se puede suponer un confinamiento ideal en la dirección de las vigas si el ancho de cada una es por lo menos igual a 3/4 del de la columna, y si no quedan más de 4 pulgadas de concreto expuestas a cada lado de las vigas. En la otra dirección debe proveerse refuerzo transversal para lograr el confinamiento. La presencia de una tercera viga, pero no de una cuarta, en la dirección perpendicular, no modifica el requisito para el refuerzo transversal en esa dirección.

Figura 59: Confinamiento de uniones en las direcciones "X"



Fuente: American Concrete Institute. (2002). ACI 352RS-02. Farmington Hills, U.S.A.



2.23.4 ANCLAJE Y DESARROLLO DEL REFUERZO DE VIGAS

El Reglamento Nacional de Edificaciones del Perú, en su norma E 060 nos dice que: En las conexiones de las columnas y las vigas de pórticos debe disponerse de confinamiento para los empalmes del refuerzo que continúa y para el anclaje del refuerzo que termina en tales conexiones. Este confinamiento está proporcionado por estribos o espirales según corresponda el tipo de columna.

Para uniones interiores, el refuerzo a flexión de una viga que penetra en una cara del nudo se prolonga normalmente a través del nudo para convertirse en el acero a flexión para la viga que llega a la cara opuesta. Por consiguiente, para las situaciones de carga asociadas con las uniones de tipo 1, el desprendimiento del acero es poco probable y no se hacen recomendaciones especiales. Sin embargo, para uniones exteriores o de esquina, donde una o más vigas no continúan más allá del nudo, se presenta un problema de anclaje de las barras. La sección crítica para el desarrollo de resistencia a fluencia del acero de la viga está en la cara de la columna. Hay que tener en cuenta que, las dimensiones de la columna muy pocas veces permiten el desarrollo del acero que entra en la unión considerando únicamente empotramiento en línea recta y, por lo general, se requieren ganchos para el refuerzo negativo de la viga. Se utilizan ganchos a 90° que se extienden hacia y más allá de la mitad del ancho del nudo. Si las barras inferiores que llegan a la unión necesitan desarrollar su resistencia $A_s f_y$ en la cara de la unión, como se requiere en vigas que forman parte del sistema primario de resistencia a cargas laterales, también deberán tener ganchos a 90°, en este caso doblados hacia arriba para extenderse hacia la mitad de la altura del nudo. Los requisitos para el desarrollo de las barras con ganchos son aplicables en ambos casos, incluyendo los factores de modificación por recubrimiento de concreto y por confinamiento mediante estribos.

2.24 DETALLES DEL REFUERZO

El Reglamento Nacional de Edificaciones del Perú, establece las siguientes disposiciones para el detallado del refuerzo:

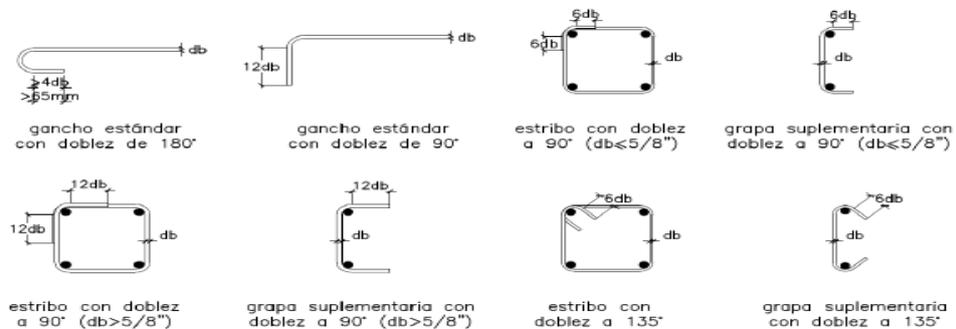
2.24.1 GANCHOS ESTÁNDAR

Entenderemos por término gancho estándar a los siguientes postulados:

- Un doblez de 180° más una extensión de $4 \cdot d_b$, pero no menor de 65 mm hasta el extremo libre de la barra.

- Un doblado de 90° más una extensión de 12 db hasta el extremo libre de la barra.
- Para ganchos de estribos y ganchos de grapas suplementarias.
- Para barras de 5/8" y menores, un doblado de 90° más una extensión de 6 db al extremo libre de la barra; o
- Para barras desde 3/4" hasta 1" inclusive, un doblado de 90° más una extensión de 12 db al extremo libre de la barra; o
 - Para barras de 1"

Figura 60: Ganchos de barras longitudinales, estribos y grapas suplementarias.



Fuente: Reglamento Nacional de Edificaciones del Perú. (2009). Norma E060-Capítulo 7- Sección 7.1.4. Lima-Perú: ICG - Instituto de la Construcción y Gerencia.

2.24.2 DIÁMETROS MÍNIMOS DE DOBLADO

El Reglamento Nacional de Edificaciones del Perú, establece las siguientes disposiciones:

- El diámetro de doblado, medido en la cara interior de la barra, excepto para estribos de diámetros desde 1/4" hasta 5/8", no debe ser menor que lo indicado en la siguiente tabla:

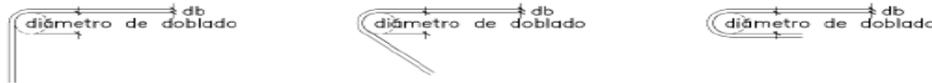
Cuadro 7: Diámetros interiores mínimos de doblado

Diámetro de las barras	Diámetro mínimo de doblado
1/4" a 1"	6 db
1 1/8" a 1 3/8"	8 db
1 11/16" a 2 1/4"	10 db

Fuente: Reglamento Nacional De Edificaciones Del Perú. (2009). Norma E060-Capítulo 7- Sección 7.2. Lima-Perú: ICG - Instituto De La Construcción Y Gerencia.

- El diámetro interior de doblado para estribos no debe ser menor que $4 d_b$ para barras de $5/8''$ y menores. Para barras mayores que $5/8''$, el diámetro de doblado debe cumplir con lo estipulado en la Tabla 8.

Figura 61: Diámetros interiores mínimos de doblado de barras



Fuente: Reglamento Nacional De Edificaciones Del Perú. (2009). Norma E060-Capítulo 7- Sección 7.2. Lima-Perú: ICG - Instituto De La Construcción Y Gerencia.

- Todo el refuerzo deberá doblarse en frío, a menos que el Ingeniero Proyectista permita hacerlo de otra manera.
- Ningún refuerzo parcialmente embebido en el concreto puede ser doblado en la obra, excepto cuando así se indique en los planos de diseño o lo permita el Ingeniero Proyectista.
- En el momento que es colocado el concreto, el refuerzo debe estar libre de polvo, aceite u otros recubrimientos no metálicos que reduzcan la adherencia.

2.24.3 COLOCACIÓN DEL REFUERZO

El Reglamento Nacional de Edificaciones del Perú, en su norma E 060 establece que el refuerzo, debe colocarse con precisión y estar adecuadamente asegurado antes de colocar el concreto. Debe fijarse para evitar su desplazamiento dentro de las tolerancias aceptables dadas en la tabla 9, excepto que la tolerancia para la distancia libre al fondo de los encofrados debe ser -6 mm y la tolerancia para el recubrimiento no debe exceder $-1/3$ del recubrimiento mínimo de concreto requerido en los planos de diseño y especificaciones.

Cuadro 8: Tolerancias aceptables para peralte efectivo y recubrimiento

	Tolerancia en d	Mínimo de concreto
$d \leq 200$ mm	± 10 mm	-
$d > 200$ mm	± 13 mm	-

Fuente: Reglamento Nacional De Edificaciones Del Perú. (2009). Norma E060-Capítulo 7- Sección 7.5.1.2 Lima-Perú: ICG - Instituto De La Construcción Y Gerencia.



La tolerancia para la ubicación longitudinal de los dobleces y extremos del refuerzo debe ser de ± 50 mm, excepto en los extremos discontinuos de las ménsulas o cartelas donde la tolerancia debe ser ± 13 mm y en los extremos discontinuos de otros elementos donde la tolerancia debe ser ± 25 mm. La tolerancia para el recubrimiento mínimo de concreto de 7.5.2.1 también se aplica a los extremos discontinuos de los elementos.

**Nota: Para el ensamblado de las armaduras no se permite soldar las barras que se intercepten con el fin de sujetar el refuerzo, a menos que lo autorice el Ingeniero Proyectista.*

También se tiene que tener muy presente el recubrimiento mínimo, así como también el recubrimiento de diseño, ya que, si no se cumple con estas estipulaciones, se estaría alterando el diseño estructural de los elementos, es especial de la **unión viga- columna**. El Reglamento Nacional de Edificaciones del Perú, establece los siguientes requisitos mínimos de recubrimientos:

- (a) Concreto colocado contra el suelo y expuesto permanentemente a él 70 mm
- (b) Concreto en contacto permanente con el suelo o la intemperie:
 - Barras de 3/4" y mayores 50 mm
 - Barras de 5/8" y menores, mallas electrosoldadas 40 mm
- (c) Concreto no expuesto a la intemperie ni en contacto con el suelo:
 - Losas, muros, viguetas:
 - Barras de 1 11/16" y 2 1/4" 40 mm
 - Barras de 1 3/8" y menores 20 mm
 - Vigas y columnas:
 - Armadura principal, estribos y espirales 40 mm
 - Cáscaras y losas plegadas:
 - Barras de 3/4" y mayores 20 mm
 - Barras de 5/8" y menores 15 mm
 - Mallas electro soldadas 15 mm

Conociendo las tolerancias aceptables para peraltes efectivos, así como también recubrimientos mínimos los distintos elementos estructurales, procedemos a conocer los espaciamientos mínimos de refuerzos tan los longitudinales y transversales que manda el Reglamento Nacional de Edificaciones del Perú.



- La distancia libre mínima entre barras paralelas de una capa debe ser db (diámetro de la barra), pero no menor de 25mm.
- Cuando el refuerzo paralelo se coloque en dos o más capas, las barras de las capas superiores deben colocarse exactamente sobre las de las capas inferiores, con una distancia libre entre capas no menor de 25mm.
- En elementos a compresión reforzados transversalmente con espirales o estribos, la distancia libre entre barras longitudinales no debe ser menor de $1,5 db$ ni de 40mm.
- La limitación de distancia libre entre barras también se debe aplicar a la distancia libre entre un empalme por traslape y los otros empalmes o barras adyacentes.

2.24.4 CONSIDERACIONES SÍSMICAS PARA DETALLES DE REFUERZO

En esta sección se verán algunas consideraciones para el detalle de vigas columnas y uniones viga-columna en condiciones dinámicas.

2.24.5 REQUISITOS PARA SISTEMA RESISTENTE A FUERZAS LATERALES DE MUROS ESTRUCTURALES O DUAL TIPO I

2.24.5.1 DETALLES EN VIGAS

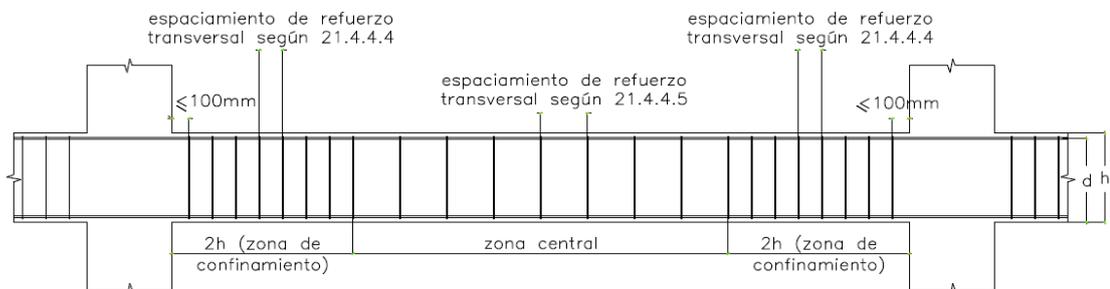
A continuación, se brindan una serie de recomendaciones brindados por el Reglamento Nacional de Edificaciones del Perú.

- Deberá existir refuerzo continuo a todo lo largo de la viga, constituido por dos barras tanto en la cara superior como en la inferior.
- No deberán hacerse empalmes traslapados dentro de una zona localizada a dos veces el peralte del elemento.
- La resistencia a momento positivo en la cara del nudo no debe ser menor que un tercio de la resistencia a momento negativo provista en dicha cara. La resistencia a momento negativo y positivo en cualquier sección a lo largo de la longitud del elemento deben ser mayores de un cuarto de la máxima resistencia a momento proporcionada en la cara de cualquiera de los nudos.
- En ambos extremos del elemento deben disponerse estribos cerrados de confinamiento en longitudes iguales a dos veces el peralte del elemento

medido desde la cara del elemento de apoyo hacia el centro de la luz. El primer estribo cerrado de confinamiento debe estar situado a no más de 100 mm de la cara del elemento de apoyo. Los estribos serán como mínimo de 8 mm de diámetro para barras longitudinales de hasta 5/8" de diámetro, de 3/8" para barras longitudinales de hasta 1" de diámetro y de 1/2" para barras longitudinales de mayor diámetro. El espaciamiento de los estribos cerrados de confinamiento no debe exceder del menor de:

- $d/4$, pero no es necesario que el espaciamiento sea menor de 150mm
 - Diez veces el diámetro de la barra longitudinal confinada de menor diámetro
 - 24 veces el diámetro de la barra del estribo cerrado de confinamiento
 - 300 mm.
- Los estribos deben estar espaciados a no más de $0,5d$ a lo largo de la longitud del elemento. En todo el elemento la separación de los estribos, no deberá ser mayor que la requerida por fuerza cortante.

Figura 62: Requerimientos de estribos en vigas



Fuente: Reglamento Nacional De Edificaciones Del Perú. (2009). Norma E060-Capítulo 21- Sección 21.4.4.5 Lima-Perú: ICG - Instituto De La Construcción Y Gerencia.

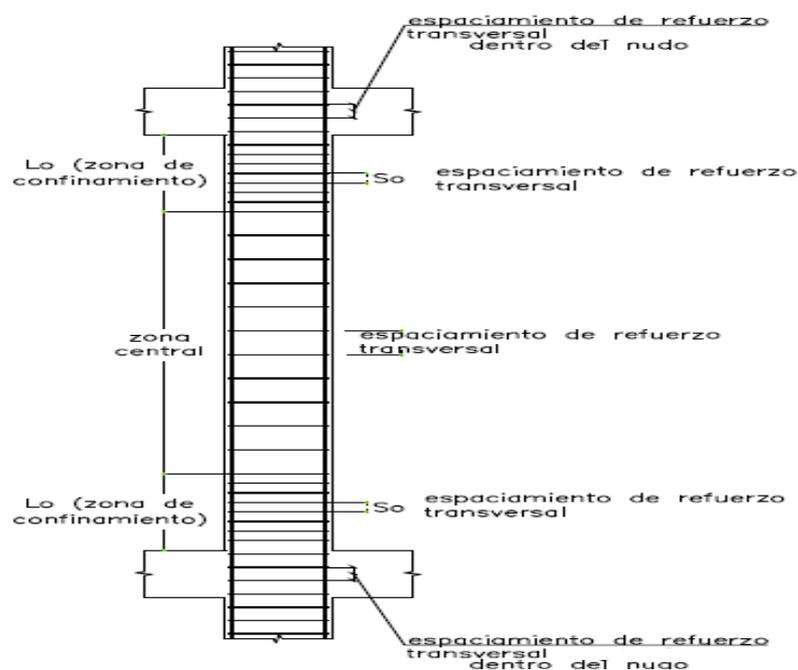
2.24.5.2 DETALLES EN COLUMNAS

- La cuantía de refuerzo longitudinal no será menor que 1% ni mayor que 6%. Cuando la cuantía exceda de 4% los planos deberán incluir detalles constructivos de la armadura en la unión viga-columna.
- En ambos extremos del elemento debe proporcionarse estribos cerrados de confinamiento con un espaciamiento "So" por una longitud "Lo" medida

desde la cara del nudo. Los estribos serán como mínimo de 8 mm de diámetro para barras longitudinales de hasta 5/8" de diámetro, de 3/8" para barras longitudinales de hasta 1" de diámetro y de 1/2" para barras longitudinales de mayor diámetro.

- El espaciamiento "So" no debe exceder al menor entre:
 - Ocho veces el diámetro de la barra longitudinal confinada de menor diámetro;
 - La mitad de la menor dimensión de la sección transversal del elemento; 100mm
- La longitud L_o no debe ser menor que el mayor entre:
 - Una sexta parte de la luz libre del elemento;
 - La mayor dimensión de la sección transversal del elemento; 500mm
- Fuera de la longitud "Lo", el espaciamiento del refuerzo transversal, no será mayor que la requerida por fuerza cortante ni de 300 mm.
- El refuerzo transversal del nudo debe estar de acuerdo con refuerzo mínimo a cortante. El espaciamiento no debe exceder de 150 mm.

Figura 63: Requerimientos de estribos en columnas



Fuente: Reglamento Nacional De Edificaciones Del Perú. (2009). Norma E060-Capítulo 21- Sección 21.4.5.5 Lima-Perú: ICG - Instituto De La Construcción Y Gerencia.



2.24.6 REQUISITOS PARA SISTEMAS RESISTENTES A FUERZAS LATERALES DE PÓRTICOS Y DUALES TIPO II

2.24.6.1 DETALLES EN VIGAS

- Deberá existir refuerzo continuo a todo lo largo de la viga, constituido por 2 barras tanto en la cara superior como en la inferior, la cuantía de refuerzo en tracción no deberá exceder de 0,025.
- La resistencia a momento positivo en la cara del nudo no debe ser menor que la mitad de la resistencia a momento negativo proporcionada en esa misma cara. La resistencia a momento negativo o positivo, en cualquier sección a lo largo de la longitud del elemento, no debe ser menor de un cuarto de la resistencia máxima a momento proporcionada en las caras de los nudos.
- Sólo se permiten empalmes por traslape del refuerzo de flexión cuando se proporcionan estribos de confinamiento o espirales en la toda longitud del empalme. El espaciamiento del refuerzo transversal que envuelve las barras traslapadas no debe exceder el menor de $d/4$ ó 150 mm.
- No deben emplearse empalmes por traslape:
 - dentro de los nudos,
 - en una distancia de dos veces el peralte del elemento medida desde la cara del nudo, donde el análisis indique fluencia por flexión del refuerzo causada por los desplazamientos laterales inelásticos del pórtico.
- Deben disponerse estribos cerrados de confinamiento en las siguientes regiones:
 - En una longitud igual a dos veces el peralte del elemento, medida desde la cara del elemento de apoyo hacia el centro de la luz, en ambos extremos del elemento en flexión.
 - En longitudes iguales a dos veces el peralte del elemento a ambos lados de una sección donde puede ocurrir fluencia por flexión debido a desplazamientos laterales inelásticos de la estructura.
- Los estribos serán como mínimo de 3/8" para barras longitudinales de hasta 1" de diámetro y de 1/2" para barras longitudinales de mayor diámetro. El primer estribo cerrado de confinamiento debe estar situado a no más de 50 mm de la



cara del elemento de apoyo. El espaciamiento de los estribos cerrados de confinamiento no debe exceder de:

- $d/4$.
 - Ocho veces el diámetro de las barras longitudinales más pequeñas,
 - 24 veces el diámetro de la barra del estribo cerrado de confinamiento,
 - 300 mm.
- En las zonas de confinamiento, la distancia horizontal entre las ramas verticales del refuerzo transversal (estribos cerrados y/o grapas suplementarias) no deberá exceder de 300 mm.
 - Fuera de las zonas de confinamiento, deben colocarse estribos cerrados con ganchos sísmicos en ambos extremos, espaciados a no más de $d/2$ en toda la longitud del elemento. En todo el elemento la separación de los estribos, no será mayor que la requerida por fuerza cortante.

2.24.6.2 DETALLES EN COLUMNAS.

- La fuerza amplificada de compresión axial en el elemento, P_u , excede de $0,1 f'_c A_g$.
- La dimensión menor de la sección transversal, medida en cualquier línea recta que pase por su centroide geométrico, no debe ser menor de 250 mm.
- Las resistencias a flexión de las columnas en las caras de los nudos deben satisfacer la siguiente ecuación.

$$\sum M_{nc} \geq 1,2 \sum M_{nv} \quad \dots \text{Ecuación 107}$$

Donde:

$\sum M_{nc}$ = suma de los momentos nominales de flexión de las columnas que llegan al nudo, evaluados en las caras del nudo. La resistencia a la flexión de la columna debe calcularse para la fuerza axial amplificada, consistente con la dirección de las fuerzas laterales consideradas, que conduzca a la resistencia a la flexión más baja.

$1,2 \sum M_{nv}$ = suma de los momentos resistentes nominales a flexión de las vigas que llegan al nudo, evaluados en las caras del nudo. Las resistencias a la flexión deben sumarse de tal manera que los momentos de las columnas se opongan a los momentos de las vigas. Para momentos en las vigas actuando en ambas direcciones en el plano vertical del pórtico que se considera.



- La cuantía de refuerzo longitudinal no será menor que 1% ni mayor que 6% del área total de la sección transversal. Cuando la cuantía exceda de 4%, los planos deberán incluir detalles constructivos de la armadura en la unión viga-columna.
- Debe proporcionarse refuerzo transversal en las cantidades que se especifican.
- La cuantía volumétrica de refuerzo en espiral o de estribos cerrados de confinamiento circulares, ρ_s , no debe ser menor que:

$$\rho_s = 0.12 * \frac{f'c}{f_{yt}} \quad \text{..... Ecuación 108}$$

- En columnas de núcleo rectangular, el área total de la sección transversal del refuerzo de estribos cerrados de confinamiento rectangulares y grapas suplementarias, A_{sh} , no debe ser menor que la requerida por las ecuaciones:

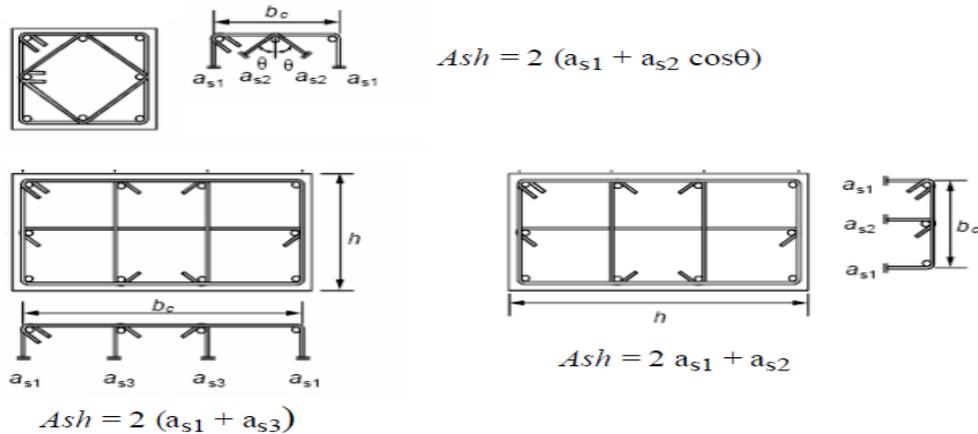
$$A_{sh} = 0.3 * \frac{s*bc*f'c}{f_{yt}} \left[\left(\frac{A_g}{A_{ch}} \right) - 1 \right] \quad \text{..... Ecuación 109}$$

$$A_{sh} = 0.09 * \frac{s*bc*f'c}{f_{yh}} \quad \text{..... Ecuación 110}$$

Donde “s” es el espaciamiento del refuerzo de confinamiento, “bc” es la dimensión del núcleo confinado del elemento normal al refuerzo con área “ A_g ” y esfuerzo de fluencia “ f_{yh} ” medida centro a centro del refuerzo de confinamiento. “ A_{ch} ” es el área del núcleo confinado medida al exterior del refuerzo de confinamiento.

- El refuerzo transversal debe disponerse mediante estribos cerrados de confinamiento sencillo o múltiple. Se pueden usar grapas suplementarias del mismo diámetro de barra y con el mismo espaciamiento que los estribos cerrados de confinamiento. Cada extremo de las grapas suplementarias debe enlazar una barra perimetral del refuerzo longitudinal.
- Si el espesor de concreto fuera del refuerzo transversal de confinamiento excede 100 mm, debe colocarse refuerzo transversal adicional con un espaciamiento no mayor a 300 mm. El recubrimiento de concreto sobre el refuerzo adicional no debe exceder de 100 mm.

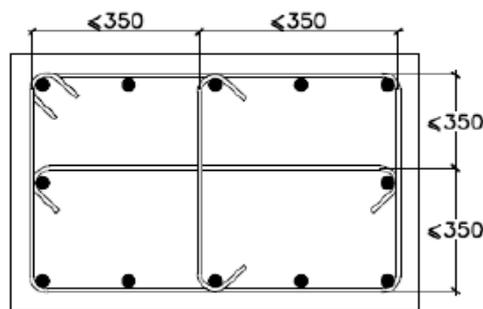
Figura 64: Ejemplos de determinación de Ash



Fuente: Reglamento Nacional De Edificaciones Del Perú. (2009). Norma E060-Capítulo 21- Sección 21.6.4.2 Lima-Perú: ICG - Instituto De La Construcción y Gerencia.

- La separación del refuerzo transversal no debe exceder la menor de:
 - La tercera parte de la dimensión mínima del elemento,
 - Seis veces el diámetro del refuerzo longitudinal,
 - 100 mm.
- La distancia, centro a centro, transversal al eje del elemento, entre las ramas de estribos cerrados de confinamiento múltiples o entre las grapas suplementarias, h_x , no deben exceder 350 mm medidos centro a centro.

Figura 65: Distancia máxima entre ramas del refuerzo transversal,



Fuente: Reglamento Nacional De Edificaciones Del Perú. (2009). Norma E060-Capítulo 21- Sección 21.6.4.3 Lima-Perú: ICG - Instituto De La Construcción y Gerencia.

- El refuerzo transversal, debe suministrarse en una longitud “Lo” medida desde cada cara del nudo y a ambos lados de cualquier sección donde pueda ocurrir



fluencia por flexión como resultado de desplazamientos laterales inelásticos del pórtico. La longitud “Lo” no debe ser menor que la mayor de:

- La mayor dimensión de la sección del elemento en la cara del nudo o en la sección.
 - donde puede ocurrir fluencia por flexión.
 - Un sexto de la luz libre del elemento.
 - 500 mm.
- Las fuerzas en el refuerzo longitudinal de las vigas, en la cara del nudo, deben determinarse suponiendo un esfuerzo en el acero de $1,25 f_y$.
 - Para evaluar la resistencia del nudo debe utilizarse el valor de $\Phi = 0,85$.
 - El refuerzo longitudinal de una viga que termine en una columna, debe prolongarse hasta la cara más distante del núcleo confinado de la columna y anclarse, en tracción y en compresión.
 - Donde el refuerzo longitudinal de una viga atraviesa una unión viga-columna, la dimensión de la columna paralela al refuerzo de la viga no debe ser menor que 20 veces el diámetro de la barra longitudinal de mayor diámetro de la viga, para concretos de peso normal. Para concretos livianos, la dimensión no debe ser menor que 26 veces el diámetro de la barra.

2.24.6.3 REFUERZO TRANSVERSAL EN LAS UNIONES VIGA-COLUMNA

- Dentro del nudo deben colocarse estribos cerrados de confinamiento como refuerzo transversal $A_{sh} = 0.3 * \frac{s*bc*f'c}{f_{yt}} \left[\left(\frac{A_g}{A_{ch}} \right) - 1 \right]$ o $A_{sh} = 0.09 * \frac{s*bc*f'c}{f_{yh}}$; a menos que dicho nudo esté confinado por elementos estructurales.
- Cuando existan elementos que llegan en los cuatro lados del nudo y el ancho de cada elemento mide por lo menos tres cuartas partes del ancho de la columna, debe disponerse refuerzo transversal igual, por lo menos a la mitad de la cantidad requerida de refuerzo trasversal dentro del peralte del elemento de menor altura.
- Cuando una viga que concurre al nudo sea de mayor ancho que la columna, debe disponerse refuerzo transversal, $A_{sh} = 0.3 * \frac{s*bc*f'c}{f_{yt}} \left[\left(\frac{A_g}{A_{ch}} \right) - 1 \right]$ o $A_{sh} = 0.09 * \frac{s*bc*f'c}{f_{yh}}$, a través del nudo para proporcionar confinamiento al



refuerzo longitudinal de la viga que pasa fuera del núcleo de la columna, en la zona que no esté confinada por una viga perpendicular que concurre al nudo.

- La resistencia V_n en el nudo no debe ser mayor que las fuerzas especificadas a continuación, para concreto de peso normal:

- Para nudos confinados en las cuatro caras:

$$1,7f' c' A_j$$

- Para nudos confinados en tres caras o en dos caras opuestas:

$$1,2f' c' A_j$$

- Para otros casos

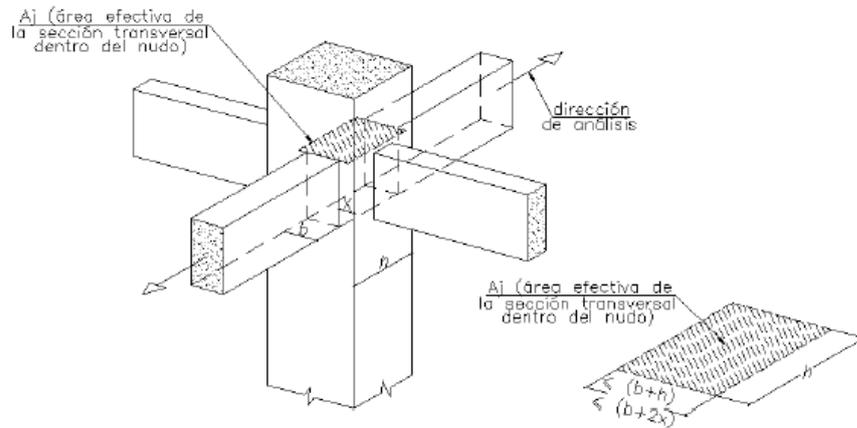
$$1,0f' c' A_j$$

Donde: Se considera que un elemento (viga) proporciona confinamiento al nudo si al menos las tres cuartas partes de la cara lateral del nudo están cubierta por el elemento que llega al nudo.

A_j es el área efectiva de la sección transversal dentro del nudo en la dirección de análisis, calculada como el producto de la profundidad del nudo por su ancho efectivo. La profundidad del nudo es la dimensión total de la columna en la dirección de análisis. El ancho efectivo del nudo es el ancho total de la columna, excepto que cuando la viga llega a una columna más ancha que ésta, el ancho efectivo del nudo no debe exceder el menor de:

- El ancho de la viga más la profundidad del nudo. Si el ancho difiere a ambos lados de la columna, se utilizará el promedio de ellos.
- Dos veces la distancia del eje longitudinal de la viga al borde más cercano de la columna.

Figura 66: Área efectiva en el nudo

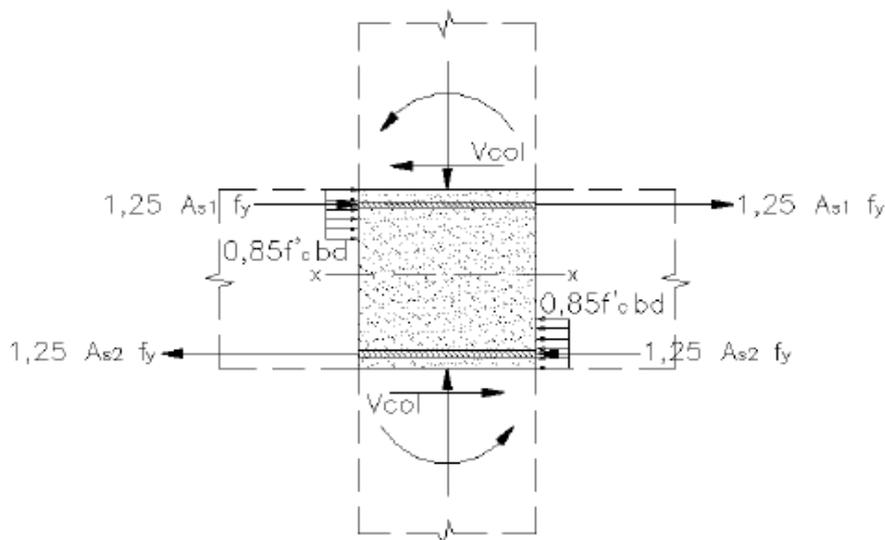


Fuente: Reglamento Nacional De Edificaciones Del Perú. (2009). Norma E060-Capítulo 21- Sección 21.7.4 Lima-Perú: ICG - Instituto de la Construcción y Gerencia.

El cortante en el nudo, V_u , se calculará por equilibrio de las fuerzas horizontales que concurren al nudo:

V_u en el plano $xx = 1,25 f_y (A_{s1} + A_{s2}) - V_{col}$, como se indica en la figura a continuación.

Figura 67: Fuerzas para el cálculo del cortante en el nudo



Fuente: Reglamento Nacional De Edificaciones Del Perú. (2009). Norma E060-Capítulo 21- Sección 21.7.4.3 Lima-Perú: ICG - Instituto De La Construcción y Gerencia.



2.25 EL ARTE DE DETALLAR

PAULAY R _PARK T, trata algunos detalles adicionales a los especificados en el Reglamento Nacional de Edificaciones del Perú, así como también el ACI 318-2014. Estos detalles nacen a partir de las patologías que se presentan en las uniones viga-columna, las cuales escapan a los modelos debidamente normados. No obstante, hay que recalcar que la clave del detallado exitoso, es la correcta identificación del problema. Bajo esta afirmación podemos resumir los siguientes criterios para la correcta y satisfactoria unión viga-columna.

- Una unión viga-columna debe exhibir un comportamiento bajo cargas de servicio igual en calidad al de los miembros que une (vigas y columnas) (PAULAY R _PARK T., 1988).
- Una unión viga-columna debe poseer una resistencia que corresponda al menos a las combinaciones más adversas de carga que podrían soportar los miembros adjuntos, varias veces de ser necesario (PAULAY R _PARK T., 1988).
- La resistencia de la unión viga - columna, no debe de gobernar la de la estructura, y su comportamiento no debe impedir el desarrollo de toda la resistencia de los miembros que une (vigas y columnas) (PAULAY R _PARK T., 1988)
- La unión viga-columna tienen que mantener características de la facilidad de construcción y el debido acceso para el depositado y compactado del concreto (PAULAY R _PARK T., 1988).

Bajo estos criterios el tipo de carga que ejerce una demanda estructural crítica es la que gobierna el diseño, tanto de elementos, así como de uniones viga columna. En determinadas juntas, por ejemplo, las de estructuras continuas de concreto reforzado sujetas a gravedad, el criterio de diseño de estas está dado por la resistencia de cargas monótonas, esto quiere decir sin inversión de esfuerzos. Para el caso contrario, es decir un diseño sísmico, no sólo la resistencia sino también la ductilidad de la de la unión y los miembros que la conforman, gobernaría la estructura.

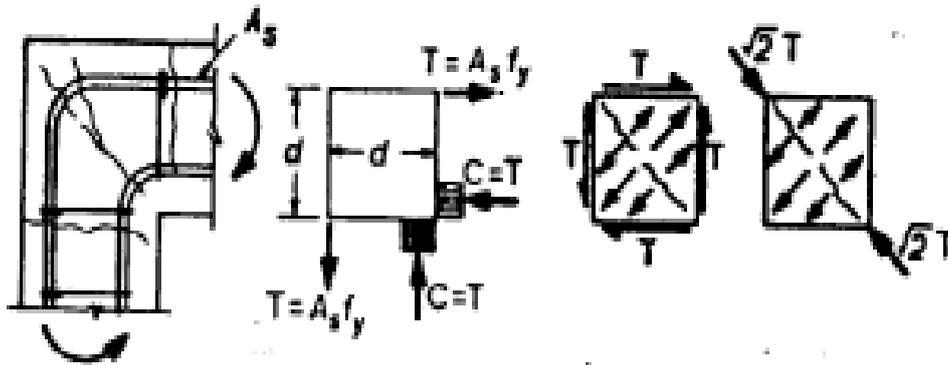
Hay que recalcar, que no solo los diseños por cargar críticas afectan a las uniones viga columna, sino también el sentido en la cual actúa la carga. Convirtiéndose en un eje fundamental del diseño para el detallado del refuerzo.

2.25.1 UNIÓN VIGA-COLUMNA BAJO CARGAS QUE CIERRAN

Este tipo de unión viga-columna, mayormente se presenta en la unión de columnas con vigas sometidas momentos actuantes que ejercen un efecto de cierre en los elementos, los cuales se trasladan a las uniones vigas-columnas.

En la figura 81 se muestra una unión típica sujeta a un momento flexionante “de cierre” y las acciones correspondientes.

Figura 68: Acciones fuerzas internas y grietas a cortante y fisuración de una unión viga columna sometida a fuerzas de cierre.



Fuente: PAULAY R _PARK T. (1988). Estructuras de Concreto Reforzado.

Christchurch, Nueva Zelandia: Limusa

La fuerza generada por la flexión y que actúan contra un cuerpo libre idealizado muestra que éstas fuerzas están introducidas al núcleo en la unión viga-columna en forma de esfuerzos cortantes uniformes distribuidos al largo de toda la sección, bajo esta suposición se puede esperar una grieta diagonal, cuando el esfuerzo de tensión diagonal se aproxime a la resistencia de tensión del concreto.

$$f't = \frac{T}{bd} = \frac{A_s \cdot f_y}{bd} = \rho * f_y \approx 6\sqrt{f'c} \frac{lb}{plg^2} \quad (\text{PAULAY R _PARK T. (1988)} \dots \text{Ecuación 111})$$

Pero esta condición está limitada por:

$$\rho \leq \frac{f't}{f_y} \quad (\text{PAULAY R _PARK T. (1988)} \dots \text{Ecuación 112})$$

Una vez analizado los esfuerzos a tensión, se podría aplicar una carga al núcleo de la unión viga - columna, la cual correspondería una mejor idealización a las condiciones de carga última. Aquí se combinan las fuerzas del acero y del concreto para producir una sola resultante de compresión diagonal, debido al deterioro de la adherencia a lo largo de las varillas exteriores. Para esta condición el límite de acero a tensión debe ser:

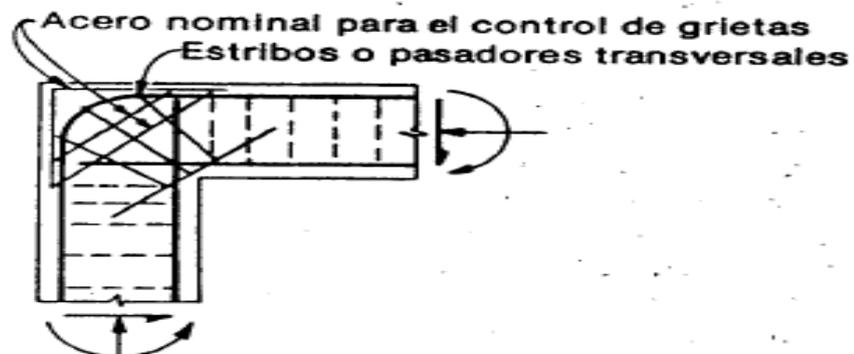
$$\rho \leq 1.2 \frac{f_{rt}}{f_y} \quad (\text{PAULAY R_PARK T. (1988).}) \quad \dots\dots \text{Ecuación 113}$$

Todas estas suposiciones y criterios de diseño en uniones viga columna con esfuerzos que cierran se lograron cuando el contenido de acero estuvo ligeramente por debajo de los límites establecidos. Así como también para miembros de dimensiones no muy grandes, tales como vigas de gran peralte o de columnas de gran peralte, los cuales por su función van a necesitar mayor contenido de refuerzo de acero.

Cuando se utiliza miembros estructurales con elevados contenidos de acero, se requiere de refuerzo secundario para preservar la integridad del concreto dentro de la unión viga-columna, el cual va a desempeñar las siguientes funciones:

- Las varillas perpendiculares a la grieta diagonal latente, deben impedir el crecimiento y ensanchamiento de éstas. Permitiendo con ello que se desarrolle la fuerza de compresión entre la esquina interior y el doblar del acero principal a tensión.
- Los estribos rectangulares también deben rodear al acero a tensión dentro de la junta al impedir el ensanchamiento de las grietas de fisuración si ocurren, en el plano de las varillas dobladas de tensión.
- Los estribos rectangulares también deben rodear al acero a tensión dentro de la junta a impedir el ensanchamiento de las grietas de fisuración si ocurren, en el plano de las varillas dobladas a tensión.
- Se pueden utilizar las ramas transversales de los mismos estribos para suministrar confinamiento a la esquina interior, que está sujeta a compresión concentrada.

Figura 69: Refuerzo secundario en la unión viga-columna



Fuente: PAULAY R_PARK T. (1988). *Estructuras de Concreto Reforzado*.

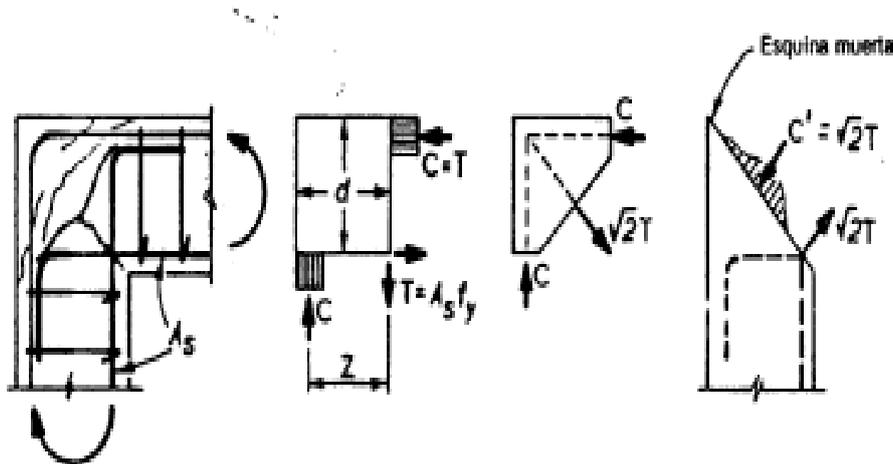
Christchurch, Nueva Zelanda: Limusa

2.25.2 UNIÓN VIGA-COLUMNA BAJO CARGAS QUE ABREN

Este tipo de unión viga-columna, mayormente se presenta en la unión de columnas con vigas sometidas momentos actuantes que ejercen un efecto de abertura en los elementos, los cuales se trasladan a las uniones vigas-columnas. Este efecto es el más crítico ya que las fuerzas producidas tratan de abrir el ángulo que forma la unión viga-columna.

En la figura se muestra una unión típica sujeta a un momento flexionante “de abertura”, (consecuencias de las fuerzas de compresión cerca de la esquina exterior que dan como resultante una fuerza que tiende a separar la porción triangular de la unión viga-columna), y las acciones correspondientes.

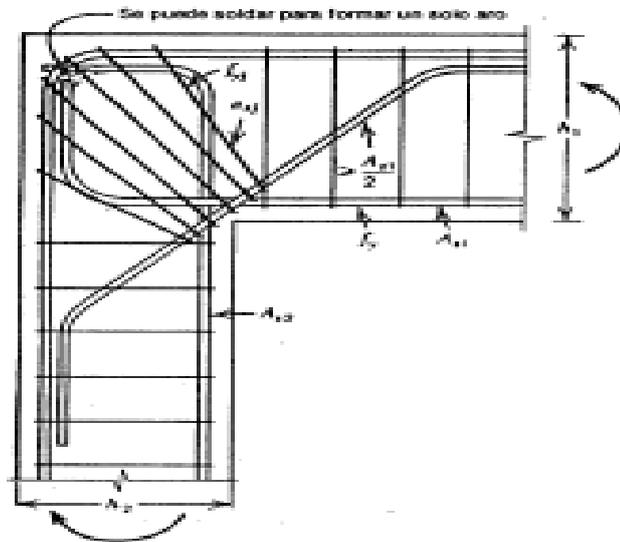
Figura 70: Acciones fuerzas internas y grietas a cortante y fisuración de una unión viga columna sometida a fuerzas de abertura.



Fuente: PAULAY R _PARK T. (1988). Estructuras de Concreto Reforzado. Chistchurch, Nueva Zelandia: Limusa

Se ha comprobado que para una unión viga – columna, bajo cargas que abren un confinamiento mediante estribos diagonales en la unión viga columna aumentan la ductilidad, así como la resistencia de dicha unión. (PAULAY R _PARK T., 1988)

Figura 71: Detalle sugerido para uniones viga columna ante fuerzas que abren.



Fuente: PAULAY R _PARK T. (1988). Estructuras de Concreto Reforzado. Chistchurch, Nueva Zelandia: Limusa

En donde el área de acero adicional “ a_{sj} ”, es decir el área de acero para los estribos diagonales, se encuentra regido por la siguiente fórmula:

$$a_{sj} = \left[\frac{f_y}{f_{yj}} * \sqrt{1 + \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^2} \right] * \frac{A_{s1}}{n} \quad \text{..... Ecuación 114}$$

En donde:

f_y : Esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo de los elementos estructurales.

f_{yj} : Esfuerzo de fluencia de los estribos diagonales a colocar.

h_1 : Peralte de la viga.

h_2 : Peralte de la columna.

A_{s1} : Área de acero en flexión de la viga.

$\frac{A_{s1}}{2}$: Área de la diagonal de acero que contiene a los estribos diagonales.



CAPÍTULO III

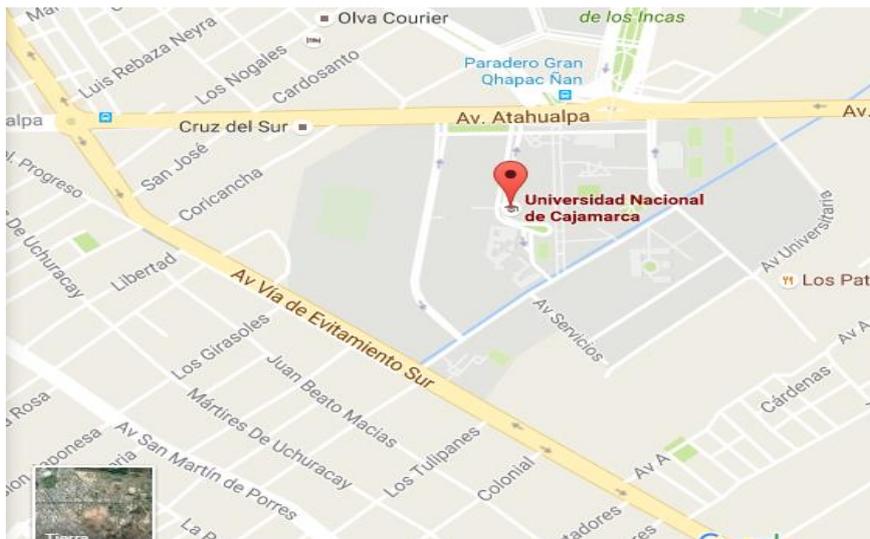
MATERIALES Y

MÉTODOS

3.1 UBICACIÓN DEL LUGAR DE INVESTIGACIÓN

País	: Perú
Departamento	: Cajamarca
Provincia	: Cajamarca
Distrito	: Cajamarca
Dirección	: Ciudad universitaria; Av. Atahualpa Km. 3, Cajamarca

Imagen 5: Ubicación gráfica del lugar de investigación



Fuente: Google Maps 2016

3.2 METODOLOGÍA

3.2.1 POBLACIÓN

Testigos y muestras ensambladas y construidos en el campus universitario de la Universidad Nacional de Cajamarca.

Los testigos estuvieron conformados por pórticos de concreto armado los cuales estuvieron conformados por 3 tipos de testigos.

- **TESTIGOS TIPO 1** Columnas de dimensiones de 20 cm x 30 cm de sección transversal y las vigas conformadas por 20 cm x 20 cm de sección transversal, las cuales conservaron constancias en el área de confinamiento del concreto a lo largo de toda su sección transversal.
- **TESTIGOS TIPO 2** Columnas de dimensiones de 20 cm x 30 cm de sección transversal y las vigas conformadas por 20 cm x 20 cm de sección transversal, las cuales presentaban una reducción en el área de confinamiento del concreto en la unión rectangular viga-columna.



- **TESTIGOS TIPO 3** Columnas de dimensiones de 20 cm x 30 cm de sección transversal y las vigas conformadas por 20 cm x 20 cm de sección transversal, las cuales presentaban una reducción en el área de confinamiento del concreto en la unión rectangular viga-columna. Con la diferencia que se plantea un estribo diagonal, para compensar la pérdida de área conllevada por la reducción del área de confinamiento del concreto.

3.2.2 MUESTRA

18 testigos de concreto armado, 6 de cada tipo de muestra, según corresponda

- **SEIS TESTIGOS TIPO 1** Columnas de dimensiones de 20 cm x 30 cm de sección transversal y las vigas conformadas por 20 cm x 20 cm de sección transversal, las cuales conservaban constancias en el área de confinamiento del concreto a lo largo de toda su sección transversal.
- **SEIS TESTIGOS TIPO 2** Columnas de dimensiones de 20 cm x 30 cm de sección transversal y las vigas conformadas por 20 cm x 20 cm de sección transversal, las cuales presentaban una reducción en el área de confinamiento del concreto en la unión rectangular viga - columna.
- **SEIS TESTIGOS TIPO 3** Columnas de dimensiones de 20 cm x 30 cm de sección transversal y las vigas conformadas por 20 cm x 20 cm de sección transversal, las cuales presentaban una reducción en el área de confinamiento del concreto en la unión rectangular viga-columna. Con la diferencia que se planteó un estribo diagonal, para compensar la pérdida de área conllevada por la reducción del área de confinamiento del concreto.

3.3 UNIDAD DE ANÁLISIS

Resistencia última en el ensayo a flexión en la unión viga-columna.

3.4 ALCANCE DEL PROYECTO

La investigación realizó testigos viga-columna, de sección trasversal rectangular, los cuales presentaban reducción del área de confinamiento, versus testigos viga-columna, de sección transversal rectangular, los cuales no presentaban reducción del área de confinamiento a escala estándar, la dimensiones eran las siguientes: Columnas de dimensiones de 20 cm x 30 cm de sección transversal y las vigas conformadas por 20 cm x 20 cm de sección transversal. Asimismo también se



planteó el refuerzo diagonal en la unión viga columna como una alternativa de solución para el caso estudiado.

3.5 TIPO DE INVESTIGACIÓN

Aplicada.

3.6 DISEÑO

Experimental.

3.7 TÉCNICAS DE RECOLECCIÓN DE DATOS

Información directa.

3.8 TRATAMIENTO Y ANÁLISIS DE DATOS UTILIZADOS

Los resultados de esta investigación se muestran en cuadros, gráficos y diagramas, en los cuales se realizó un análisis comparativo y estadístico entre resultados obtenidos, para cada caso analizado.

Cuadro 9: Variables e indicadores de la investigación

VARIABLE	INDICADORES	CLASIFICACIÓN
Resistencia a flexión	Resultado de ensayo a flexión (carga última)	Cuantificable.
Área de confinamiento del concreto en unión rectangular viga-columna de concreto armado.	Magnitud variable, según proceso constructivo.	Cuantificable.

Fuente: El Autor

3.9 LIMITACIONES

- Imposibilidad de controlar esfuerzos ajenos a la carga aplicada.
- Imposibilidad de aplicar la carga bajo intervalos exactos de tiempo.
- Limitaciones de la carga a aplicar por el equipo de ensayo.
- Falta de reglamentación y normativas para efectuar ensayos en pórticos de concreto armado.



3.10 PROCEDIMIENTOS

Para el procedimiento del desarrollo de la hipótesis de la Tesis se tuvieron en cuenta los siguientes pasos.

3.10.1 PREDIMENSIONAMIENTO DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES

En este acápite se estandarizaron los testigos (pórtico estructural), los cuales fueron sometidos a ensayos a flexión correspondiente:

3.10.1.1 PREDIMENSIONAMIENTO DE VIGAS

Se predimensionaron bajo criterios de la normas E060 y E030 (presentes en Reglamento Nacional de Edificaciones del Perú), y así mismo, se estandarizaron las dimensiones de las vigas, las cuales, eran partes de los pórticos estructurales sometidos a ensayos de flexión.

3.10.1.2 PREDIMENSIONAMIENTO DE COLUMNAS

Se predimensionaron bajo criterios de la normas E060 y E030 (presentes en Reglamento Nacional de Edificaciones del Perú), así como también de los principios enunciados anteriormente en el marco teórico, luego, se estandarizaron las dimensiones de las columnas, las cuales, conformaban parte de los pórticos estructurales sometidos a ensayos de flexión.

3.11 ANÁLISIS ESTRUCTURAL

Se realizó el análisis estructural, de los elementos estructurales que conformaban el marco estructural a analizar, bajo criterios de la norma E060, en la cual se utilizó como carga muerta sólo al peso propio. Y como una carga viva se consideró una carga puntual de 500kg. Así mismo, se consideró una resistencia de concreto de $f'c = 210 \text{ kg/cm}^2$.

Es importante recalcar que las cargas de diseño, se amplificaron por factores, previendo las limitaciones del equipo para las pruebas a realizar, esto quiere decir que la carga de diseño no sobrepasaba las 20 toneladas.

3.12 DISEÑO ESTRUCTURAL

Se realizó el diseño estructural, de los elementos estructurales que conforman el marco estructural a analizar, bajo criterios de la norma E060.



Este diseño estructural se hizo para los esfuerzos presentados bajo el análisis estructural antes realizado, ya sea por; esfuerzo axial, esfuerzo cortante y momento flector.

3.13 ELABORACIÓN Y DETALLAMIENTO DE PLANOS ESTRUCTURALES

Se realizó la elaboración y detallamiento de planos estructurales para los testigos ensayados. Tanto para la situación ideal de unión viga columna (en donde no varió el área de confinamiento de concreto). Así como para situaciones supuestas de uniones viga-columna no previstas en el diseño estructural (en donde se presentó reducción del área de confinamiento del concreto); y por último una adaptación de un modelo de armado de acero existente como alternativa para solucionar las posibles falencias que se presentaban en las uniones viga-columna (en donde se presentó reducción del área de confinamiento del concreto).

3.14 CONSTRUCCIÓN IN SITU DE LOS TESTIGOS A ENSAYAR

Se realizó la construcción de los testigos estandarizados, analizados y diseñados estructuralmente, según los planos de estructuras elaborados. Para cada tipo de testigos planteados anteriormente (ver paso 3.2.2).

3.15 ENSAYO DE LOS TESTIGOS CONSTRUIDOS IN SITU

Se realizó ensayos a flexión a los testigos elaborados, para la muestra de 18 testigos de concreto armado, 6 de cada tipo de muestra, según corresponda (ver paso 3.2.2)



CAPÍTULO IV

RESULTADOS Y

DISCUSIÓN

4.1 ENSAYO DE TESTIGOS ESTANDARIZADOS

4.1.1 ENSAYOS A COMPRESIÓN DEL CONCRETO SIMPLE

Se efectuó diseño en concreto simple para una resistencia a compresión $F'c = 210 \text{Kg/cm}^2$ los cuales se probaron a los 7 días de efectuada la mezcla y curado en sus respectivos moldes de los testigos de concreto simple.

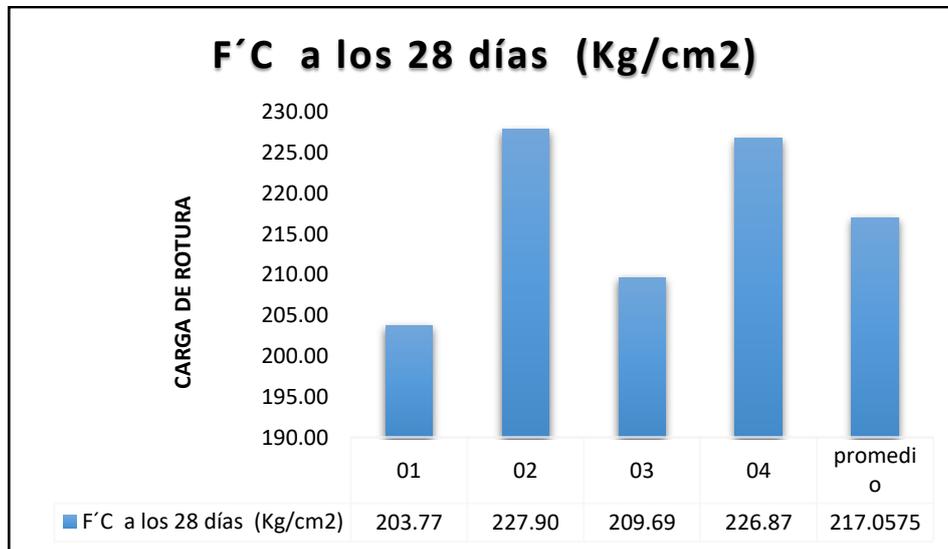
A continuación se presenta los siguientes resultados de los testigos de concreto simple ensayados a compresión simple.

Cuadro 10: Cargas última y promedio de testigos ensayados.

Probetas	Carga Última De Rotura (Kg)	F'c A Los 7 Días (Kg/Cm2)	F'c Proyectado A Los 28 Días (Kg/Cm2)
01	26020	142.64	203.77
02	29100	159.53	227.90
03	26775	146.78	209.69
04	28970	158.81	226.87
promedio		217.0575	Kg/cm2

Fuente: El Autor

Gráfico 1: Cargas última y promedio de testigos ensayados



Fuente: El Autor

Los ensayos a compresión simple se han efectuado de acuerdo con lo establecido por la norma ASTM C 39 y la norma NTP 339.034. Como se puede observar en los resultados a compresión en sus respectivos gráficos y cuadros, se aprecia que la resistencia a compresión bordea los 217 kg/cm², con lo cual estamos dentro del rango



establecido. Y por ende se asume que la resistencia de diseño del concreto es de 210 kg/cm².

Con la resistencia asumida de 210 kg/cm², también se asume un módulo de elasticidad del concreto: $E_{concreto} = 15000 * \sqrt{210} \text{ kg/cm}^2$. Con los cuales se ha efectuado el diseño de los testigos estandarizados en concreto armado.

4.1.2 PROPIEDADES FÍSICAS DEL ACERO DE REFUERZO

Para los parámetros necesarios para efectuar el diseño del acero de refuerzo, se ha optado por tomar los parámetros de la ficha técnica de Aceros Arequipa, con los cuales se ha diseñado el acero de refuerzo para los testigos estandarizados de concreto armado.

Cuadro 11: Dimensiones y pesos nominales de barras usadas en la elaboración de testigos estandarizados.

dimensiones y pesos nominales				
Diámetro de barra		sección (mm ²)	Perímetro (mm)	Peso métrico nominal (Kg/m)
Pul.	mm			
-	6	28	18.8	0.22
-	8	50	25.1	0.395
3/8	-	71	29.9	0.56
-	12	113	37.7	0.888
1/2	-	129	39.9	0.994
5/8	-	199	49.9	1.552
3/4	-	284	59.8	2.235
1	-	510	79.8	3.973
1 3/8	-	1,006	112.5	7.907

Fuente: Ficha Técnica de Aceros Arequipa.

4.1.2.1 PROPIEDADES MECÁNICAS DEL ACERO DE REFUERZO

Las propiedades mecánicas del acero brindadas por la ficha técnica de Aceros Arequipa son las siguientes:

Cuadro 12: Propiedades mecánicas del acero de refuerzo.

Límite de fluencia (Fy)	4280	kg/cm ²
Resistencia a la tracción (R)	6320	kg/cm ³
Relación R/Fy	>= 1.25	
Alargamiento en :	200	mm
Doblado a 180°=	Bueno en todos los diámetros.	

Fuente: Ficha Técnica de Aceros Arequipa

4.2 UNIÓN VIGA COLUMNA. QUE PRESENTA CONSTANCIA DEL ÁREA DE CONFINAMIENTO DEL CONCRETO

Se hizo los ensayos correspondientes a las uniones viga-columna que presentaban un área de confinamiento del concreto transversal de longitud constante en la cual se obtuvieron los siguientes resultados de carga última.

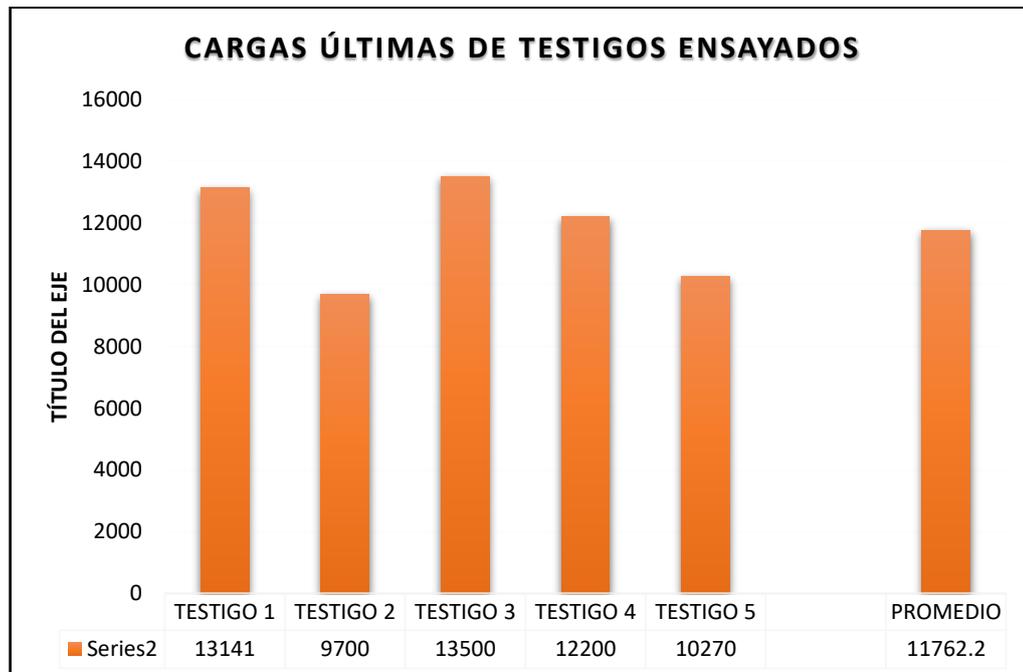
Cuadro 13: Cargas últimas y promedio de testigos ensayados

TESTIGOS	CARGA ÚLTIMA	
TESTIGO 1	13141	kg
TESTIGO 2	9700	kg
TESTIGO 3	13500	kg
TESTIGO 4	12200	kg
TESTIGO 5	10270	kg
PROMEDIO	11762.2 kg	

Fuente: El Autor

Se concluyó que la carga promedio de rotura es de 11762.2 kg

Gráfico 2: Cargas últimas y promedio de testigos ensayados



Fuente: El Autor



4.2.1 FUERZAS RESULTANTES EN UNIÓN VIGA COLUMNA, QUE PRESENTA CONSTANCIA DEL ÁREA DE CONFINAMIENTO DEL CONCRETO

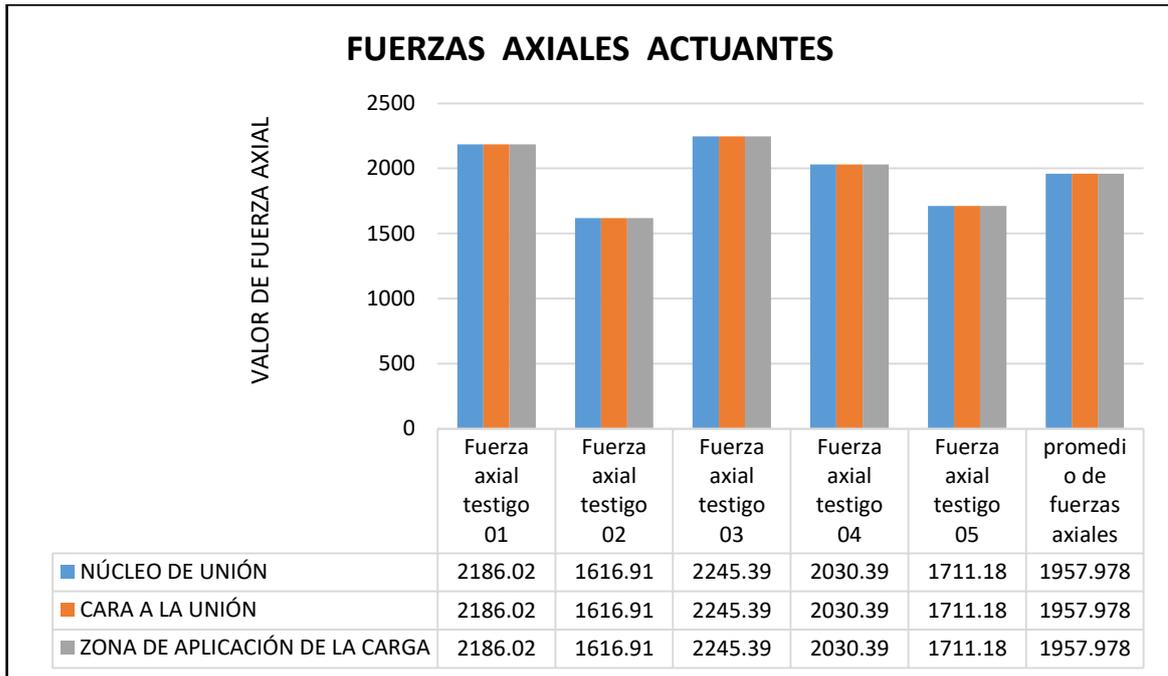
Con los datos de los ensayos correspondientes a las uniones viga-columna que presentaban un área de confinamiento del concreto transversal de longitud constante, se hizo la deducción de las fuerzas resultantes correspondientes para fuerzas axiales, fuerza cortante y fuerza de momento flector.

Cuadro 14: Fuerzas resultantes que se presentaban ante la acción de la carga última

CARGA ULTIMA (Kg)	FUERZA	NÚCLEO DE UNIÓN	CARA A LA UNIÓN	ZONA APLICADA LA CARGA
13141	AXIAL (kg)	2186.02	2186.02	2186.02
	CORTANTE (kg)	9666.34	9651.92	-3503.5
	MOMENTO + (kg-cm)		3275.74	148054.52
	MOMENTO - (kg-cm)	-141503.05		
9700	AXIAL (kg)	1616.91	1616.91	1616.91
	CORTANTE (kg)	7147.77	7133.35	-2581.07
	MOMENTO + (kg-cm)		2367.97	109368.24
	MOMENTO - (kg-cm)	-104630.29		
13500	AXIAL (kg)	2245.39	2245.39	2245.39
	CORTANTE (kg)	9929.1	9914.68	-3599.74
	MOMENTO + (kg-cm)		3370.45	152090.67
	MOMENTO - (kg-cm)	-145349.78		
12200	AXIAL (kg)	2030.39	2030.39	2030.39
	CORTANTE (kg)	8977.59	8963.17	-3251.24
	MOMENTO + (kg-cm)		3024.49	137475.1
	MOMENTO - (kg-cm)	-131420.11		
10270	AXIAL (kg)	1711.18	1711.18	1711.18
	CORTANTE (kg)	7564.97	7550.55	-2733.87
	MOMENTO + (kg-cm)		2518.34	115776.6
	MOMENTO - (kg-cm)	-110739.92		

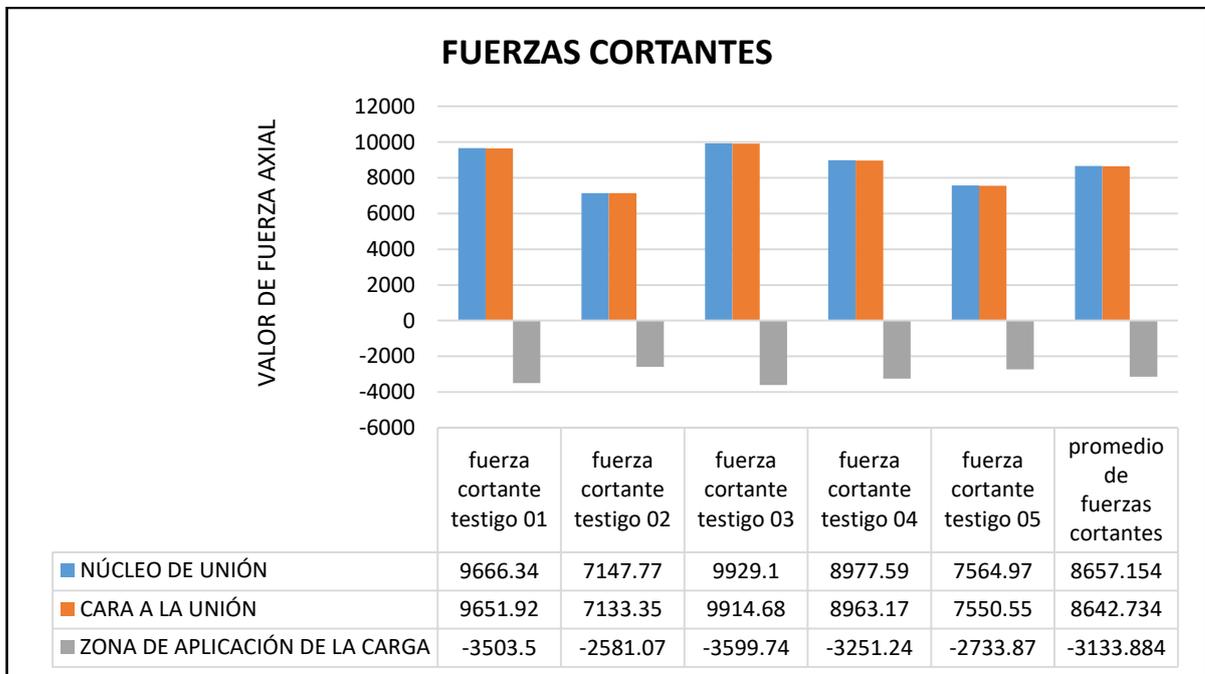
Fuente: El Autor.

Gráfico 3: Fuerzas axiales resultantes antes la acción de carga última.



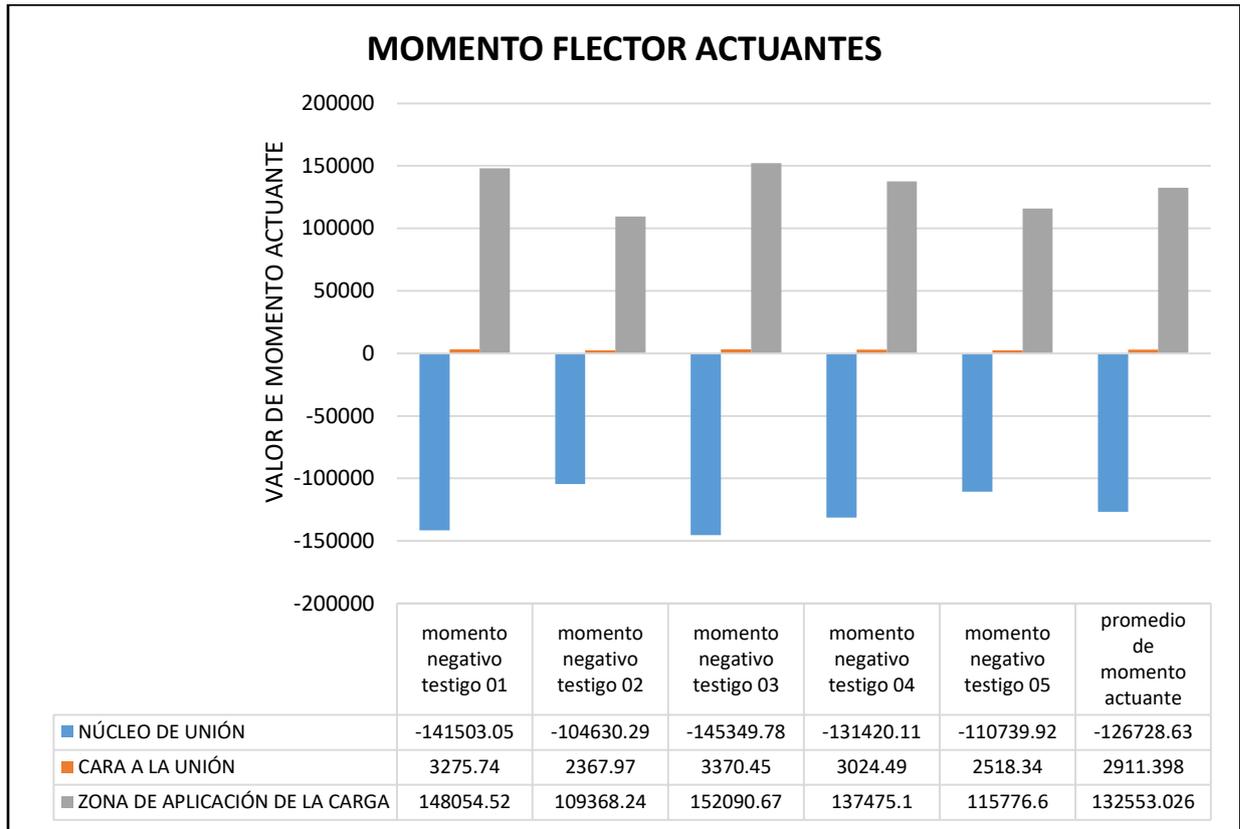
Fuente: El Autor.

Gráfico 4: Fuerzas cortantes resultantes antes la acción de carga última.



Fuente: El Autor.

Gráfico 5: Momentos flectores, resultantes antes la acción de carga última.



Fuente: El Autor

Con los datos del cuadro 14, se tomó el promedio con el motivo de sintetizar los resultados y poder compararlos con resultados posteriores.

Cuadro 15: Carga promedio de fuerzas resultante ante la acción de fuerza última

FUERZA	PROMEDIO		
	NÚCLEO DE UNIÓN	CARA A LA UNIÓN	ZONA APLICADA LA CARGA
AXIAL (kg)	1957.978	1957.978	1957.978
CORTANTE (kg)	8657.154	8642.734	3133.884
MOMENTO + (kg-cm)		2911.398	132553.026
MOMENTO - (kg-cm)	-126728.63		

Fuente: El Autor

En el cuadro 15, se pueden apreciar el promedio de las fuerzas resultantes correspondiente a las fuerzas axiales, fuerzas cortantes y fuerzas de momento flector, para testigos correspondientes a las uniones viga-columna que presentaban un área de confinamiento del concreto transversal de longitud constante.

4.2.2 UNIÓN VIGA COLUMNA, QUE PRESENTA UNA VARIACIÓN EN LA REDUCCIÓN DEL ÁREA DE CONFINAMIENTO DEL CONCRETO

Se hizo los ensayos correspondientes a las uniones viga-columna que presentaban una variación de la reducción del área de confinamiento del concreto en los cuales se obtuvieron los siguientes resultados de carga última.

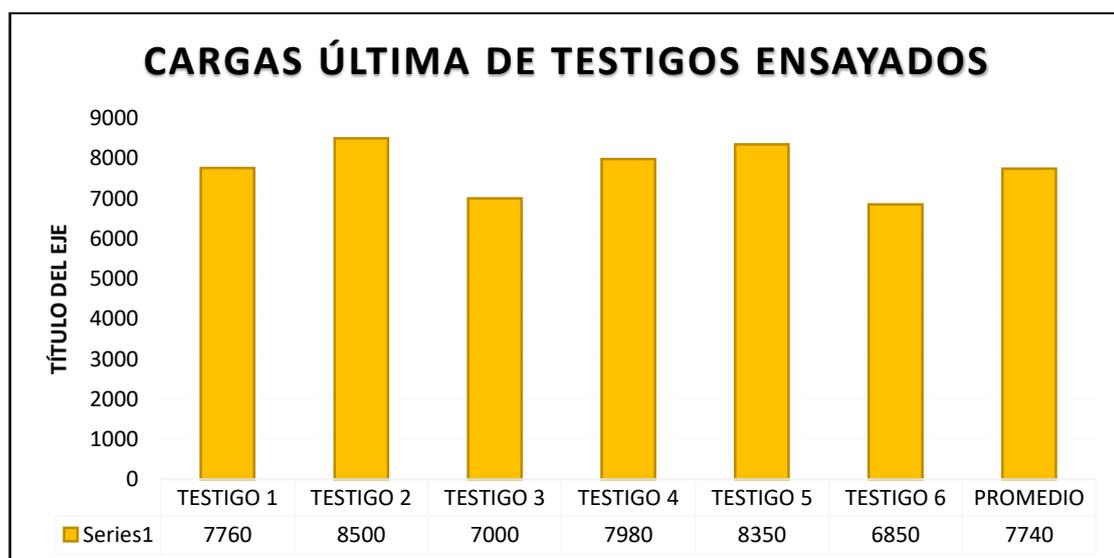
Cuadro 16: Cargas última y promedio de testigos ensayados, en elementos que presentaban reducción del área de confinamiento del concreto.

TESTIGOS	CARGA ÚLTIMA	
TESTIGO 1	7760	kg
TESTIGO 2	8500	kg
TESTIGO 3	7000	kg
TESTIGO 4	7980	kg
TESTIGO 5	8350	kg
TESTIGO 6	6850	kg
PROMEDIO	7740kg	

Fuente: El Autor.

Se concluyó que la carga promedio de rotura es de 7740 kg

Gráfico 6: Cargas última y promedio de testigos ensayados, en elementos que presentaban reducción del área de confinamiento del concreto.



Fuente: El Autor.



4.2.3 FUERZAS RESULTANTES EN UNIÓN VIGA-COLUMNA, QUE PRESENTABAN UNA VARIACIÓN EN LA REDUCCIÓN DEL ÁREA DE CONFINAMIENTO DEL CONCRETO

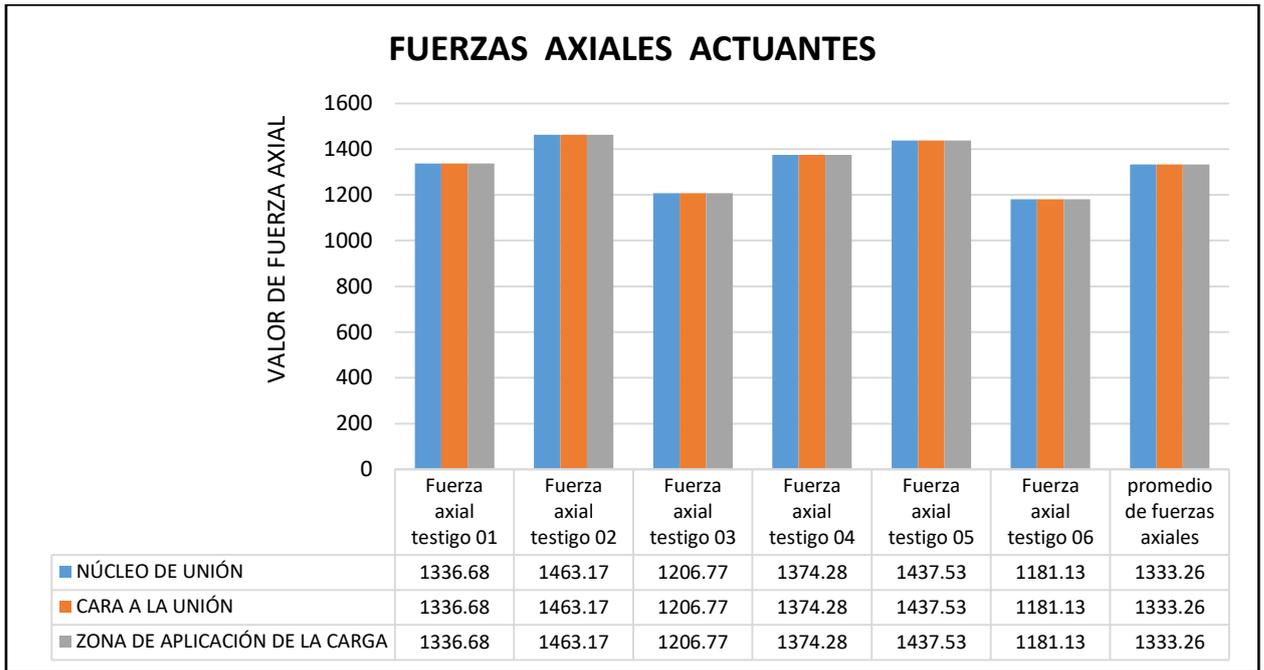
Con los datos de los ensayos correspondientes a las uniones viga-columna que presentaban una variación de la reducción del área de confinamiento del concreto, se hizo la deducción de las fuerzas resultantes correspondientes a fuerzas axiales, fuerza cortante y fuerza de momento flector, ante la acción de una carga última.

Cuadro 17: Fuerzas resultantes que se presentaban ante la acción de la carga última.

CARGA ULTIMA (KG)	FUERZA	NÚCLEO DE UNIÓN	CARA A LA UNIÓN	ZONA APLICADA LA CARGA
7760	AXIAL (kg)	1336.68	1336.68	1336.68
	CORTANTE (kg)	5664.19	5654.68	2114.84
	MOMENTO + (kg-cm)		1843.97	85254.69
	MOMENTO - (kg-cm)	-84394.22		
8500	AXIAL (kg)	1463.17	1463.17	1463.17
	CORTANTE (kg)	6201.06	6191.54	2317.97
	MOMENTO + (kg-cm)		2033.36	93362.84
	MOMENTO - (kg-cm)	-92392.03		
7000	AXIAL (kg)	1206.77	1206.77	1206.77
	CORTANTE (kg)	5112.81	5103.33	1906.22
	MOMENTO + (kg-cm)		1649.47	76927.39
	MOMENTO - (kg-cm)	-76180.25		
7980	AXIAL (kg)	1374.28	1374.28	1374.28
	CORTANTE (kg)	5823.8	5814.28	2175.23
	MOMENTO + (kg-cm)		1900.28	87665.22
	MOMENTO - (kg-cm)	-86771.95		
8350	AXIAL (kg)	1437.53	1437.53	1437.53
	CORTANTE (kg)	6092.23	6082.72	2276.8
	MOMENTO + (kg-cm)		1994.97	91719.3
	MOMENTO - (kg-cm)	-90770.85		
6850	AXIAL (kg)	1181.13	1181.13	1181.13
	CORTANTE (kg)	5003.99	4994.48	1865.04
	MOMENTO + (kg-cm)		1611.08	75283.85
	MOMENTO - (kg-cm)	-74559.08		

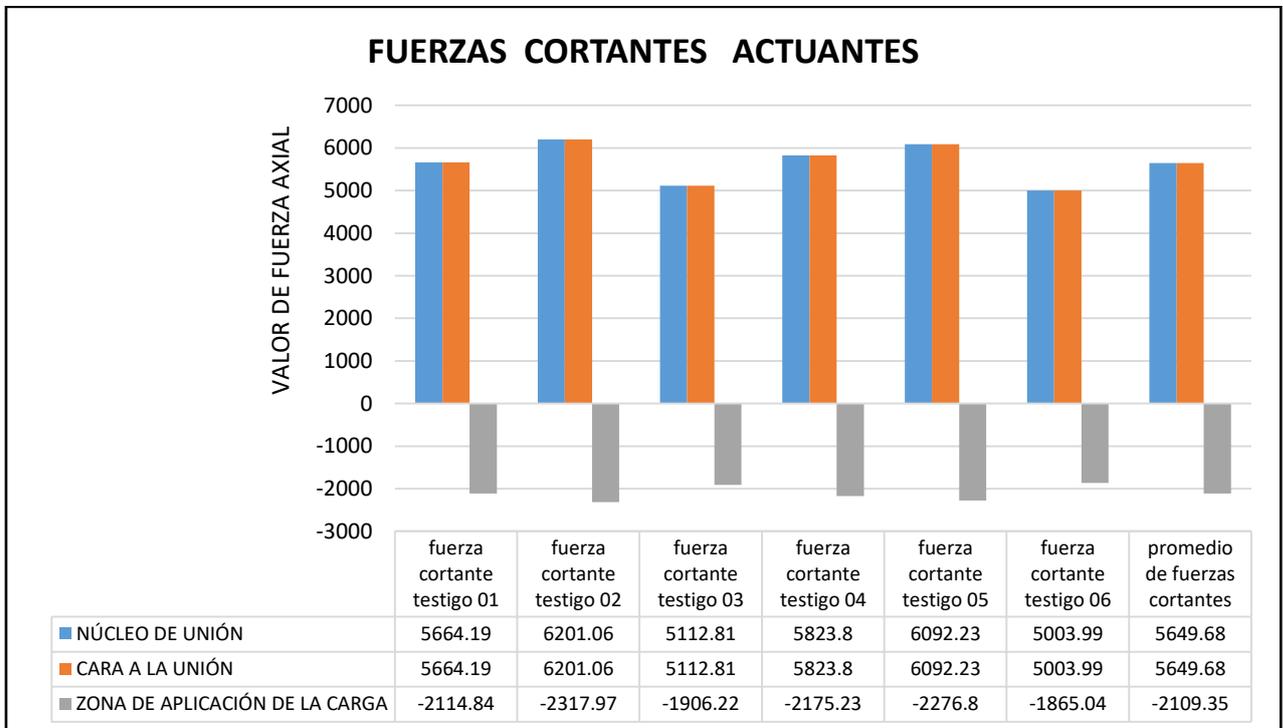
Fuente: El Autor.

Gráfico 7: Fuerzas axiales resultantes antes la acción de carga última



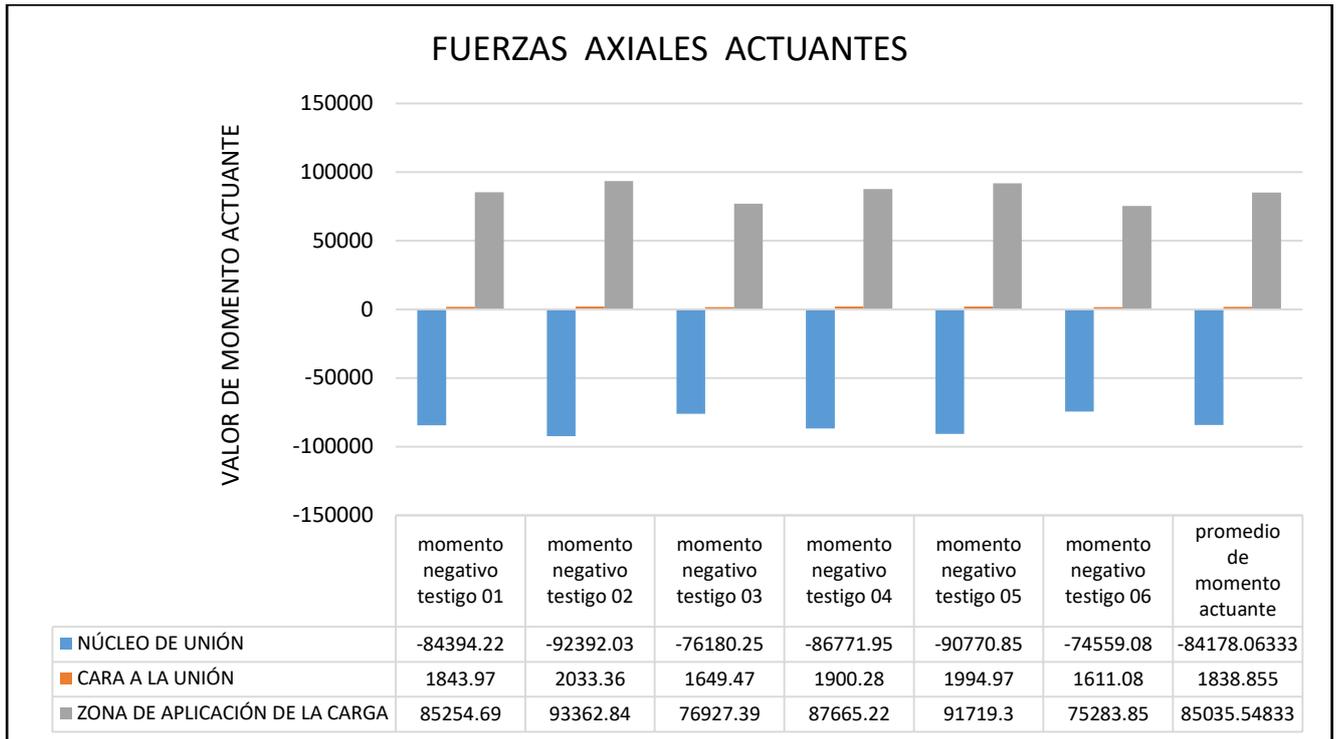
Fuente: El Autor.

Gráfico 8: Fuerzas cortante resultantes antes la acción de carga última.



Fuente: El Autor.

Gráfico 9: Fuerzas momentos resultantes antes la acción de carga última



Fuente: El Autor.

Con los datos del cuadro 17, se toma el promedio con el motivo de sintetizar los resultados y poder compararlos con resultados posteriores.

Cuadro 18: Carga promedio de fuerzas resultante ante la acción de fuerza última.

PROMEDIO			
FUERZA	NÚCLEO DE UNIÓN	CARA A LA UNIÓN	ZONA APLICADA LA CARGA
AXIAL (kg)	1333.26	1333.26	1333.26
CORTANTE (kg)	5649.68	5640.17167	2109.35
MOMENTO + (kg-cm)		1838.855	85035.5483
MOMENTO - (kg-cm)	-84178.06333		

Fuente: El Autor.

En el cuadro 18 se pueden apreciar el promedio de las fuerzas resultantes correspondientes a las fuerzas axiales, fuerzas cortantes y fuerzas de momento flector, para testigos correspondientes a las uniones viga-columna que presentaban un área de confinamiento del concreto transversal de longitud constante.

4.2.4 UNIÓN VIGA-COLUMNA QUE PRESENTABAN LA SOLUCIÓN (REFUERZO DIAGONAL)

Se hizo los ensayos correspondientes a las uniones viga-columna que presentaban un refuerzo adicional de acero ante la presencia de una reducción del área de confinamiento del concreto para lo cual se obtuvieron los siguientes resultados de carga última.

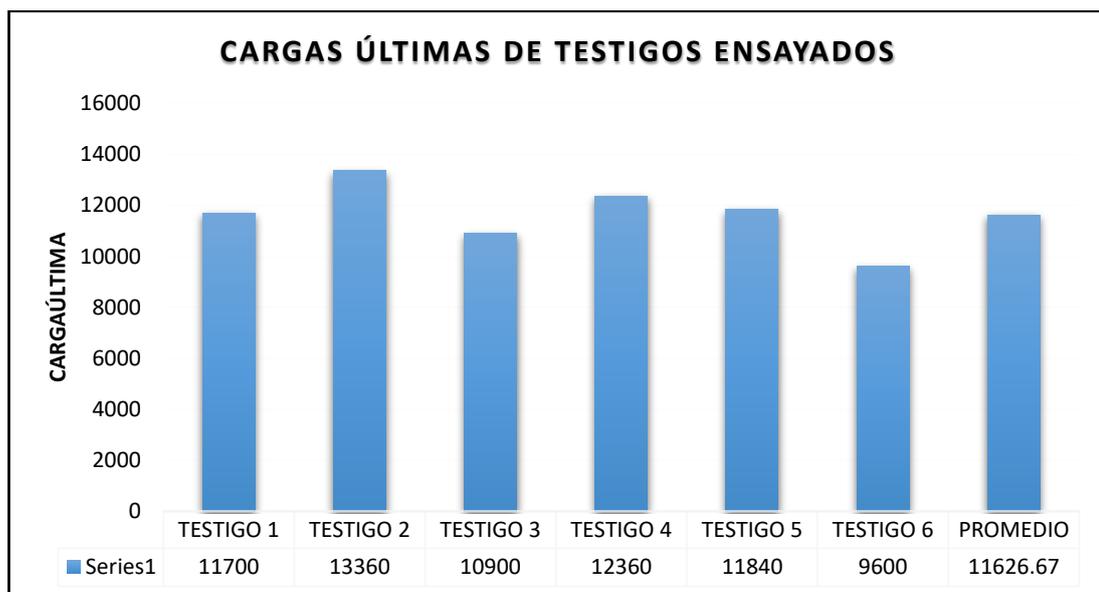
Cuadro 19: Cargas última y promedio de testigos ensayados, en elementos que presentan una solución mediante refuerzo diagonal.

TESTIGOS	CARGA ÚLTIMA	
TESTIGO 1	11700	kg
TESTIGO 2	13360	kg
TESTIGO 3	10900	kg
TESTIGO 4	12360	kg
TESTIGO 5	11840	kg
TESTIGO 6	9600	kg
PROMEDIO	11626.67 kg	

Fuente: El Autor.

Se concluyó que la carga promedio de rotura es de 11626.67 kg.

Gráfico 10: Cargas última y promedio de testigos ensayados, en elementos que presentaban una solución mediante refuerzo diagonal.



Fuente: El Autor.



4.2.5 FUERZAS RESULTANTES EN UNIÓN VIGA-COLUMNA, QUE PRESENTABAN UNA VARIACIÓN EN LA REDUCCIÓN DEL ÁREA DE CONFINAMIENTO DEL CONCRETO, CON ESTRIBO DIAGONAL DE REFUERZO

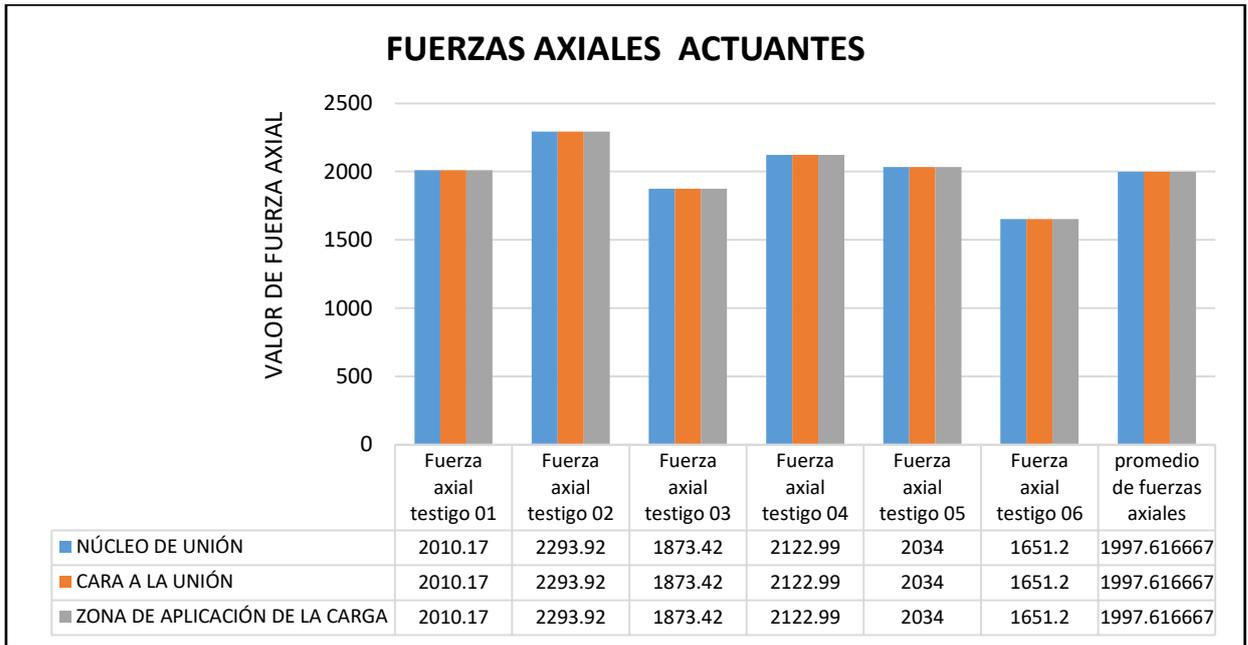
Con los datos de los ensayos correspondientes a las uniones viga-columna que presentaban una variación de la reducción del área de confinamiento del concreto, con refuerzo de estribo diagonal. Se hizo la deducción de las fuerzas resultantes correspondientes a fuerzas axiales, fuerza cortante y fuerza de momento flector, ante la acción de una carga última.

Cuadro 20: Fuerzas resultantes que se presentaban ante la acción de la carga última

CARGA ULTIMA (KG)	FUERZA	NÚCLEO DE UNIÓN	CARA A LA UNIÓN	ZONA APLICADA LA CARGA
11700	AXIAL (kg)	2010.17	2010.17	2010.17
	CORTANTE (kg)	8522.64	8513.12	3196.39
	MOMENTO + (kg-cm)		2852.34	128425.14
	MOMENTO - (kg-cm)	- 126977.16		
13360	AXIAL (kg)	2293.92	2293.92	2293.92
	CORTANTE (kg)	9726.96	9717.44	3652.07
	MOMENTO + (kg-cm)		3277.19	146613.7
	MOMENTO - (kg-cm)	- 144918.19		
10900	AXIAL (kg)	1873.42	1873.42	1873.42
	CORTANTE (kg)	7942.24	7932.73	2976.79
	MOMENTO + (kg-cm)		2647.6	119659.56
	MOMENTO - (kg-cm)	- 118330.88		
12360	AXIAL (kg)	2122.99	2122.99	2122.99
	CORTANTE (kg)	9001.46	8991.95	3377.57
	MOMENTO + (kg-cm)		3021.26	135656.74
	MOMENTO - (kg-cm)	- 134110.34		
11840	AXIAL (kg)	2034	2034	2034
	CORTANTE (kg)	8624.21	8614.69	3234.82
	MOMENTO + (kg-cm)		2888.17	129959.11
	MOMENTO - (kg-cm)	- 128490.26		
9600	AXIAL (kg)	1651.2	1651.2	1651.2
	CORTANTE (kg)	6999.1	6989.58	2619.93
	MOMENTO + (kg-cm)		2314.89	105415.51
	MOMENTO - (kg-cm)	-104280.67		

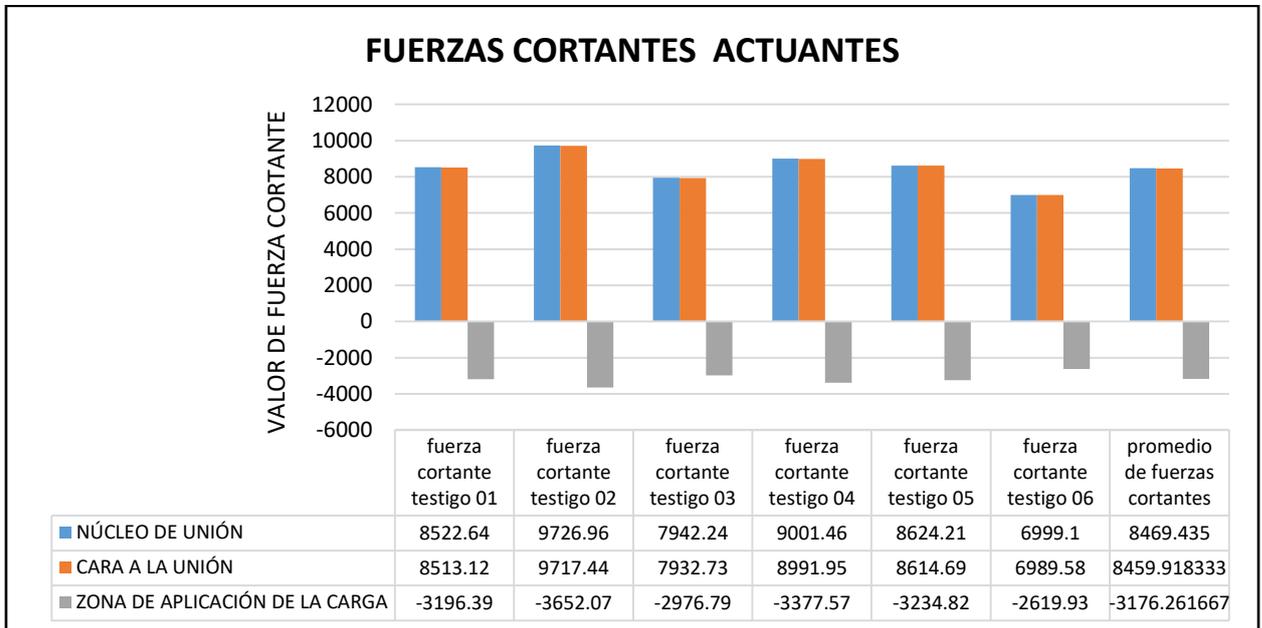
Fuente: El Autor.

Gráfico 11: Fuerzas axiales resultantes antes la acción de carga última



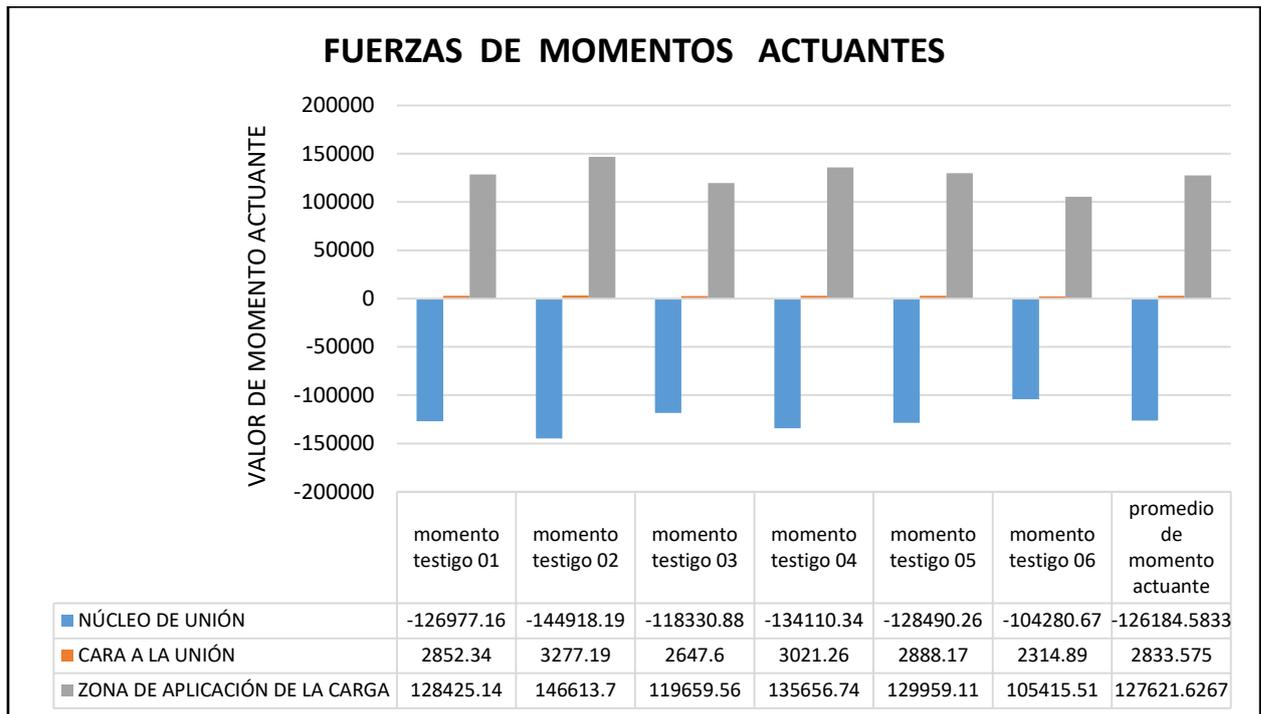
Fuente: El Autor.

Gráfico 12: Fuerzas cortantes resultantes ante la acción de carga última



Fuente: El Autor.

Gráfico 13: Fuerzas cortantes resultantes ante la acción de carga última.



Fuente: El Autor.

Con los datos del cuadro 20, se tomó el promedio con el fin de sintetizar los resultados y poder compararlos con resultados posteriores.

Cuadro 21: Carga promedio de fuerzas resultante ante la acción de fuerza última.

PROMEDIO			
FUERZA	NÚCLEO DE UNIÓN	CARA A LA UNIÓN	ZONA APLICADA LA CARGA
AXIAL (kg)	1997.616667	1997.61667	1997.61667
CORTANTE (kg)	8469.435	8459.91833	3176.26167
MOMENTO + (kg-cm)		2833.575	127621.627
MOMENTO - (kg-cm)	-126184.5833		

Fuente: El Autor.

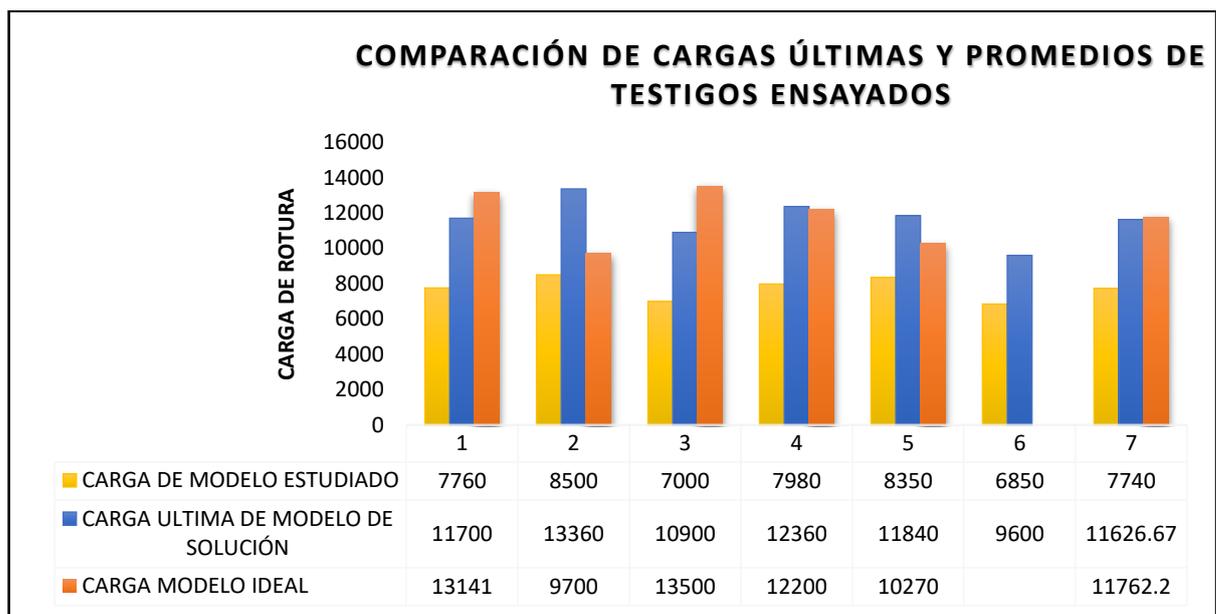
En el cuadro 21 se puede apreciar el promedio de las fuerzas resultantes correspondientes a las fuerzas axiales, fuerzas cortantes y fuerzas de momento flector, para testigos correspondientes a las uniones viga-columna que presentaban un área de confinamiento del concreto transversal de longitud constante. Reforzados adicionalmente con estribos diagonales en la unión viga-columna.

4.3 DISCUSIÓN DE ENSAYO DE TESTIGOS ESTANDARIZADOS

4.3.1 DISCUSIÓN DE RESULTADOS SOBRE RESISTENCIA A CARGA ÚLTIMA

De los ensayos realizados, se tomó como base para la comparación de la variación de cargas, con respecto al modelo idea de unión viga-columna. En la cual se obtuvieron los siguientes datos:

Gráfico 14: Comparación de cargas últimas y promedios de testigos ensayados.



Fuente: El Autor.

Cuadro 22: Cargas promedio de testigos ensayados.

CASOS ESTUDIADOS	CARGA PROMEDIO	VARIACIÓN
Caso ideal de unión viga-columna	11762.2	Carga referente
Caso de estudio unión viga-columna (presenta reducción de su área de confinamiento)	7740	34%
Caso de solución unión viga-columna (estribo diagonal en unión viga-columna)	11626.67	1%

Fuente: El Autor.

Se observa la variación en soporte de cargas promedio entre una unión que presentaba reducción de su área de confinamiento con respecto a una unión que no presentaba reducción en su área de confinamiento es 34%. Mientras que,

en el caso de solución propuesto, en dónde se planteó el refuerzo diagonal en la unión, se logró satisfactoriamente compensar la variación antes descrita, ya que como vemos en el cuadro adjunto sólo tiene una variación del 1% ante el caso ideal en dónde no presentaba variación del área de confinamiento del concreto.

4.3.2 DISCUSIÓN DE RESULTADOS SOBRE FUERZAS RESULTANTES POR ACCIÓN DE CARGA ÚLTIMA

4.3.2.1 DISCUSIÓN DE RESULTADOS DE FUERZA AXIAL

Cuadro 23: Fuerzas axiales promedio de testigos ensayados

PROMEDIO							
FUERZA	NÚCLEO DE UNIÓN		CARA A LA UNIÓN		ZONA APLICADA LA CARGA		CASOS ESTUDIADOS
		Variación		Variación		Variación	
AXIAL (kg)	1957.978	Fuerza referente	1957.978	Fuerza referente	1957.978	Fuerza referente	Caso ideal unión viga-columna
AXIAL (kg)	1333.26	-32%	1333.26	-32%	1333.26	-32%	Caso de estudio unión viga – columna (presenta reducción de su área de confinamiento)
AXIAL (kg)	1997.61667	2%	1997.61667	2%	1997.61667	2%	Caso de solución unión viga – columna (estribo diagonal en unión viga columna)

Fuente: El Autor.

Se observa la variación de cargas axiales promedio entre una unión que presentaba reducción de su área de confinamiento del concreto con respecto a una unión que no presentaba reducción en su área de confinamiento es 32%. Mientras que, en el caso de solución propuesto, en dónde se planteó refuerzo de estribos diagonales en la unión viga-columna, se logró satisfactoriamente compensar la variación antes descrita, ya que como vemos en el cuadro adjunto sólo tiene una variación del 2% para todas las fuerzas axiales actuantes, con respecto al caso ideal en dónde no presentó variación del área de confinamiento del concreto.



4.3.2.2 DISCUSIÓN DE RESULTADOS DE FUERZA CORTANTE.

Cuadro 24: Fuerzas cortantes promedio de testigos ensayados

PROMEDIO							
FUERZA	NÚCLEO DE UNIÓN		CARA A LA UNIÓN		ZONA APLICADA LA CARGA		CASOS ESTUDIADOS
		Variación		Variación		Variación	
CORTANTE (kg)	8657.154	Fuerza referente	8642.734	Fuerza referente	3133.884	Fuerza referente	Caso ideal unión viga-columna
CORTANTE (kg)	5012.53667	-42%	5004.613333	-42%	1995.365	-36%	Caso de estudio unión viga-columna (presenta reducción de su área de confinamiento)
CORTANTE (kg)	7578.11833	-12%	7570.188333	-12%	3014.80667	-4%	Caso de solución unión viga columna(estribo diagonal en unión viga columna)

Fuente: El Autor.

Se observa la variación de fuerza axial promedio entre una unión que presentaba reducción de su área de confinamiento del concreto con respecto a una unión que no presentaba reducción en su área de confinamiento es 42% para el momento resistente en núcleo de la unión, 42% para momento resistente en la cara de la unión viga-columna y de 36% para la zona en donde se aplica la carga.

Mientras que el caso de solución propuesto en donde se planteó el refuerzo de estribos diagonales en la unión viga-columna, se logró satisfactoriamente compensar la variación antes descrita, ya que como vemos en el cuadro adjunto sólo tiene una variación del 12% para el momento resistente en el núcleo de la unión, 12% para el momento resistente en la cara de la unión viga-columna y de 4% para la zona en donde se aplica la carga.

4.3.2.3 DISCUSIÓN DE RESULTADOS DE MOMENTO RESISTENTE

Cuadro 25: Fuerzas cortantes promedio de testigos ensayados

FUERZA	PROMEDIO						CASOS ESTUDIADOS
	NÚCLEO DE UNIÓN		CARA A LA UNIÓN		ZONA APLICADA LA CARGA	Variación	
		Variación		Variación		Variación	
MOMENTO (kg-cm)	-126728.63	Fuerza referente	2911.398	Fuerza referente	132553.026	Fuerza referente	Caso ideal unión viga-columna
MOMENTO (kg-cm)	-84178.0633	-34%	1838.855	-37%	85035.5483	-36%	Caso de estudio unión viga – columna (presenta reducción de su área de confinamiento)
MOMENTO (kg-cm)	-126184.583	-0.4%	2833.575	-3%	127621.627	-4%	Caso de solución unión viga columna(estribo diagonal en unión viga columna)

Fuente: El Autor.

Se observa que la variación del momento resistente promedio entre una unión que presentaba reducción de su área de confinamiento del concreto con respecto a una unión que no presentaba reducción en su área de confinamiento es 34% para momento resistente en el núcleo de la unión, 37% para el momento resistente en la cara de la unión viga-columna y de y 36% para la zona en donde se aplicó la carga.

Mientras que el caso de solución propuesto en donde se planteó el refuerzo de estribos diagonales en la unión viga-columna, se logró cabalmente compensar la variación antes descrita, ya que como se aprecia en el cuadro adjunto, sólo tiene una variación del 0.4% para el momento resistente en el núcleo de la unión, 3% para el momento resistente en la cara de la unión viga-columna y de 4% para la zona en donde se aplicó la carga.



CAPÍTULO V

CONCLUSIONES Y

RECOMENDACIONES



5.1 CONCLUSIONES:

- Se evaluó el comportamiento de la reducción del área de confinamiento en una unión rectangular viga-columna, hecha de concreto, no prevista en el diseño estructural a través de ensayos de flexión, demostrándose que disminuye la resistencia en un 34% en la carga última, un 32% en la fuerza axial, un 42% en la fuerza cortante y un 34% al momento resistente; con lo cual supera el rango del 10%.
- Se logró realizar diversos ensayos en uniones de concreto viga-columna, los cuales no sufrieron variación del área de confinamiento, concluyendo que la resistencia promedio a carga última es de 11762.2kg, a fuerza axial es de 1957.978kg, a fuerza cortante 8657.154kg y a momento resistente 126728.63kg-cm.
- Se realizó ensayos en uniones de concreto viga-columna, los cuales contaron con una reducción del área de confinamiento, concluyendo que la resistencia promedio de la carga última es de 7740 kg, de la fuerza axial es de 1333.26kg, de la fuerza cortante es de 5012.536kg y del momento resistente es de 84178.06kg-cm.
- Se aplicó un modelo existente para dar solución al problema estudiado en uniones viga-columna con resultados experimentales a flexión, concluyendo que la resistencia promedio de la carga última es de 11626.67kg, de la fuerza axial es de 1997.61kg, de la fuerza cortante es de 7578.11kg y del momento resistente es de 126184.58kg-cm, demostrándose que compensan la resistencia en un 99% para la carga última, un 98% en la fuerza axial, un 88% en la fuerza cortante y un 99.6% para el momento resistente; con lo cual se puede afirmar que el modelo aplicado da solución satisfactoria al problema estudiado y planteado.



5.2 RECOMENDACIONES:

- Controlar que se presenten esfuerzos ajenos a la carga aplicada, en momentos precisos en que se probaría los testigos hechos.
- Aumentar la capacidad de la aplicación de carga del equipo de laboratorio de la Universidad Nacional de Cajamarca.
- Evaluar los ensayos antes descritos para varias resistencias de concreto estructural, ya que sólo se ha evaluado a una resistencia promedio ($f'c$) de 210kg/cm.
- Evaluar las uniones viga-columna, no sólo para la reducción, sino para también los ensanches, así como también como para la variabilidad en asentamientos, es decir haciendo variable los niveles de los nudos.
- Evaluar la reducción en estructuras sometidas a grandes cargas axiales, como lo son las ménsulas. Así mismo, proponer nuevos tipos de refuerzos para mejor el desempeño de las mismas.
- Hacer la evaluación para las vigas de cambio de sección, o en dónde se presenten los esfuerzos cortantes relativamente altos. Caso por ejemplo en uniones de viga-viga.



CAPÍTULO VI

FUENTES

BIBLIOGRÁFICAS



6.1 BIBLIOGRAFÍA

- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. (2002). *ACI 352RS-02*. FARMINGTON HILLS, U.S.A.: AMERICAN CONCRETE INSTITUTE.
- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. (2014). *ACI-318 SUS*. FARMINGTON HILLS, MI 48331: AMERICAN CONCRETE INSTITUTE.
- BERNAL, J. (2005). *HORMIGON ARMADO: VIGAS*. BUENOS AIRES: NOBUKO.
- CALAVERA, J. (1999). *PROYECTO Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO TOMO II*. ESPAÑA-MADRID: INFOPRINT ,S.A.
- CALAVERA, J. (1999). *PROYECTO Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS DE HORMIGÓN TOMO I*. ESPAÑA - MADRID: INFOPRINT, S.A.
- CUEVAS, G. (2008). *ANÁLISIS ESTRUCTURAL*. MÉXICO : LIMUSA.
- CUEVAS, Ó. M. (2005). *ASPECTOS FUNDAMENTALES DE CONCRETO ARMADO*. MÉXICO: LIMUSA.
- EI-MIHILMY, M. A. (2008). *DESIGN OF REINFORCED CONCRETE ESTRUCTURES*. CAIRO: CAIRO UNIVERSITY .
- FALCONÍ, R. A. (MAYO DE 2004). *ANÁLISIS MATRICIAL DE ESTRUCTURAS*. QUITO - ECUADOR: ESCUELA POLITÉCNICA DEL EJÉRCITO DEL ECUADOR.
- FERNÁNDEZ-VILLEGAS, Ó. M.-F. (2005). *ASPECTOS FUNDAMENTALES DEL CONCRETO REFORZADO*. AZCAPOTZALCO: LIMUSA.
- HARMSSEN, T. E. (2005). *DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO ARMADO (CUARTA EDICIÓN ED.)*. LIMA, PERÚ: PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ.
- HIBBELER, R. (2012). *ANÁLISIS ESTRUCTURAL*. MÉXICO: PEARSON EDUCACIÓN.
- INSTITUTE, A. C. (2011). *REQUISITOS DE REGLAMENTO PARA CONCRETO ESTRUCTURAL (ACI 318S-11)*. FARMINGTON HILLS,MI 48331 U.S.A: AMERICAN CONCRETE INSTITUTE.
- JORGE, B. (2005). *HORMIGON ARMADO: COLUMNAS*. BUENOS AIRES: NOBUKO.
- PAULAY R _PARK T. (1988). *ESTRUCTURAS DE CONCRETO REFORZADO*. CHISTCHURCH, NUEVA ZELANDIA: LIMUSA.
- REGLAMENTO NACIONAL DE EDIFICACIONES DEL PERÚ. (2009). *NORMA E060*. LIMA-PERÚ: ICG - INSTITUTO DE LA CONSTRUCCIÓN Y GERENCIA.
- REGLAMENTO NACIONAL DE EDIFICACIONES DEL PERÚ. (2009). *NORMA E 020*. LIMA-PERÚ: ICG - INSTITUTO DE LA CONSTRUCCIÓN Y GERENCIA.
- REGLAMENTO NACIONAL DE EDIFICACIONES DEL PERÚ. (2016). *NORMA E 030*. LIMA-PERÚ: ICG - INSTITUTO DE LA CONSTRUCCIÓN Y GERENCIA.



- REYES, G. (1998). *L. DINÁMICA ESTRUCTURAL APLICADA AL DISEÑO SÍSMICO*. BOGOTÁ-COLOMBIA: UNIVERSIDAD DE LOS ANDES.
- S., S. I. (2007). *ÁLGEBRA LINEAL*. MÉXICO, D.F: MCGRAW-HILL/INTERAMERICANA EDITORES.
- S.TARANATH, B. (2010). *REINFORCED CONCRETE DESIGN OF TALL BUILDINGS*. NEW YORK: TAYLOR & FRANCIS GROUP.
- VALLECILLA, R. (2006). *MANUAL DE PUENTES EN CONCRETO REFORZADO*. BOGOTÁ: BAUEN: NET EDUCATIVA.
- WANG, C. (1980). *C. INTRODUCCIÓN AL ANÁLISIS ESTRUCTURAL CON MÉTODOS MATRICIALES*. MÉXICO: CONTINENTAL.
- WIGHT, J. K. (2012). *REINFORCED CONCRETE: MECANICS AND DESIGN*. NEW JERSEY: PEARSON EDUCATION.
- VÍCTOR ROBERTO NARRO DE LOS RÍOS (2006). TESIS: ESTUDIO DE VULNERABILIDAD SÍSMICA EN LA CIUDAD DE CAJAMARCA.
- JAIME ROJAS AREAS (1980). *UNA NECESIDAD TECNOLÓGICA PARA LA INDUSTRIA DE LA CONSTRUCCIÓN*. BOGOTÁ: BAUEN: NET EDUCATIVA.



CAPÍTULO VII

ANEXOS

7.1 PREDIMENSIONAMIENTO DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES

7.1.1 PREDIMENSIONAMIENTO DE VIGAS

Para el predimensionamiento de las vigas, se tuvo en cuenta la norma E-030 y la norma E-060 las cuales corresponden al diseño resistente y concreto armado respectivamente, las cuales tienen las siguientes fórmulas:

- Según la norma E-030 Para el pre dimensionamiento, se utiliza la siguiente fórmula:

$$h = \frac{ln}{\frac{4}{\sqrt{Wu}}}$$

- Según la norma E-060 Para el pre dimensionamiento, se utiliza la siguiente fórmula:

Cuadro 26: Peralte mínimo de vigas

PERALTES O ESPESORES MÍNIMOS DE VIGAS NO PREESFORZADAS O LOSAS REFORZADAS EN UNA DIRECCIÓN A MENOS QUE SE CALCULEN LAS DEFLEXIONES

	Espesor o peralte mínimo, h			
	Simplemente apoyados	Con un extremo continuo	Ambos extremos continuos	En voladizo
Elementos	Elementos que no soporten o estén ligados a divisiones u otro tipo de elementos no estructurales susceptibles de dañarse debido a deflexiones grandes.			
Losas macizas en una dirección	$\frac{\ell}{20}$	$\frac{\ell}{24}$	$\frac{\ell}{28}$	$\frac{\ell}{10}$
Vigas o losas nervadas en una dirección	$\frac{\ell}{16}$	$\frac{\ell}{18,5}$	$\frac{\ell}{21}$	$\frac{\ell}{8}$

Fuente: Reglamento Nacional de Edificaciones del Perú. (2009). Norma E060-Capítulo 9- Sección 9.6.2.1 Lima-Perú: ICG - Instituto de la Construcción y Gerencia.

7.1.2 PREDIMENSIONANDO POR LA NORMA E-030

- **HALLAMOS LAS CARGAS (WU)**

Peso propio de viga = 100 kg/m² (norma E060)

Wd = 100 kg/m²

*Nota: asumiendo para un área tributaria de ancho de 0.20 perpendicular al eje de la viga y 0.20m paralelo al eje de la viga

Área tributaria 0.04m²

Carga viva por m² = 500 kg/ (0.040m²) = 500kg/m²=12500kg/m²



Luego:

$$Wu = 1.4Wd + 1.7Wl$$

$$Wu = 1.4 * \frac{0.01kg}{cm^2} + 1.7 * \frac{1.25kg}{cm^2} = \frac{2.139kg}{cm^2}$$

$$\text{Luego} \quad : \frac{4}{\sqrt{Wu}} = \frac{4}{\sqrt{2.139}} = 2.73498$$

- **PREDIMENSIONAMIENTO DE PERALTE DE LA VIGA**

Para predimensionar el peralte de las vigas, se toman dos longitudes más críticas, que son las siguientes:

L1 = 1m y L2 = 1m, en donde “L1” y “L2” pertenece a la longitud de diseño típica tanto para las columnas de esquina, como para las columnas centrales.

Peralte para “L1” y “L2”

$$h1 \text{ y } h2 = \frac{1m}{2.73498}$$

$$h1 \text{ y } h2 = 0.36563m$$

$$h1 = 0.40m = 40cm \text{ (Por razones de constructibilidad)}$$

- **PREDIMENSIONAMIENTO DE BASE DE VIGA**

Se considera como ancho o base de viga a $b = \frac{B}{20}$, donde “B” es el largo perpendicular al eje:

$$\text{Luego} \quad : b = \frac{.20}{20}$$

$$b = 0.01 \text{ metros}$$

- **REALIZANDO LA CORRECCIÓN POR RIGIDEZ**

Para un ancho o base de viga (b) = 0.20m

Entonces por equivalencia de rigidez se tiene la siguiente

fórmula:

$$\frac{b * h^3}{12} = \frac{b_0 * h_0^3}{12}$$

Donde :

$$b_0 = 0.01$$

$$b = 0.2$$

$$h_0 = 0.40$$

Aplicando la ecuación anterior se tiene:

$$0.20 * h^3 = 0.01 * 0.40^3$$



$$h = 0.14736m$$

$$h = 0.15\text{metros}$$

Por lo tanto, las secciones transversales de las vigas son:
0.20*0.20 m²

Se puede concluir lo siguiente:

$$\text{Área de la viga es: } b * h = 20\text{cm} * 20\text{cm}$$

7.1.3 PREDIMENSIONANDO POR LA NORMA E-060

Largo de viga: L = 1m

Se considera como una viga simplemente apoyada, entonces su peralte= L/20

Peralte de viga: 1m/20= 0.05m

Ancho de viga: * por criterio se considera la mitad del peralte:

Ancho de viga: 0.05/2

Ancho de viga: 0.025

Sección de la viga será: $b * h = 2.5\text{cm} * 5\text{cm}$; con lo cual se aprecia que este predimensionamiento es algo surreal y poco aplicable para la estandarización de testigos de laboratorio.

7.2 PREDIMENSIONAMIENTO DE COLUMNAS:

Para el predimensionamiento de columnas se tiene presente el siguiente cuadro adjunto:

Cuadro 27: valores de “n” y “P”, según el tipo de columna a diseñar

TIPO DE COLUMNA	K	N
Columna interior de primer piso.	1.10	0.30
Columna interior del último piso.	1.10	0.25
Columna externa de pórtico interior.	1.25	0.25
Columna de esquina.	1.50	0.20

Fuente: Concreto armado II, Roberto Morales Morales, fondo editorial IGC, lima 2006.

Con el cuadro adjunto y con la siguiente fórmula procedemos al predimensionamiento de las columnas.

$$b * h = \frac{K * P}{N * F'c}$$

En donde P= peso en Kg o Ton.



7.2.1 PREDIMENSIONAMIENTO DE COLUMNAS DE ESQUINAS

Peso propio de viga	:	100kg/m ² (norma E060)
<u>Peso de columna</u>	:	<u>60kg/m²</u> (norma E060)
Wd	=	160kg/m ² (norma E060)
<u>Carga viva concentrada</u>	=	<u>500 kg</u> (norma E020)
Wu	:	(160 kg/m ² + 500kg)
Wu	:	532.0kg
Área para la columna de esquina	:	0.2m ²
Peso Wd	:	0.2*160 = 32kg
Wu	:	(32kg+ 500kg) = 532kg

Luego: aplicando la fórmula para predimensionamiento de columnas tenemos:

7.2.1.1 SECCIÓN PARA COLUMNAS DE ESQUINAS:

$$b * h = \frac{K * P}{N * F'c}$$

Dónde: b	=	base de columna
h	=	ancho de columna
K	=	1.5
P	=	660kg
N	=	0.2

$$b * h = \frac{1.5 * 532 \text{kg}}{0.2 * \frac{210 \text{kg}}{\text{cm}^2}} = b * h = 19.00 \text{cm}^2$$

*Nota: el área requerida mínima según el reglamento Nacional de Edificaciones del Perú, es: $b * h = 600 \text{cm}^2$

Luego: b = 20cm, entonces:

$$20 \text{cm} * h = 600 \text{cm}^2$$

$$h = 30 \text{cm} = 0.30 \text{m}$$

*Nota: por cuestiones constructivas se adopta un $h = 30 \text{cm} = 0.30 \text{m}$

*Luego: el área de columna será: $b * h = 30 \text{cm} * 20 \text{cm}$

7.2.2 PREDIMENSIONAMIENTO DE COLUMNAS DE CENTRO

Peso propio de viga	:	100kg/m ²
<u>Peso de columna</u>	:	<u>60kg/m²</u>
Wd	=	160kg/m ²
<u>Carga viva concentrada</u>	=	<u>500 kg</u>



Wu	:	(160 kg/m ² + 500kg)
Wu	:	532.0kg
Área para la columna de esquina	:	0.2m ²
Peso Wd	:	0.2*160 = 32kg
Wu	:	(32kg+ 500kg) = 532kg

Luego: aplicando la fórmula para predimensionamiento de columnas se tiene:

7.2.2.1 SECCIÓN PARA COLUMNA DE CENTRO:

$$b * h = \frac{K * P}{N * F'c}$$

Dónde: b	= base de columna
h	= ancho de columna
K	= 1.10
P	= 10760kg
N	= 0.30

$$b * h = \frac{1.10 * 532 \text{kg}}{0.30 * \frac{210 \text{kg}}{\text{cm}^2}} = b * h = 9.28889 \text{cm}^2$$

*Nota: el área requerida mínima de columna según el Reglamento Nacional de Edificaciones del Perú, es: $b * h = 600 \text{cm}^2$

Luego: b = 20cm, entonces:

$$20 \text{cm} * h = 600 \text{cm}^2$$

$$h = 30 \text{cm} = 0.30 \text{m}$$

*Nota: por cuestiones constructivas se adopta un $h = 30 \text{cm} = 0.30 \text{m}$

*Luego: el área de columna será: $b * h = 20 \text{cm} * 30 \text{cm}$

7.3 ESTANDARIZACIÓN DE DIMENSIONES:

7.3.1 ÁREA TRANSVERSAL DE COLUMNAS:

Para columnas de esquina y columna de centro, las dimensiones son:

$$b * h = 20 \text{cm} * 30 \text{cm}$$

7.3.2 ÁREA TRANSVERSAL DE VIGAS

Para las vigas, las dimensiones son:

$$b * h = 20 \text{cm} * 20 \text{cm}$$



7.4 ANÁLISIS ESTRUCTURAL DE TESTIGOS ESTANDARIZADOS

7.4.1 CARACTERÍSTICAS Y PROPIEDADES DE LOS TESTIGOS ESTANDARIZADOS

- Peso unitario del concreto : $2400 \frac{kg}{m^3} = 0.0024 \frac{kg}{cm^3}$
- $f'c$ del concreto a los 28 días : $210 \frac{kg}{cm^2}$
- Coeficiente de Poisson. : 0.2
- Módulo de elasticidad del concreto : $15000 * \sqrt{210} = 217370.6512 \frac{kg}{cm^2}$
- Propiedades geométricas de columna:
 - Área transversal : $h=30cm; b= 20 cm ; \text{área} = 600cm^2$
 - Momento de inercia : $4500 cm^4$
 - Altura entre ejes de columna : 100cm
- Propiedades geométricas de viga:
 - Área transversal : $h=20cm; b= 20 cm ; \text{área} = 400cm^2$
 - Momento de inercia : $13333.333 cm^4$
 - Largo entre ejes de viga : 100cm
- Carga puntual (carga viva) : 500 kg
- Apoyos en la base : empotramiento perfecto
- Combinación de carga : $1.4 Cm + 1.7Cv$

Con estos parámetros establecidos, se calcula manualmente los esfuerzos que nos interesan en los elementos estructurales, así como también en el programa SAP 2000, para cálculo de momentos y posteriormente las áreas de acero respectivas.

7.4.2 ENCONTRANDO ESFUERZOS EN EL MARCO ESTABLECIDO:

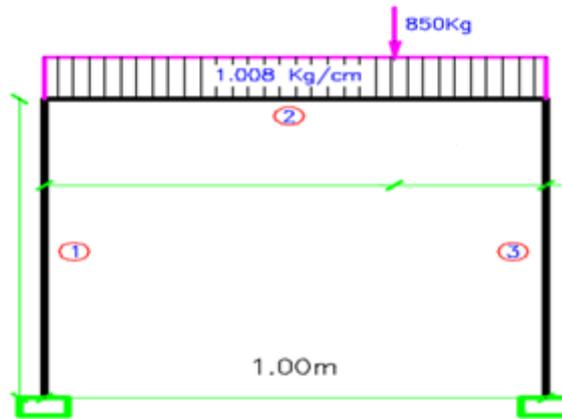
7.4.2.1 IDEALIZACIÓN DE LA ESTRUCTURA

$$Cm = 1.4 * Cm = 20cm * 30cm * 2400Kg/cm^3$$

$$Cm = 1.008Kg/cm$$

$$CV = 1.7 * CV = 1.7 * 500 = 850kg$$

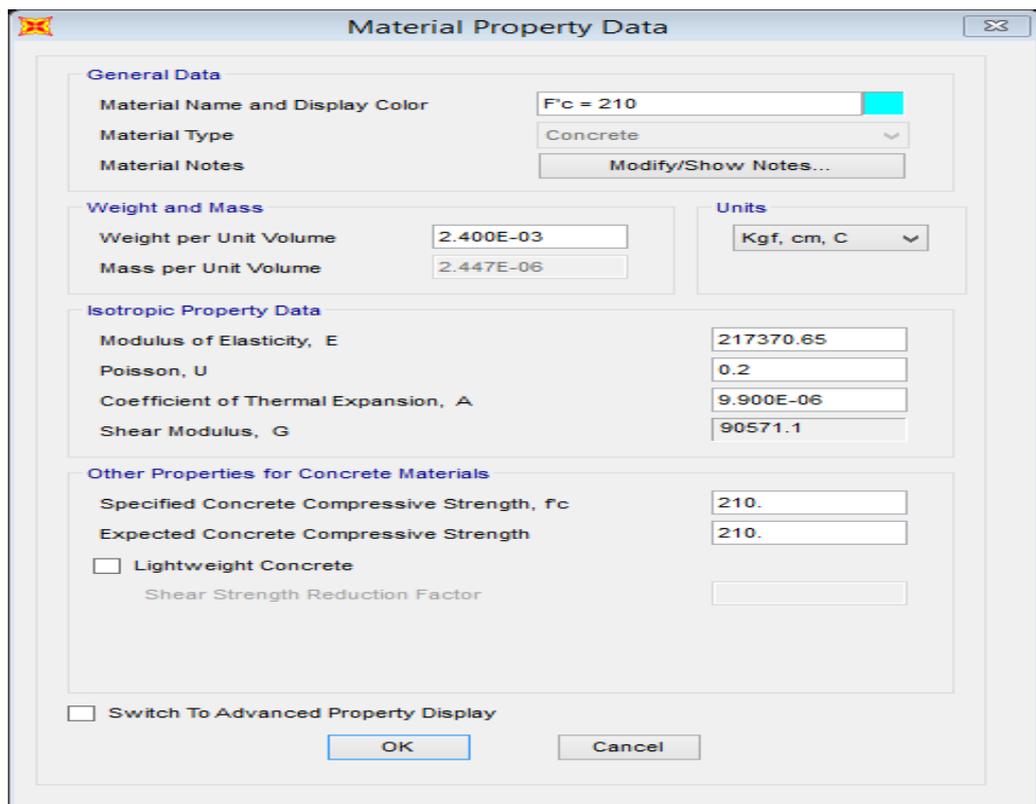
Figura 72: Marco sometido a cargas mayoradas.



Fuente: El Autor.

7.4.2.2 CONFIGURANDO MATERIALES EN SAP 2000

Figura 73: Configuración de materiales en el programa sap2000 v 18.2.0

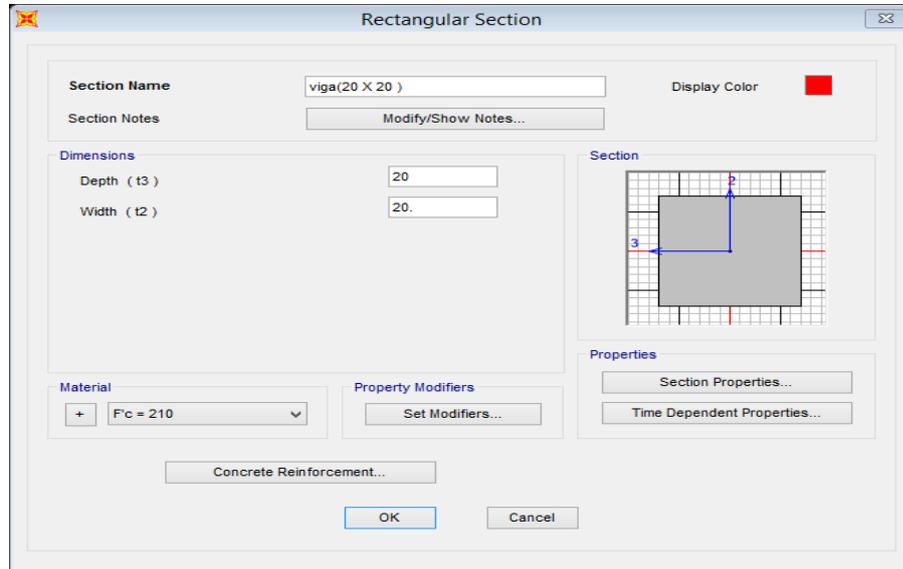


Fuente: El Autor.

7.4.2.3 CONFIGURANDO PROPIEDADES DE LAS SECCIONES

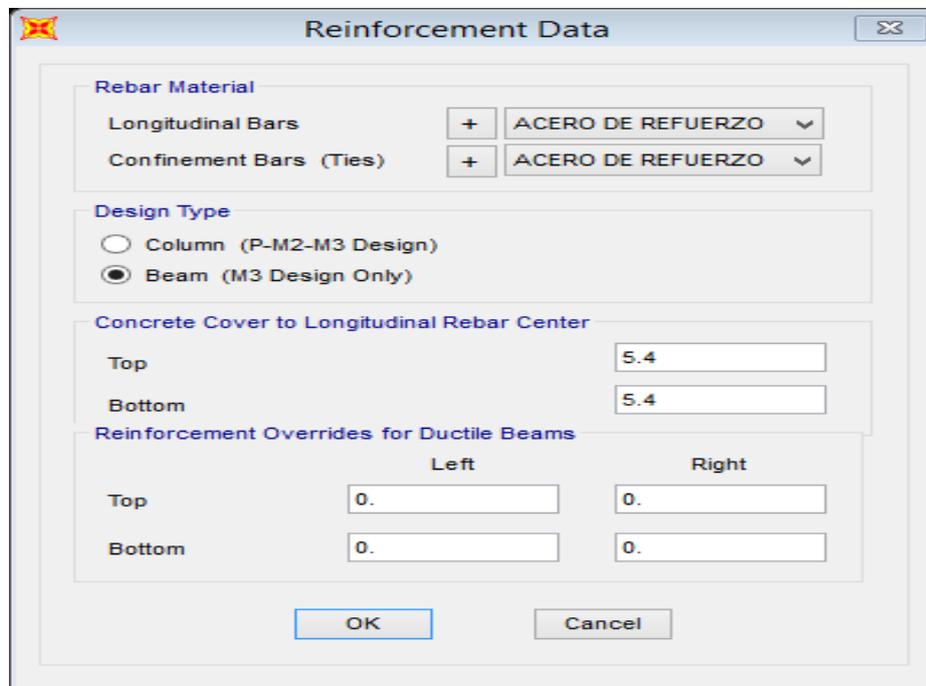
a. SECCIÓN VIGA

Figura 74: Configuración de geometría en el programa sap2000 v 18.2.0



Fuente: El Autor.

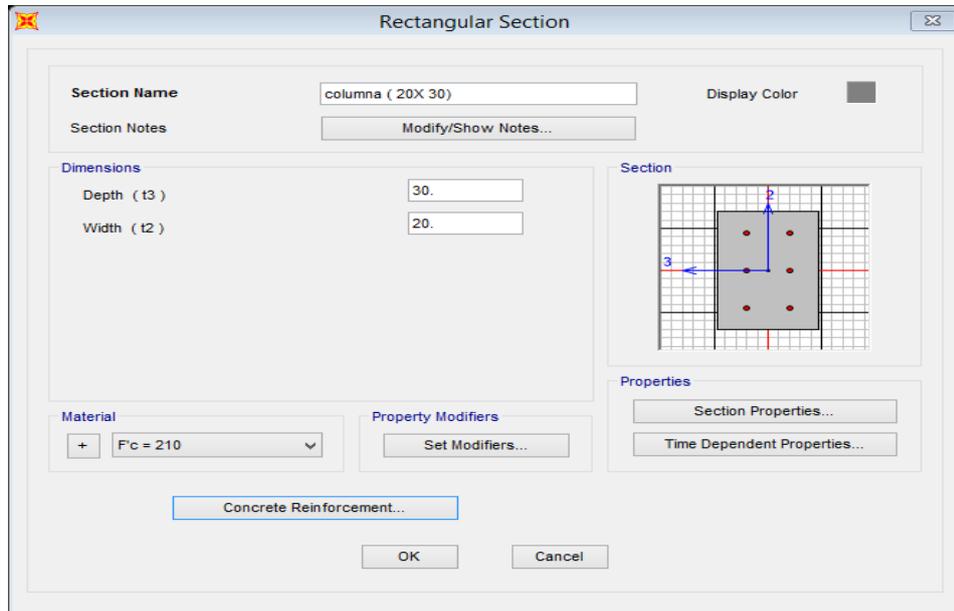
Figura 75: Configuración de peralte efectivo en el programa sap2000 v 18.2.0



Fuente: El Autor.

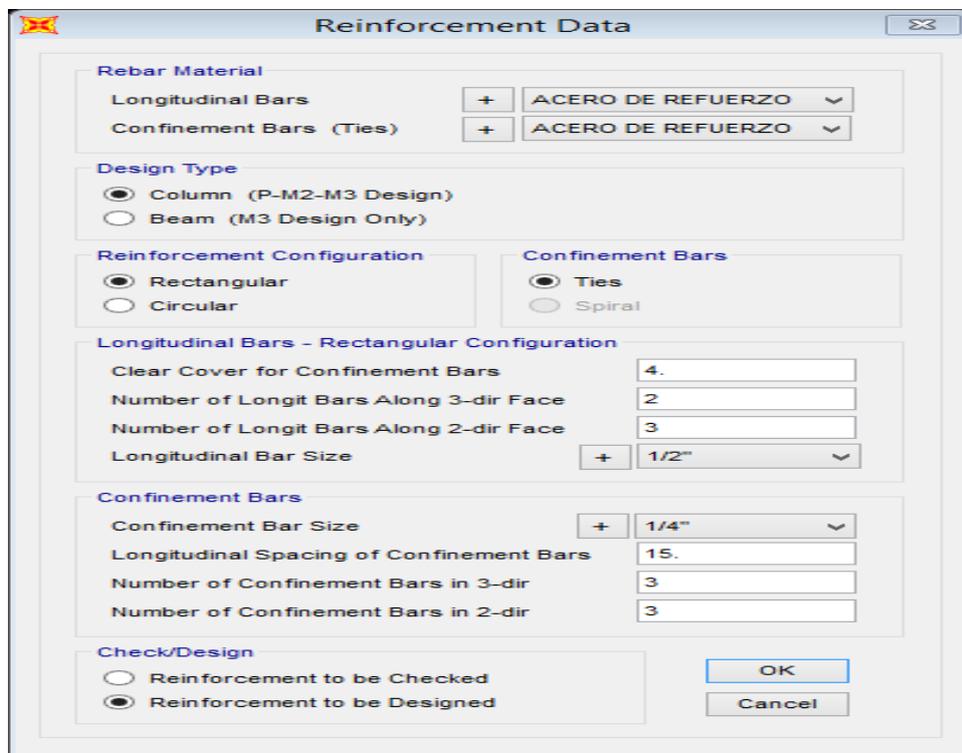
b. SECCIÓN COLUMNA

Figura 76: Configuración de geometría en el programa sap2000 v 18.2.0



Fuente: El Autor.

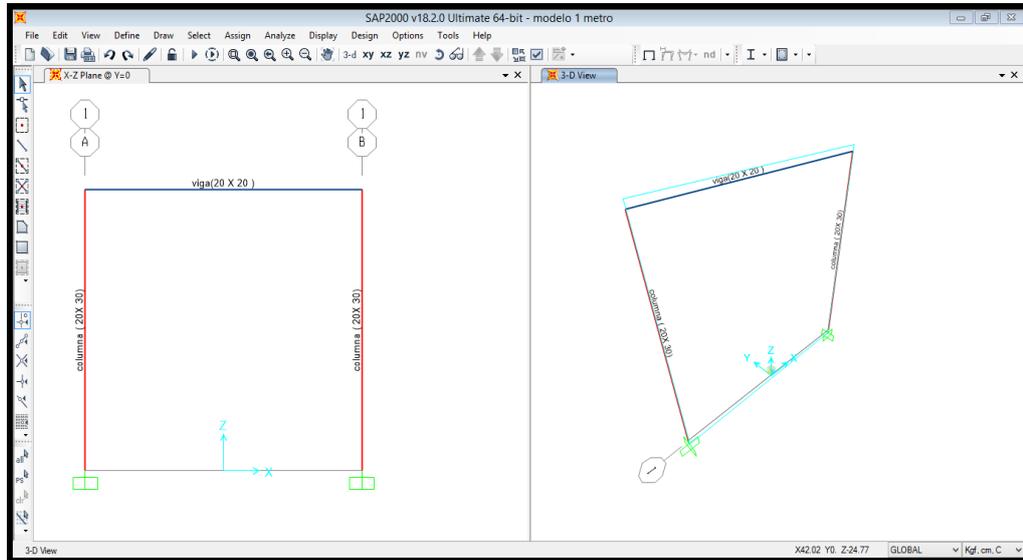
Figura 77: Configuración de recubrimiento en el programa sap2000 v 18.2.0



Fuente: El Autor.

7.4.2.4 DIBUJANDO ELEMENTOS ESTRUCTURALES

Figura 78: Modelado de testigos estandarizados en el programa sap2000 v 18.2.0

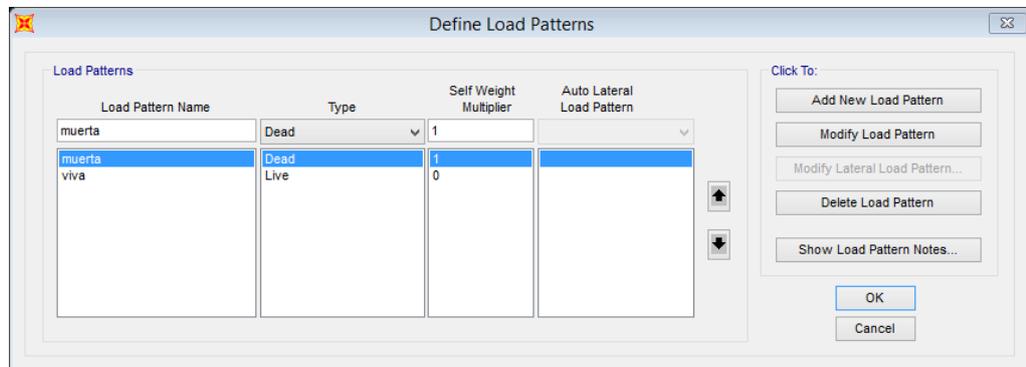


Fuente: El Autor.

7.4.2.5 CARGAS POR LAS CUALES SE VAN A ANALIZAR EL MARCO

a. DEFINIENDO PATRONES DE CARGA

Figura 79: Configuración de cargas en el programa sap2000 v 18.2.0



Fuente: El Autor.

- Nota: se ha definido como carga muerta al peso propio y cómo carga viva una carga puntual de 500Kg.

b. DEFINIENDO COMBINACIONES DE CARGA

Figura 80: Configuración de factores de cargas en el programa sap2000 v 18.2.0

Load Case Name	Load Case Type	Scale Factor
DEAD	Linear Static	1.4
viva	Linear Static	1.7

Fuente: El Autor.

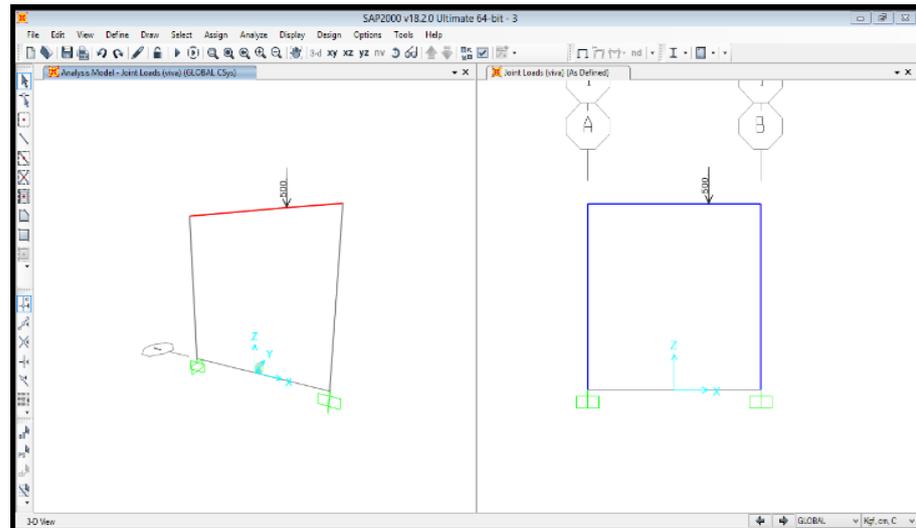
c. ASIGNANDO CARGAS

Figura 81: Asignación de fuerza en el programa sap2000 v 18.2.0

	1.	2.	3.	4.	
Absolute Distance	70	0	0	0	cm
Loads	500	0	0	0	kgf

Fuente: El Autor.

Figura 82: Carga puntual en testigo estandarizado en el programa sap2000 v 18.2.0

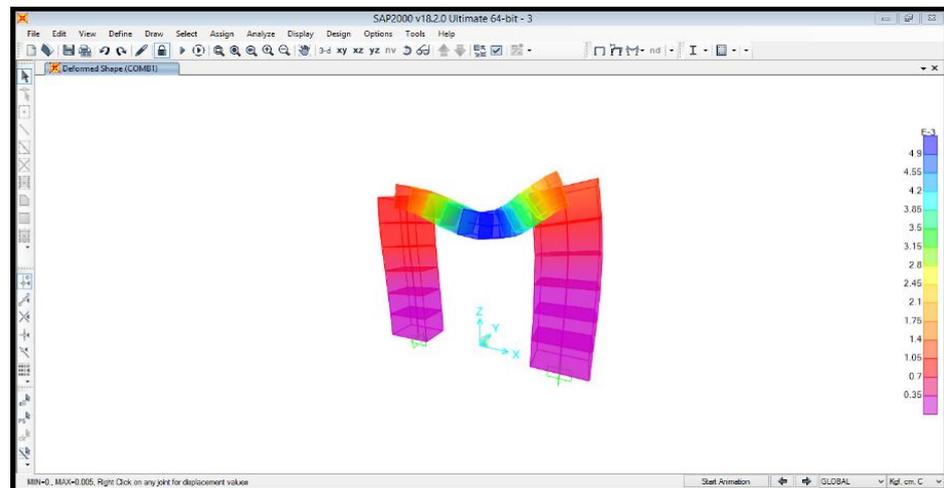


Fuente: el autor

7.4.2.6 FUERZAS ACTUANTES QUE SE PRESENTAN EN LOS TESTIGOS ESTANDARIZADOS

a. DISTRIBUCIÓN DE ESFUERZOS EN TESTIGOS ESTANDARIZADOS

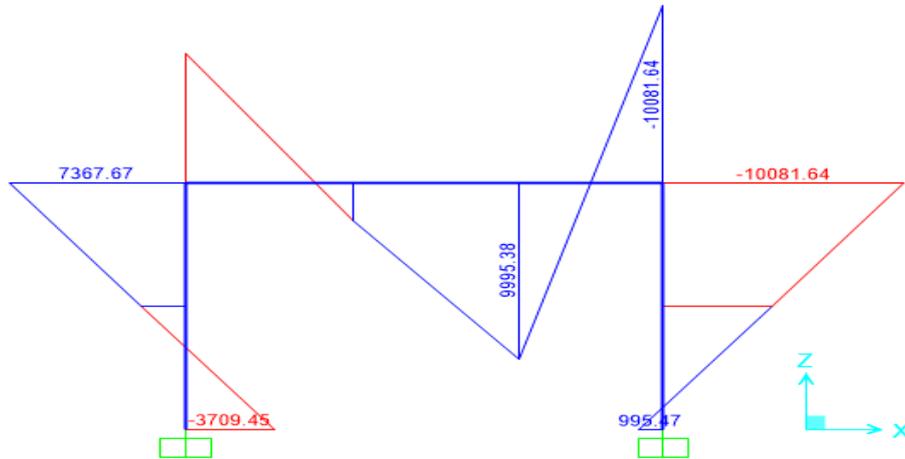
Figura 83: Distribución cromática de esfuerzos en testigo estandarizado en el programa sap2000 v 18.2.0



Fuente: El Autor.

b. DIAGRAMA DE MOMENTOS

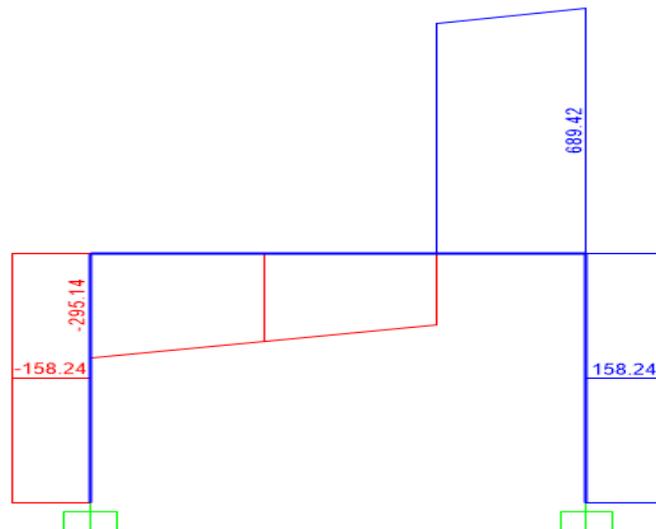
Figura 84: Diagramas de momentos en testigo estandarizado en el programa sap2000 v 18.2.0



Fuente: El Autor.

c. DIAGRAMA DE FUERZAS CORTANTES

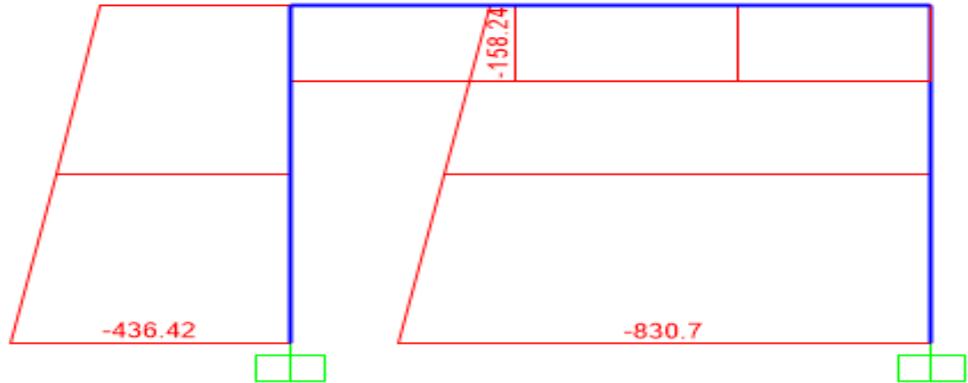
Figura 85: Diagramas de fuerzas cortantes en testigo estandarizado en el programa sap2000 v 18.2.0



Fuente: El Autor.

d. DIAGRAMA DE FUERZA AXIAL

Figura 86: Diagramas de fuerzas axiales en testigo estandarizado en el programa sap2000 v 18.2.0



Fuente: El Autor

e. RESUMEN DE FUERZAS APLICADAS.

Cuadro 28: Resumen de fuerzas para diseño estructural de testigos estandarizado

VIGA 20CM X 20CM			
FUERZA	NÚCLEO DE UNIÓN	CARA A LA UNIÓN	ZONA APLICADA LA CARGA
AXIAL	158.24 kg	158.24 kg	158.24 kg
CORTANTE	689.42 kg	669.23 kg	200.95 kg
MOMENTO	-	-	9995.38 kg-cm
	-10081.64 kg-cm	-43.13 kg-cm	-

Fuente: El Autor.

Cuadro 29: Resumen de fuerzas para diseño estructural de testigos estandarizado.

COLUMNA 20 CM X 30 CM			
FUERZA	NÚCLEO DE UNIÓN VIGA -COLUMNA	CARA A LA UNIÓN VIGA-COLUMNA	ZONA DE EMPOTRAMIENTO
AXIAL	689.42	709.6 kg	830.7 kg
CORTANTE	158.24 kg	158.24 kg	158.24 kg
MOMENTO	-	-	-
	-10081.64 kg-cm	-8499.19 kg-cm	-

Fuente: El Autor.



7.5 DISEÑO DE TESTIGOS ESTANDARIZADOS

7.5.1 DISEÑO DE ACERO EN VIGAS PARA MOMENTO POSITIVO Y NEGATIVO Y FUERZAS CORTANTES

7.5.1.1 DISEÑO LONGITUDINAL DE ÁREAS DE ACERO PARA MOMENTO POSITIVO

- **Cálculo de cuantía balanceada**

$$\rho_b = \beta_1 * 0.85 * \frac{f'_c}{f_y} * \left(\frac{6000}{6000 + f_y} \right)$$

$$\rho_b = 0.85 * 0.85 * \frac{210kg/cm^2}{4200kg/cm^2} * \left(\frac{6000}{6000 + 4200kg/cm^2} \right)$$

$$\rho_b = 0.02125$$

- **Cálculo de cuantía máxima**

$$\rho = 0.5\rho_b$$

$$\rho_b = 0.5 * 0.02125$$

$$\rho_b = 0.010625$$

- **Cálculo índice de refuerzo**

$$w = 0.849 - \sqrt{0.721 - \frac{Mu}{0.53f'_c * b * d^2}}$$

$$w = 0.849 - \sqrt{0.721 - \frac{9995.38 \text{ kg} - \text{cm}}{0.53 * 210kg/cm^2 * 20cm * 14.6^2cm^2}}$$

$$w = 0.1079575$$

- **Cálculo de cuantía**

$$\rho_{calculada} = w * \frac{f'_c}{f_y}$$

$$\rho_{calculada} = 0.1079575 * \frac{210kg/cm^2}{4200kg/cm^2}$$

$$\rho_{calculada} = 0.000539787$$



- **Cálculo área de acero**

$$A_s = \rho_{calculada} * b * d$$

$$A_s = 0.000539787 * 20cm * 14cm$$

$$A_s = 0.157617cm^2$$

7.5.1.1.1 CHEQUEO DE CUANTÍAS DE ACERO.

- **Límites de cuantías.**

$$\rho_{min} = 0.8 \frac{\sqrt{f'c}}{f_y} = 0.8 \frac{\sqrt{210kg/cm^2}}{4200kg/cm^2} = 0.000698132$$

$$\rho_{min} = \frac{14}{f_y} = \frac{14}{4200kg/cm^2} = 0.0033333$$

$$\rho_{maxima} = 0.5\rho_b = 0.010625$$

$$\rho_{calculada} = w * \frac{f'c}{f_y} = 0.000539787$$

$$\rho_{min} \leq \rho_{calculada} \leq \rho_{maxima}$$

$$0.0033333 \leq 0.000539787 \leq 0.010625$$

- **Cuantía de diseño.**

$$\rho_{min} = \frac{14}{f_y} = \frac{14}{4200kg/cm^2} = 0.0033333$$

7.5.1.1.2 RE - DISEÑO DE ÁREAS DE ACERO.

$$A_s = \rho * b * d$$

$$A_s = 0.0033333 * 20cm * 14.6cm$$

$$A_s = 0.97333333$$

7.5.2 DISTRIBUCIÓN DE ÁREA DE ACERO PARA MOMENTO POSITIVO

$$2\phi 8mm = 1.005309649cm^2$$

7.5.2.1 RE - CÁLCULO DE MOMENTO ACTUANTE.

$$M_u = \phi * A_{s_{distribuido}} * f_y * \left(d - 0.59 \frac{A_{s_{distribuido}} * f_y}{f'c * b} \right)$$

$$M_u = 0.90 * 1.005309649cm^2 * \frac{4200kg}{cm^2} * \left(14.6 - 0.59 * \frac{1.005309649cm^2 * \frac{4200kg}{cm^2}}{\frac{210kg}{cm^2} * 14.6cm^2} \right)$$

$$M_u = 53227.08288 kg - cm$$



7.5.3 DISEÑO DE ÁREAS DE ACERO PARA MOMENTO NEGATIVO

- **Cálculo de cuantía balanceada**

$$\rho_b = \beta_1 * 0.85 * \frac{f'c}{fy} * \left(\frac{6000}{6000 + fy} \right)$$

$$\rho_b = 0.85 * 0.85 * \frac{210kg/cm^2}{4200kg/cm^2} * \left(\frac{6000}{6000 + 4200kg/cm^2} \right)$$

$$\rho_b = 0.02125$$

- **Cálculo de cuantía máxima**

$$\rho = 0.5\rho_b$$

$$\rho_b = 0.5 * 0.02125$$

$$\rho_b = 0.010625$$

- **Cálculo índice de refuerzo**

$$w = 0.849 - \sqrt{0.721 - \frac{Mu}{0.53f'c * b * d^2}}$$

$$w = 0.849 - \sqrt{0.721 - \frac{10081.64 \text{ kg} - \text{cm}}{0.53 * 210kg/cm^2 * 20cm * 14.6^2cm^2}}$$

$$w = 0.1079575$$

- **Cálculo de cuantía**

$$\rho_{calculada} = w * \frac{f'c}{fy}$$

$$\rho_{calculada} = 0.1079575 * \frac{210kg/cm^2}{4200kg/cm^2}$$

$$\rho_{calculada} = 0.00539787$$

- **Cálculo área de acero**

$$As = \rho_{calculada} * b * d$$

$$As = 0.00539787 * 20cm * 14cm$$

$$As = 0.157617cm^2$$



7.5.3.1.1 CHEQUEO DE CUANTÍAS DE ACERO.

- **Límites de cuantías.**

$$\rho_{min} = 0.8 \frac{\sqrt{f'c}}{f_y} = 0.8 \frac{\sqrt{210kg/cm^2}}{4200kg/cm^2} = 0.000698132$$

$$\rho_{min} = \frac{14}{f_y} = \frac{14}{4200kg/cm^2} = 0.0033333$$

$$\rho_{maxima} = 0.5\rho_b = 0.010625$$

$$\rho_{calculada} = w * \frac{f'c}{f_y} = 0.000539787$$

$$\rho_{min} \leq \rho_{calculada} \leq \rho_{maxima}$$

$$0.0033333 \leq 0.000539787 \leq 0.010625$$

- **Cuantía de diseño.**

$$\rho_{min} = \frac{14}{f_y} = \frac{14}{4200kg/cm^2} = 0.0033333$$

7.5.4 RE -DISEÑO DE ÁREAS DE ACERO MOMENTO NEGATIVO

$$A_s = \rho * b * d$$

$$A_s = 0.0033333 * 20cm * 14.6cm$$

$$A_s = 0.97333333$$

7.5.5 DISTRIBUCIÓN DE ÁREA DE ACERO MOMENTO NEGATIVO

$$2\phi 8mm = 1.005309649cm^2$$

7.5.6 RE -CÁLCULO DE MOMENTO ACTUANTE MOMENTO NEGATIVO

$$M_u = \phi * A_{s_{distribuido}} * f_y * \left(d - 0.59 \frac{A_{s_{distribuido}} * f_y}{f'c * b} \right)$$

$$M_u = 0.90 * 1.005309649cm^2 * \frac{4200kg}{cm^2} * \left(14.6 - 0.59 * \frac{1.005309649cm^2 * \frac{4200kg}{cm^2}}{\frac{210kg}{cm^2} * 14.6cm^2} \right)$$

$$M_u = 53227.08288 kg - cm$$

7.6 DISEÑO DE ACERO EN VIGAS PARA FUERZA CORTANTE

7.6.1 CÁLCULO DE RESISTENCIA A LA FUERZA CORTANTE DEL CONCRETO

$$V_c = 0.53 * \sqrt{f'c} * b_w * d$$



$$V_c = 0.53 * \sqrt{\frac{210\text{kg}}{\text{cm}^2}} * 20\text{cm} * 14.565$$

$$V_c = 2237.3092$$

7.6.1.1 DETERMINACIÓN DE REFUERZO POR CORTANTE

- **Fuerza cortante que resiste en concreto**

$$V_c = 2237.3092 \text{ kg}$$

- **Fuerza cortante calculada**

$$V_{u\text{calculada}} = 669.23 \text{ kg}$$

$$V_{n\text{calculada}} = \frac{669.23}{0.85} \text{ kg}$$

$$V_{n\text{calculada}} = 787.32 \text{ kg}$$

- **Comparación de fuerzas cortantes**

$$V_c \geq V_{n\text{calculada}} \rightarrow \text{acero mínimo por confinamiento}$$

$$2237.3092 \text{ kg} \geq 787.32 \text{ kg} \rightarrow \text{acero mínimo por confinamiento}$$

7.6.1.2 ÁREA DE ACERO POR CONFINAMIENTO

$$1\phi 6\text{mm}@ 5\text{cm} + 1\phi 6\text{mm}@ 10\text{cm}/\text{Cada extremo} + \text{Rest}@ 20\text{cm}$$

NOTA:

Como el refuerzo mínimo y diámetros mínimos de refuerzo estipulados en la norma E060 del Reglamento Nacional de Edificaciones del Perú, son de un diámetro mínimo de $1\phi 3/8$ ", y un espaciamiento máximo de estribos de "d/2", se optó por acero de diámetros de $\phi 6\text{mm}$ y un espaciamiento máximo de 20 cm. Dado que las fuerzas cortantes son menores a las solicitadas.

7.7 DISEÑO DE ACERO EN COLUMNAS PARA MOMENTO POSITIVO Y NEGATIVO Y FUERZAS CORTANTES

7.7.1 DISEÑO DE ACERO EN COLUMNAS PARA FUERZAS CORTANTES

7.7.1.1 CÁLCULO DE RESISTENCIA A LA FUERZA CORTANTE DEL CONCRETO

- **Datos:**

○ F'_c concreto = 210kg/cm²

○ Peralte de columna = 30cm

○ Ancho de columna = 20cm



- Recubrimiento = 4cm
- Fuerza axial (Un) = 830.7 kg

- **Luego :**

$$V_c = 0.53 * \sqrt{f'_c} * \left(1 + \frac{N_u}{140 * A_g}\right) * b_w * d$$

$$V_c = 0.53 * \sqrt{210} \text{kg/cm}^2 * \left(1 + \frac{830.7 \text{kg}}{140 * 30 * 20 \text{cm}^2}\right) * 20 \text{cm} * 26 \text{cm}$$

$$V_c = 3997.777 \text{ kg}$$

7.7.1.2 DETERMINACIÓN DE REFUERZO POR CORTANTE

- **Fuerza cortante que resiste en concreto**

$$V_c = 3997.777 \text{ kg}$$

- **Fuerza cortante calculada**

$$V_{u \text{ calculada}} = 830.7 \text{ kg}$$

$$V_{n \text{ calculada}} = \frac{830.7}{0.85} \text{ kg}$$

$$V_{n \text{ calculada}} = 977.29 \text{ kg}$$

- **Comparación de fuerzas cortantes**

$$V_c \geq V_{n \text{ calculada}} \rightarrow \text{acero mínimo por confinamiento}$$

$$3997.101 \text{ kg} \geq 811.08 \text{ kg} \rightarrow \text{acero mínimo por confinamiento}$$

7.7.1.3 ÁREA DE ACERO POR CONFINAMIENTO

$$1\phi 6 \text{mm} @ 5 \text{cm} / \text{Cextremo} + \text{Rest} @ 10 \text{cm}$$

NOTA:

Como el refuerzo mínimo y diámetros mínimos de refuerzo estipulados en la norma E060 del Reglamento Nacional de Edificaciones del Perú, son de un diámetro mínimo de $1\phi 3/8$ ", y un espaciamiento máximo de estribos de "d/2", se optó por acero de diámetros de $\phi 6 \text{mm}$ y un espaciamiento máximo de 20 cm. Dado que las fuerzas cortantes son menores a las solicitadas.

7.8 DISEÑO DE ACERO EN COLUMNAS PARA MOMENTO ACTUANTES

Para el diseño de elementos como son las columnas, existen diversos métodos de diseño, uno de los métodos más comunes y sencillos corresponden a los diagramas de interacción de la columna, en donde se pueden hacer combinaciones de carga axial (P) y momento actuante (M), cuyos valores graficados en un eje de coordenadas llegan a simbolizar los distintos estados de falla de la sección, y sobre todo se puede ubicar un punto de diseño dentro de la misma. Con lo cual se estaría verificando la sección y el área de acero adoptada.

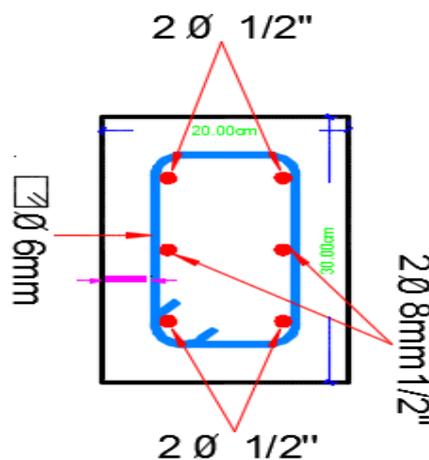
7.8.1 DATOS PRELIMINARES

- **Datos:**

- F'_c concreto = 210 kg/cm²
- F_y acero = 4200 kg/cm²
- E_s (acero) = 2038902 kg/cm²
- E_c (concreto) = 219020 kg/cm²
- β_1 = 0.85
- Peralte de columna = 30cm
- Ancho de columna = 20cm
- Recubrimiento = 4cm
- Fuerza axial (U_n) = 689.42 kg
- Momento actuante = 10081.64 kg-cm

- **Croquis de distribución del acero en columna**

Figura 87: Croquis de distribución de acero



Fuente: El Autor.

7.8.2 PROCEDIMIENTO PARA LA CONSTRUCCIÓN DEL DIAGRAMA DE ITERACIÓN DE COLUMNA

- **Punto de compresión pura**

Cuadro 30: Fuerza axial, aplicada en el punto de compresión pura.

PUNTO DE COMPRESIÓN PURA			
Parámetros de diseño		Valores obtenidos	
$\phi =$	0.65		
$A_g =$	600 cm ²	$P_n(\text{máx}) =$	131520.094 Kg
$\rho =$	0.01012064	$\phi P_n(\text{máx}) =$	68390.4489 Kg

Fuente: El Autor.

- **Punto de tracción nula**

Cuadro 31: Fuerza de tracción nula.

Tracción Nula : $f_s = 0$		$\phi =$	0.65		
		$c =$	24.765 cm	c= profundidad eje neutro	
		$C_c =$	75149.393 Kg	Cc= compresión total del concreto	
Capa	N°	Tensiones ϵ	Esfuerzos f_s (Kg/cm ²)	Fuerzas F_s (Kg)	Momentos M_s (Kg-m)
1		0	0.000	0	0
2		0.001182919	2411.857	2424.663	0.000
3		0.002059932	4200.000	10640.857	1039.080
$P_n =$		88214.91239 Kg	$M_n =$	4401.92 Kg-m	
$\phi P_n =$		57339.69305 Kg	$\phi M_n =$	2861.25 Kg-m	

Fuente: El Autor.

- **Punto de tracción del refuerzo**

Cuadro 32: Fuerza de tracción del refuerzo

Tracción del Refuerzo $f_{s1} = 0.5f_y$		$\phi =$	0.65		
		$c =$	18.436 cm	c= profundidad eje neutro	
		$C_c =$	55942.9454 Kg	Cc= compresión total del concreto	
Capa	N°	Tensiones ϵ	Esfuerzos f_s (Kg/cm ²)	Fuerzas F_s (Kg)	Momentos M_s (Kg-m)
1		0.001029966	2100.000	-5320.429	519.540
2		0.000559076	1139.900	1145.953	0.000
3		0.002148117	4200.000	10640.857	1039.080
$P_n =$		62409.33 Kg	$M_n =$	5566.8497 Kg-m	
$\phi P_n =$		40566.06 Kg	$\phi M_n =$	3618.4523 Kg-m	

Fuente: El Autor.

- **Punto de falla balanceada**

Cuadro 33: Fuerza en el punto de falla balanceada

Falla Balanceada $f_{s1} = f_y$		$\phi =$	0.65		
		c =	14.683 cm	c= profundidad eje neutro	
		Cc =	44555.57154 Kg	Cc= compresión total del concreto	
Capa	N°	Tensiones ϵ	Esfuerzos f_s (Kg/cm ²)	Fuerzas F_s (Kg)	Momentos M_s (Kg-m)
	1	-0.0021 Kg/cm ²	4200.000	-10640.857	1039.080
	2	-6.47682E-05	-132.056	-132.757	0.000
	3	0.001930396	3935.888	9971.719	973.738
	$P_n =$	43753.676 Kg	$M_n =$	5915.7631 Kg-m	
	$\phi P_n =$	28439.89 Kg	$\phi M_n =$	3845.246 Kg-m	

Fuente: El Autor.

- **Punto de flexión pura**

Cuadro 34: Fuerza en el punto de falla balanceada.

Flexión Pura $P_n = 0$		$\phi =$	0.9		
		c =	5.270 cm	c= profundidad eje neutro	
		Cc =	15991.815 Kg	Cc= compresión total del concreto	
Capa	N°	Tensiones ϵ	Esfuerzos f_s (Kg/cm ²)	Fuerzas F_s (Kg)	Momentos M_s (Kg-m)
	1	-0.002 Kg/cm ²	4200.000	-10640.857	1039.080
	2	0.005538899	4200.000	-4222.301	0.000
	3	1.99241E-05	40.623	102.921	10.050
	$P_n =$	1231.578 Kg	$M_n =$	3089.725 Kg-m	
	$\phi P_n =$	1108.42 Kg	$\phi M_n =$	2780.753 Kg-m	

Fuente: El Autor.

- **Punto adicionales**

Los puntos adicionales se obtienen moviendo el eje neutro y manteniendo la deformación máxima del concreto en 0.003, teniendo cuidado al calcular la deformación unitaria en el acero que no exceda en el esfuerzo de fluencia en el acero.

Los puntos adicionales se grafican con la intención de suavizar la gráfica, en cada zona o región de carga, de la misma manera que para los casos antes descritos.

- **Tabulación de datos**

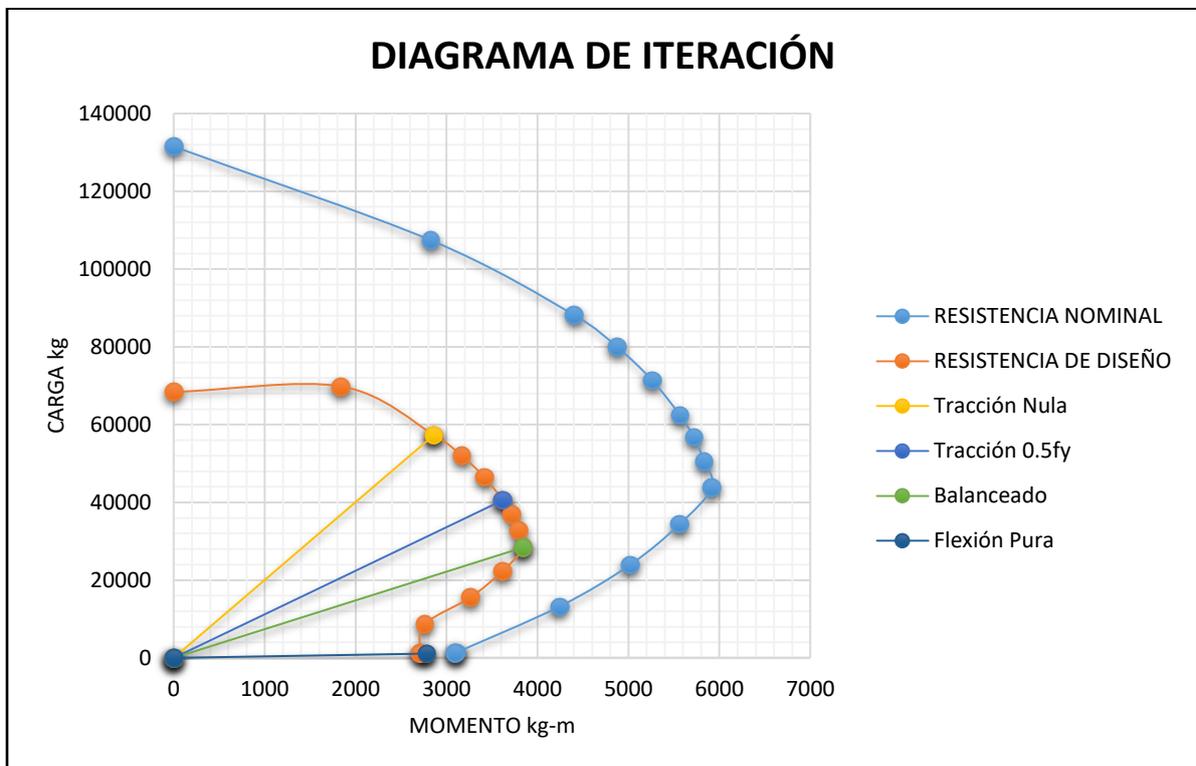
Cuadro 35: Tabulación de datos calculados para gráficas diagrama de iteración.

PUNTO	Estado del Refuerzo	Cargas Nominales		Cargas de Diseño	
		Pn (kg)	Mn (kg-m)	Pu (kg)	Mu (kg-m)
1	Compresión Pura	131520.094	0	68390.44889	0
2	2	107454.6582	2823.301132	69845.52786	1835.145735
3	Tracción Nula	88214.91239	4401.92107	57339.69305	2861.248695
4	4	80022.75099	4872.786483	52014.78814	3167.311214
5	5	71462.96079	5257.783777	46450.92452	3417.559455
6	Tracción 0.5fy	62409.32673	5566.849667	40566.06237	3618.452284
7	7	56734.05678	5720.08168	36877.13691	3718.053092
8	8	50528.3053	5833.201832	32843.39844	3791.581191
9	Balanceado	43753.67636	5915.763101	28439.88963	3845.246016
10	10	34390.54148	5562.875342	22353.85196	3615.868972
11	11	23973.29003	5019.890496	15582.63852	3262.928822
12	12	13224.13841	4242.47359	8595.689968	2757.607833
13	13	1409.748767	3107.799999	1229.341518	2710.091086
14	14	1320.787048	3098.777707	1154.095676	2707.693082
15	Flexión Pura	1231.578019	3089.725463	1108.420217	2780.752916

Fuente: El Autor.

- **Diagrama de iteración de columna**

Gráfico 15: Diagrama de iteración de columna.



Fuente: El Autor.



7.9 DISEÑO DE REFUERZO DIAGONAL EN UNIONES VIGA-COLUMNA

7.9.1 DATOS A EMPLEAR

f_y	=	4200 kg/cm ²
f_{yj}	=	4200 kg/cm ²
h_1	=	20cm
h_2	=	30cm
As_1	=	2.4304 cm ²
$\frac{As_1}{2}$	=	1.2152 cm ²
n	=	02 (número de estribos diagonales)

7.9.2 ÁCERAS DE ACERO ESTRIBO DIAGONAL

$$a_{sj} = \left[\frac{f_y}{f_{yj}} * \sqrt{1 + \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^2} * \frac{As_1}{n} \right]$$
$$a_{sj} = \left[\left(\frac{4200 \text{ kg/cm}^2}{4200 \text{ kg/cm}^2} * \sqrt{1 + \left(\frac{20\text{cm}}{30\text{cm}}\right)^2} \right) * \frac{2.4304}{2} \right]$$
$$a_{sj} = 0.2458 \text{ cm}^2$$

- **Diámetros de estribo diagonal y número de varillas**

Teniendo en cuenta que el área de acero de una varilla de diámetro de 6mm es igual a: 0.28274334 cm², entonces los estribos por cara en la unión viga columna son:

2 ϕ 6mm a cada cara de la unión viga columna

7.9.2.1 DIÁMETROS DE REFUERZO DIAGONAL Y NÚMERO DE VARILLAS

$$\frac{As_1}{2} = 1.2152 \text{ cm}^2$$

Teniendo en cuenta que el área de acero de una varilla de diámetro de 8 mm es igual a: 0.5026 cm², entonces los estribos por cara en la unión viga columna son:

1 ϕ 8mm a cada lado de la unión viga - columna

7.10 FOTOGRAFÍAS DE ENSAYOS REALIZADOS.

Fotografía 1: Ejecución de diseño de mezclas.



Fuente: El Autor.

Fotografía 2: proceso constructivos de testigos estandarizados



Fuente: El Autor.

Fotografía 3: Proceso constructivos de testigos estandarizados.



Fuente: El Autor.

Fotografía 4 : Supervisión de testigos estandarizados.



Fuente: El Autor.

Fotografía 5: Prueba de testigos estandarizados.



Fuente: El Autor.

Fotografía 6 : Falla diagonal en prueba de flexión



Fuente: El Autor.

7.11 PLANOS DE ESTRUCTURAS.